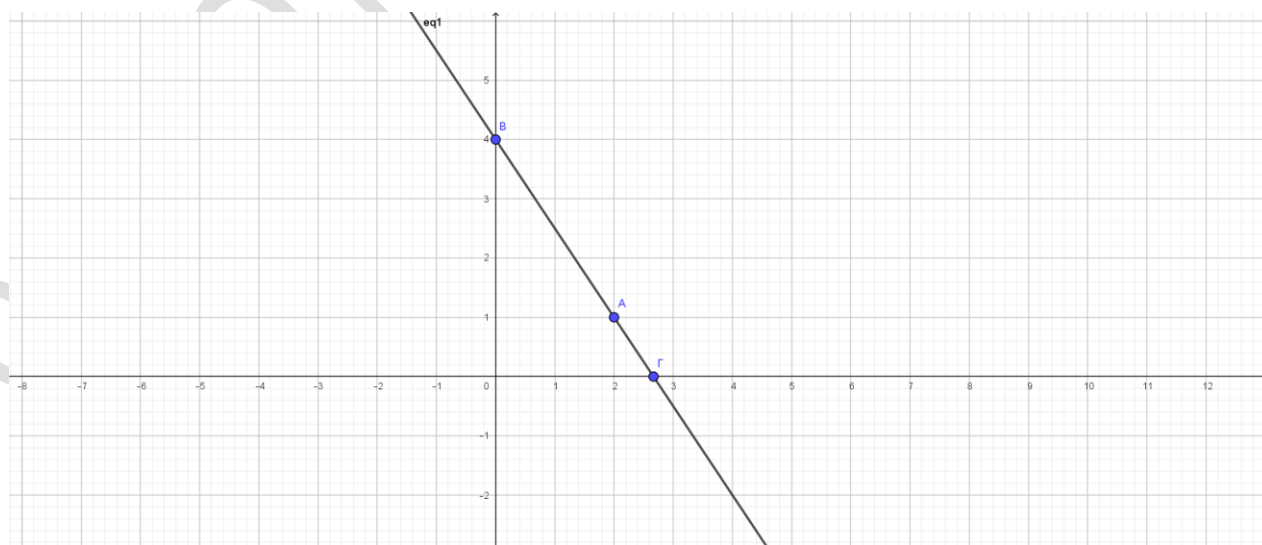


Απαντήσεις Φύλλου εργασίας 1

Μάθημα : Άλγεβρα Β' Λυκείου

Κεφάλαιο : Γραμμική εξίσωση - Συστήματα γραμμικών εξισώσεων 2×2 –
Γραφική επίλυση γραμμικού συστήματος 2×2 **Άσκηση 1** Δίνεται η εξίσωση $3x + 2y = 8$ (1).α) Να εξετάσετε ποια από τα παρακάτω ζεύγη αποτελούν λύση της εξίσωσης (1)
 $(2,1)$, $(1,2)$, $(3,-2)$, $(0,4)$, $(8/3,0)$.β) Να παραστήσετε τα ζεύγη αυτά με σημεία στο επίπεδο και να σχεδιάσετε την ευθεία $3x + 2y = 8$.

Λύση

α) Για $x=2$ και $y=1$ έχουμε $3 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 8 \Leftrightarrow 8 = 8$ που ισχύει οπότε το ζεύγος $(2,1)$ αποτελεί λύση.Για $x=1$ και $y=2$ έχουμε $3 \cdot 1 + 2 \cdot 2 = 8 \Leftrightarrow 7 = 8$ που δεν ισχύει οπότε το ζεύγος $(1,2)$ δεν αποτελεί λύση.Για $x=3$ και $y=-2$ έχουμε $3 \cdot 3 + 2 \cdot (-2) = 8 \Leftrightarrow 5 = 8$ που δεν ισχύει οπότε το ζεύγος $(3,-2)$ δεν αποτελεί λύση.Για $x=0$ και $y=4$ έχουμε $3 \cdot 0 + 2 \cdot 4 = 8 \Leftrightarrow 8 = 8$ που ισχύει οπότε το ζεύγος $(0,4)$ αποτελεί λύση.Για $x=8/3$ και $y=0$ έχουμε $3 \cdot 8/3 + 2 \cdot 0 = 8 \Leftrightarrow 8 = 8$ που ισχύει οπότε το ζεύγος $(8/3,0)$ αποτελεί λύση.β) Τα σημεία $(2,1)$, $(0,4)$, $(8/3,0)$ που αποτελούν λύση της εξίσωσης παριστάνουν στο επίπεδο 3 σημεία από τα οποία διέρχεται η ευθεία με εξίσωση $3x + 2y = 8$ όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

Άσκηση 2

Να παραστήσετε σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων τις παρακάτω ευθείες και να βρείτε τα σημεία τομής της καθεμιάς με τους άξονες $x\chi'$, $y\gamma'$ και το συντελεστή διεύθυνσης: $\varepsilon_1: 3x - 2y = 8$, $\varepsilon_2: 3x = 9$, $\varepsilon_3: -2y = 8$, $\varepsilon_4: 3x - 4y = 0$

Λύση

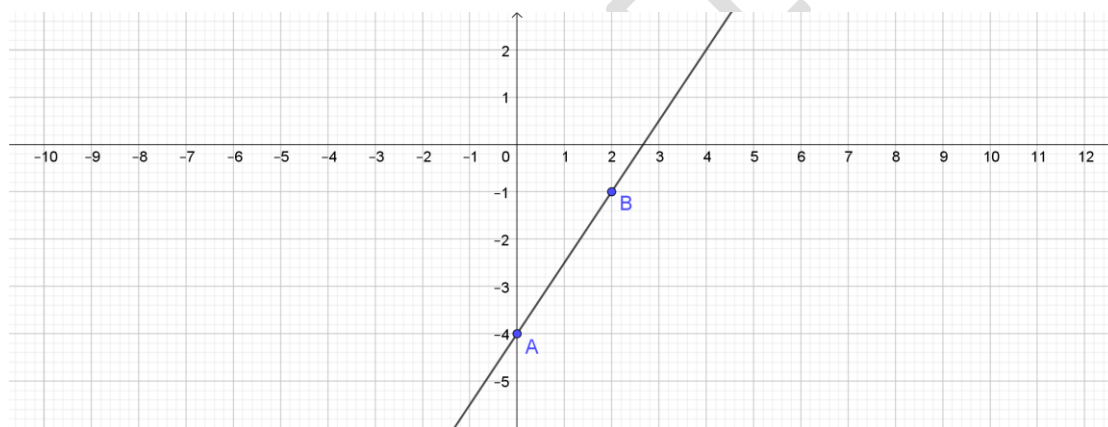
$$\varepsilon_1: 3x - 2y = 8$$

Είναι $\alpha = 3$, $\beta = -2$ οπότε ο συντελεστής διεύθυνσης είναι ο $-\frac{\alpha}{\beta} = -\frac{3}{-2} = \frac{3}{2}$.

Για $x = 0$ είναι $y = -4$. Για $x = 2$ είναι $y = -1$

Για $y = 0$ είναι $x = \frac{8}{3}$ οπότε τέμνει τον $x\chi'$ στο σημείο $(\frac{8}{3}, 0)$.

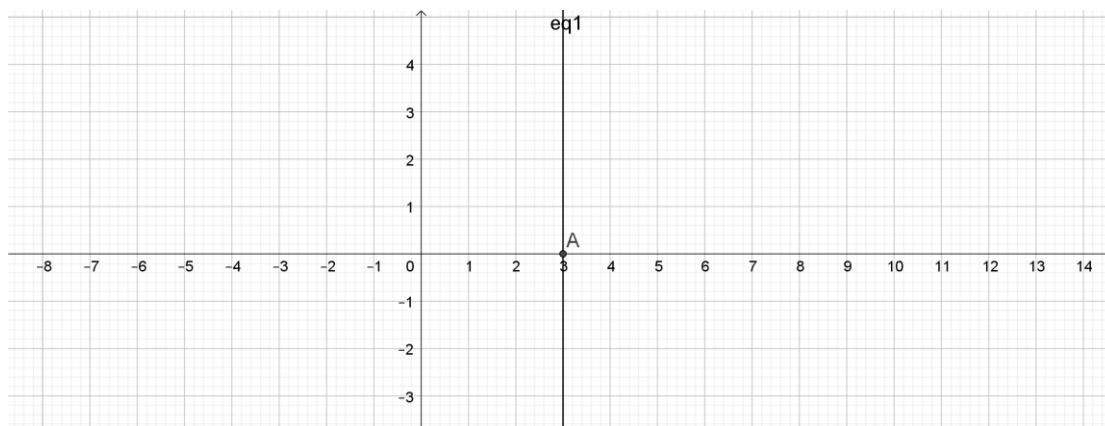
Σχεδιάζουμε λοιπόν την ευθεία που διέρχεται από τα σημεία $A(0, -4)$ και $B(2, -1)$



$$\varepsilon_2: 3x = 9 \Leftrightarrow x = 3$$

Είναι $\beta = 0$ οπότε ο συντελεστής διεύθυνσης δεν ορίζεται.

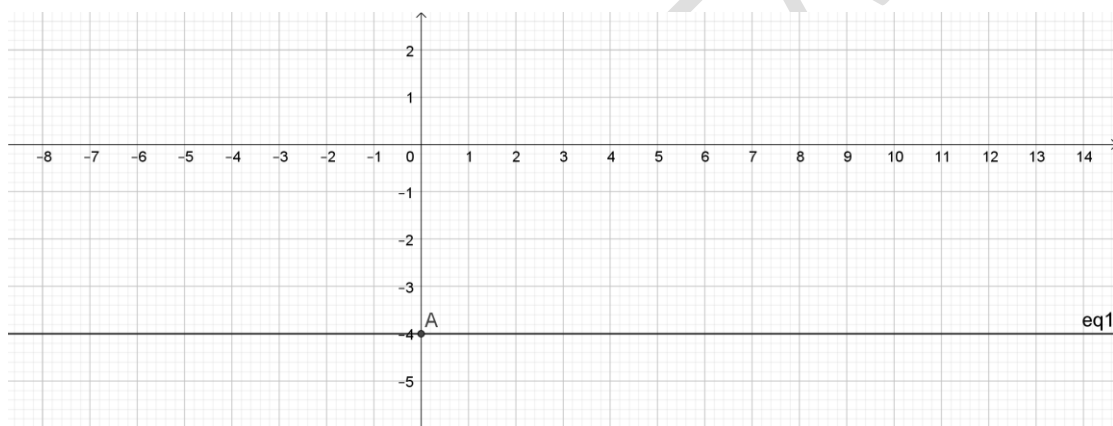
Σχεδιάζουμε την ευθεία που είναι παράλληλη στον $y\gamma'$ και τέμνει τον $x\chi'$ στο 3.



$$\varepsilon_3 : -2y = 8 \Leftrightarrow y = -4$$

Είναι $\alpha = 0$ οπότε ο συντελεστής διεύθυνσης είναι 0.

Σχεδιάζουμε την ευθεία που είναι παράλληλη στον $\kappa\chi'$ και τέμνει τον $\gamma\gamma'$ στο -4.

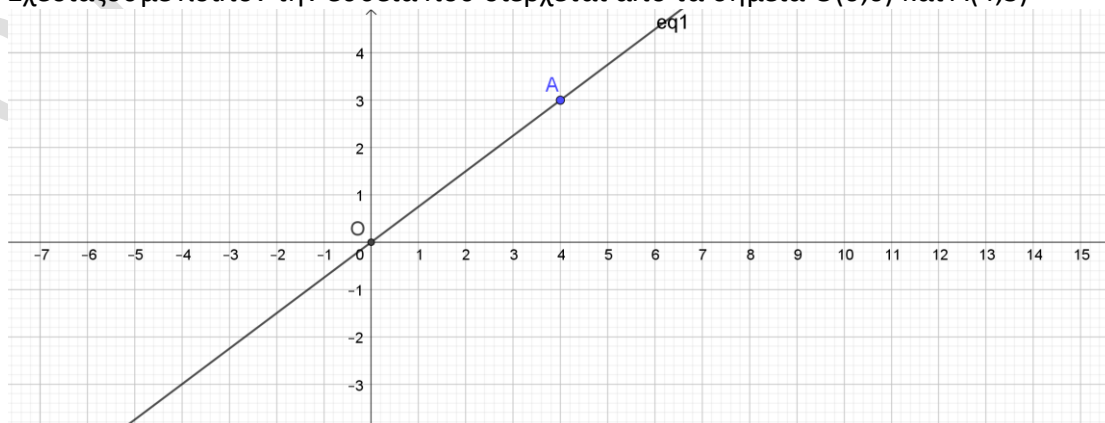


$$\varepsilon_4 : 3x - 4y = 0$$

Είναι $\alpha = 3$, $\beta = -4$ οπότε ο συντελεστής διεύθυνσης είναι ο $-\frac{\alpha}{\beta} = -\frac{3}{-4} = \frac{3}{4}$

Για $x = 0$ είναι $y = 0$. Για $x = 4$ είναι $y = 3$

Σχεδιάζουμε λοιπόν την ευθεία που διέρχεται από τα σημεία $O(0,0)$ και $A(4,3)$



Άσκηση 3 Δίνεται το γραμμικό σύστημα $\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$

Να εξετάσετε αν κάποιο από τα παρακάτω ζεύγη αποτελεί λύση του συστήματος :
 $(0,4)$, $(1, -1)$, $(2, 1)$.

Λύση

Το ζεύγος $(0,4)$ επαληθεύει την εξίσωση $3x + 2y = 8$ αλλά όχι την $2x - y = 3$, οπότε δεν αποτελεί λύση του συστήματος.

Το ζεύγος $(1,-1)$ επαληθεύει την εξίσωση $2x - y = 3$ αλλά όχι την $3x + 2y = 8$, οπότε δεν αποτελεί λύση του συστήματος.

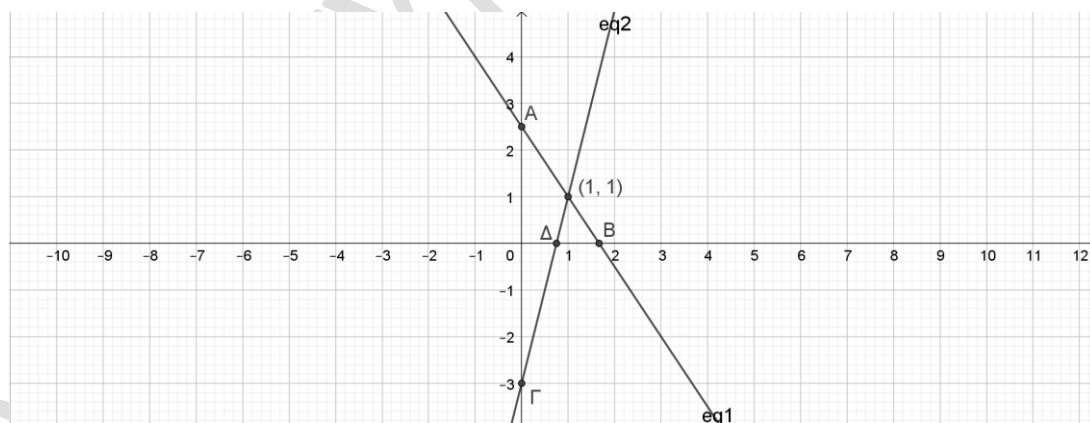
Το ζεύγος $(2,1)$ επαληθεύει και τις δύο εξισώσεις οπότε αποτελεί λύση του συστήματος

Άσκηση 2 Να λυθούν γραφικά τα παρακάτω συστήματα $\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 4x - y = 3 \end{cases} (\Sigma_1)$
 $\begin{cases} 2x + 3y = -6 \\ 4x + 6y = 12 \end{cases} (\Sigma_2)$ $\begin{cases} 2x + 3y = 6 \\ 4x + 6y = 12 \end{cases} (\Sigma_3)$ $\begin{cases} 3y = 6 \\ 4x = 12 \end{cases} (\Sigma_4)$ $\begin{cases} 2x + 3y = 0 \\ 4x - 5y = 0 \end{cases} (\Sigma_5)$

Λύση

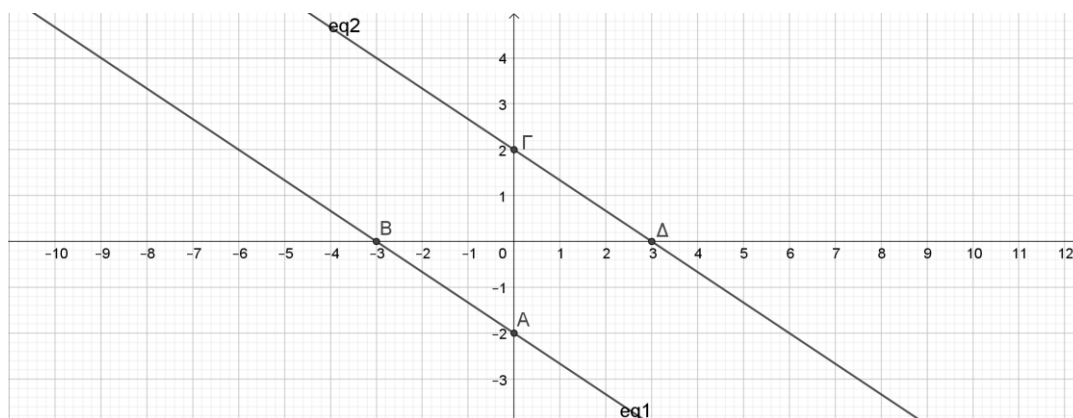
$\varepsilon_1 : 3x + 2y = 5$ Για $x = 0$ είναι $y = 5/2$ Για $y = 0$ είναι $x = 5/3$ Σχεδιάζουμε λοιπόν την ευθεία που διέρχεται από τα σημεία $A(0, 5/2)$ και $B(5/3, 0)$	$\varepsilon_2 : 4x - y = 3$ Για $x = 0$ είναι $y = -3$ Για $y = 0$ είναι $x = 3/4$ Σχεδιάζουμε λοιπόν την ευθεία που διέρχεται από τα σημεία $\Gamma(0, -3)$ και $\Delta(3/4, 0)$
--	---

Σχεδιάζουμε τις ευθείες ε_1 , ε_2 και βλέπουμε ότι τέμνονται στο σημείο $(1,1)$ που αποτελεί και τη λύση του συστήματος.



$\varepsilon_1 : 2x + 3y = -6$ Για $x = 0$ είναι $y = -2$ Για $y = 0$ είναι $x = -3$ Σχεδιάζουμε λοιπόν την ευθεία που διέρχεται από τα σημεία $A(0, -2)$ και $B(-3, 0)$	$\varepsilon_2 : 4x + 6y = 12$ Για $x = 0$ είναι $y = 2$ Για $y = 0$ είναι $x = 3$ Σχεδιάζουμε λοιπόν την ευθεία που διέρχεται από τα σημεία $\Gamma(0, 2)$ και $\Delta(3, 0)$
---	---

Σχεδιάζουμε τις ευθείες ε_1 , ε_2 και βλέπουμε ότι είναι παράλληλες οπότε το σύστημα είναι αδύνατο.



$$\varepsilon_1 : 2x + 3y = 6$$

Για $x = 0$ είναι $y = 2$

Για $y = 0$ είναι $x = 3$

Σχεδιάζουμε λοιπόν την ευθεία που διέρχεται από τα σημεία $A(0, 2)$ και $B(3, 0)$

$$\varepsilon_2 : 4x + 6y = 12$$

Για $x = 0$ είναι $y = 2$

Για $y = 0$ είναι $x = 3$

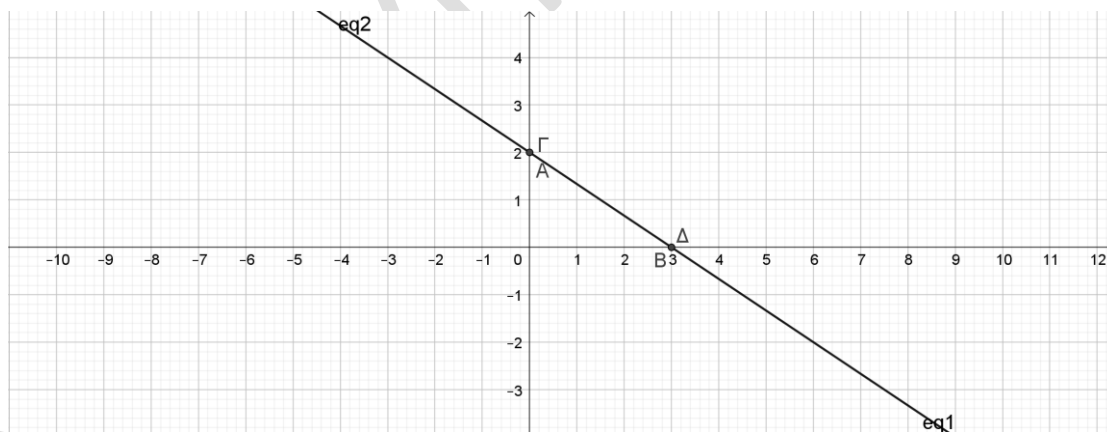
Σχεδιάζουμε λοιπόν την ευθεία που διέρχεται από τα σημεία $\Gamma(0, 2)$ και $\Delta(3, 0)$

Σχεδιάζουμε τις ευθείες ε_1 , ε_2 και βλέπουμε ότι ταυτίζονται οπότε το σύστημα είναι αόριστο δηλαδή έχει άπειρες λύσεις που είναι όλα τα σημεία της ευθείας ε_1 .

Αν θέσουμε $x = \kappa$ τότε λύνοντας ως προς y έχουμε

$$2\kappa + 3y = 6 \Leftrightarrow 3y = 6 - 2\kappa \Leftrightarrow y = \frac{6 - 2\kappa}{3}$$

Οπότε οι άπειρες λύσεις έχουν τη μορφή $(\kappa, \frac{6 - 2\kappa}{3})$, $\kappa \in \mathbb{R}$



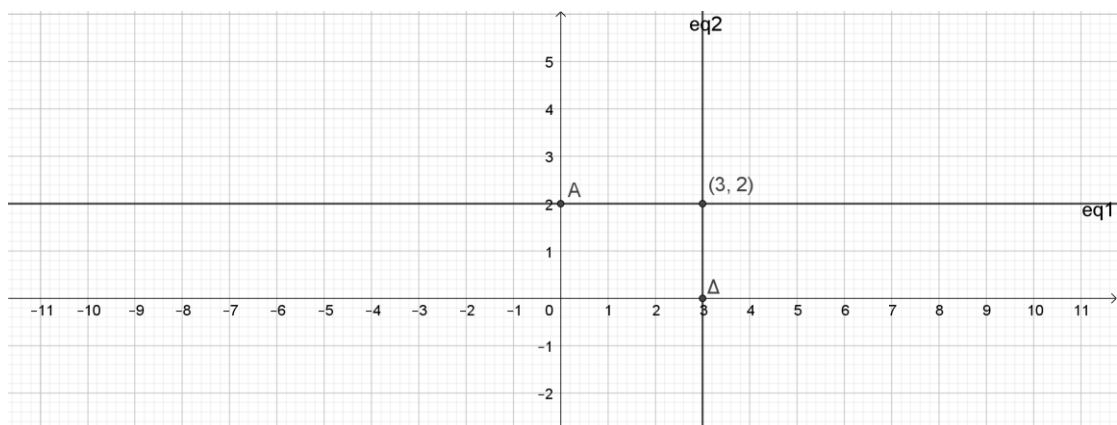
$$\varepsilon_1 : 3y = 6 \Leftrightarrow y = 2$$

Σχεδιάζουμε λοιπόν την ευθεία που είναι παράλληλη στον $x\chi'$ και τέμνει τον $y\gamma'$ στο 2.

$$\varepsilon_2 : 4x = 12 \Leftrightarrow x = 3$$

Σχεδιάζουμε λοιπόν την ευθεία που είναι παράλληλη στον $y\gamma'$ και τέμνει τον $x\chi'$ στο 3.

Σχεδιάζουμε τις ευθείες ε_1 , ε_2 και βλέπουμε ότι τέμνονται στο σημείο $(3, 2)$ που αποτελεί και τη λύση του συστήματος.



$\varepsilon_1 : 2x + 3y = 0$ Για $x = 0$ είναι $y = 0$ Για $x = 1$ είναι $y = -2/3$ Σχεδιάζουμε λοιπόν την ευθεία που διέρχεται από τα σημεία $O(0,0)$ και $A(1, -2/3)$	$\varepsilon_2 : 4x - 5y = 0$ Για $x = 0$ είναι $y = 0$ Για $x = 1$ είναι $y = 4/5$ Σχεδιάζουμε λοιπόν την ευθεία που διέρχεται από τα σημεία $O(0,0)$ και $B(1, 4/5)$
---	---

Σχεδιάζουμε τις ευθείες ε_1 , ε_2 και βλέπουμε ότι τέμνονται στο σημείο $(0,0)$ που αποτελεί και τη λύση του συστήματος.

