

Μάθημα 10ο - Μετατοπίσεις γραφικής παράστασης

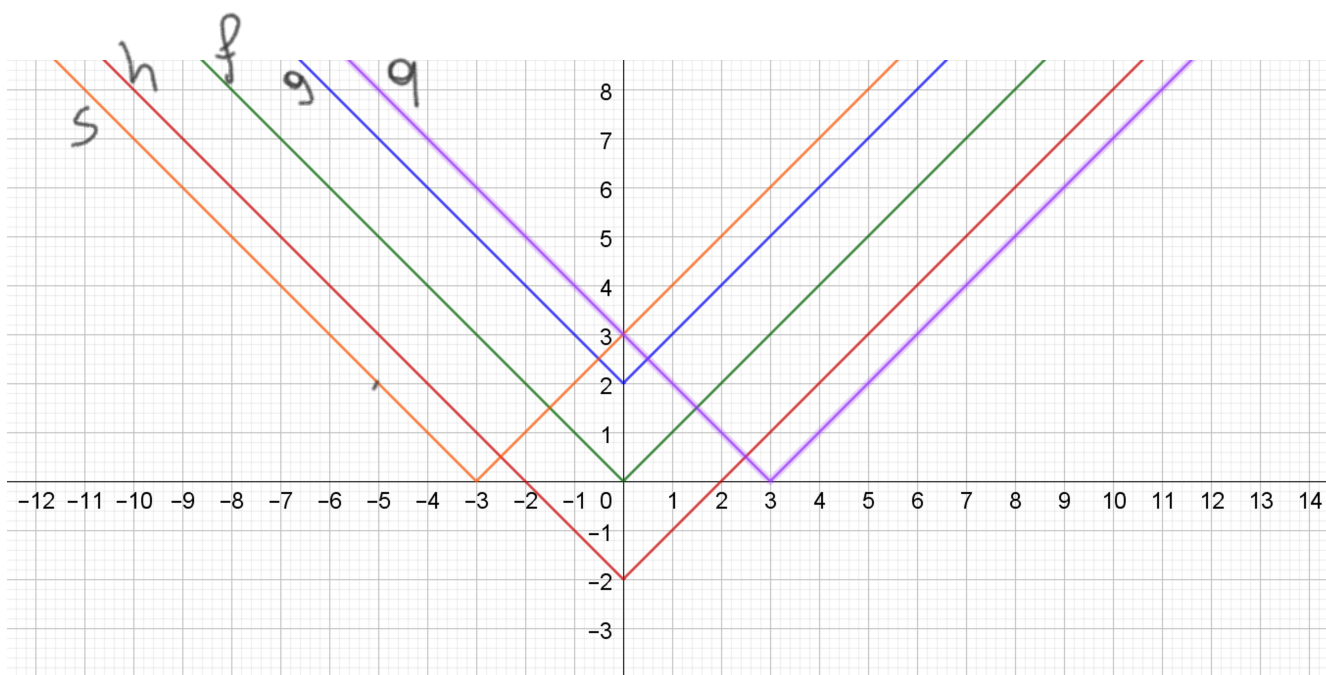
Έστω μια συνάρτηση ϕ και ένα αριθμός $c > 0$.

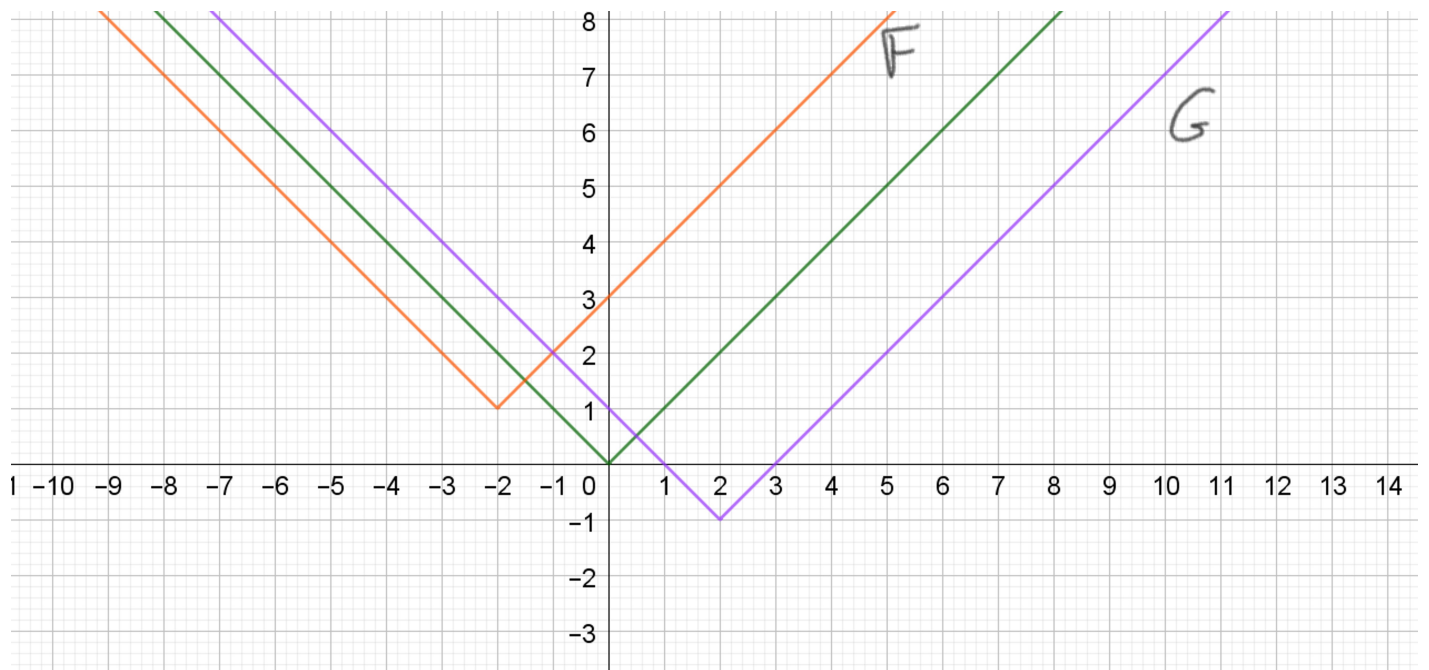
Η γραφική παράσταση της $f(x) = \phi(x) + c$ προκύπτει από μία κατακόρυφη μετατόπιση της γραφικής παράστασης της ϕ κατά c μονάδες προς τα πάνω .
Η γραφική παράσταση της $f(x) = \phi(x) - c$ προκύπτει από μία κατακόρυφη μετατόπιση της γραφικής παράστασης της ϕ κατά c μονάδες προς τα κάτω .
Η γραφική παράσταση της $f(x) = \phi(x + c)$ προκύπτει από μία οριζόντια μετατόπιση της γραφικής παράστασης της ϕ κατά c μονάδες προς τα αριστερά .
Η γραφική παράσταση της $f(x) = \phi(x - c)$ προκύπτει από μία οριζόντια μετατόπιση της γραφικής παράστασης της ϕ κατά c μονάδες προς τα δεξιά .

Θέμα 1ο

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = |x|$.

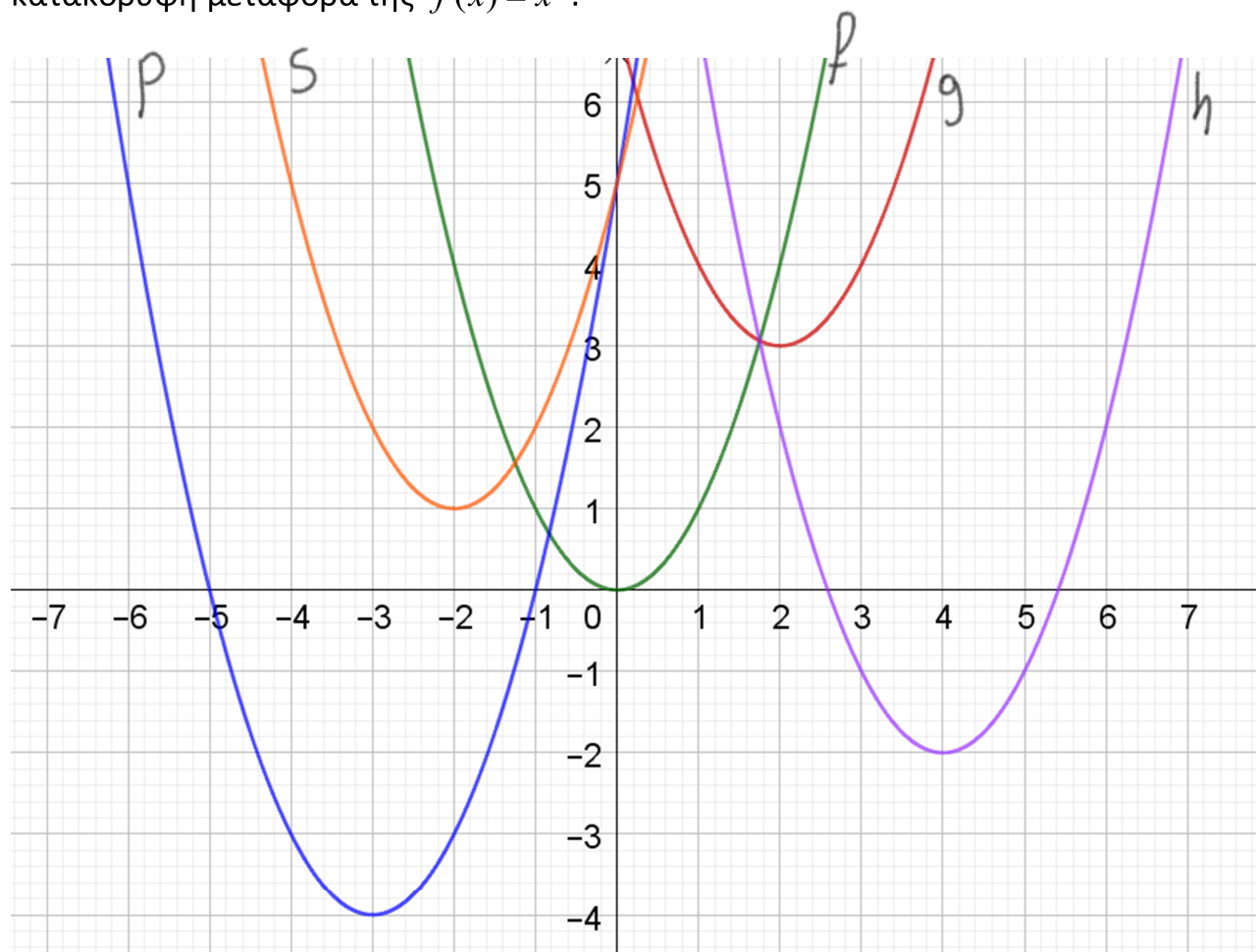
Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις γραφικές παραστάσεις των παρακάτω συναρτήσεων $g(x) = |x| + 2$, $h(x) = |x| - 2$, $s(x) = |x + 3|$, $q(x) = |x - 3|$, $F(x) = |x + 2| + 1$, $G(x) = |x - 2| - 1$





Θέμα 2ο

Στο παρακάτω σχήμα η παραβολή με κορυφή το (0,0) είναι η $f(x) = x^2$. Να βρείτε τους τύπους των υπόλοιπων παραβολών που έχουν προκύψει με οριζόντια και κατακόρυφη μεταφορά της $f(x) = x^2$.



$$P(x) = f(x-2) + 3 = (x-2)^2 + 3$$

$$S(x) = f(x+2) + 1 = (x+2)^2 + 1$$

$$g(x) = f(x-2) + 3 = (x-2)^2 + 3$$

$$h(x) = f(x-4) - 2 = (x-4)^2 - 2$$

$$s(x) = f(x+2) + 1 = (x+2)^2 + 1$$

$$p(x) = f(x+3) - 4 = (x+3)^2 - 4$$

6. Δίνεται η συνάρτηση $\varphi(x) = 2x^2 - 1$. Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης f της οποίας η γραφική παράσταση προκύπτει από δύο διαδοχικές μετατοπίσεις της γραφικής παράστασης της φ :

- i) κατά 2 μονάδες προς τα δεξιά και κατά 1 μονάδα προς τα πάνω.
- ii) κατά 3 μονάδες προς τα δεξιά και κατά 2 μονάδες προς τα κάτω.
- iii) κατά 2 μονάδες προς τα αριστερά και κατά 1 μονάδες προς τα πάνω.
- iv) κατά 3 μονάδες προς τα αριστερά και κατά 2 μονάδες προς τα κάτω.

$$i) f(x) = \varphi(x-2) + 1 = 2(x-2)^2 - 1 + 1 = 2(x-2)^2$$

$$ii) f(x) = \varphi(x-3) - 2 = 2(x-3)^2 - 1 - 2 = 2(x-3)^2 - 3$$

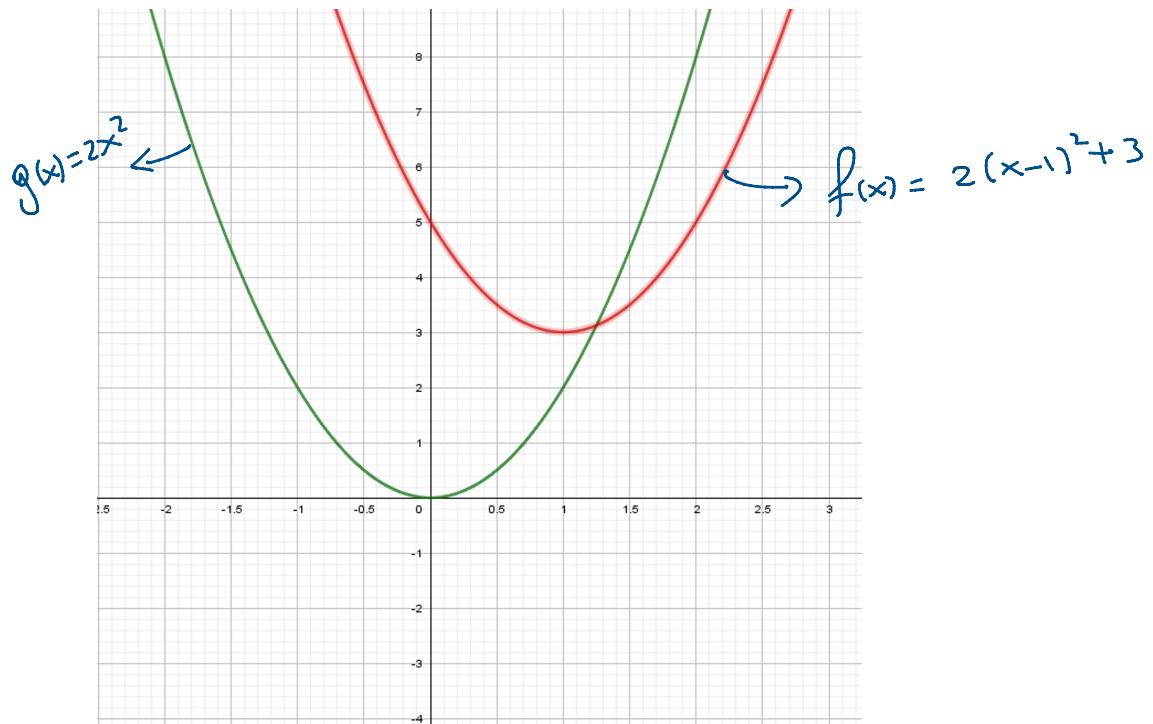
$$iii) f(x) = \varphi(x+2) + 1 = 2(x+2)^2 - 1 + 1 = 2(x+2)^2$$

$$iv) f(x) = \varphi(x+3) - 2 = 2(x+3)^2 - 1 - 2 = 2(x+3)^2 - 3$$

4. i) Να γράψετε τη συνάρτηση $f(x) = 2x^2 - 4x + 5$ στη μορφή $f(x) = a(x-p)^2 + q$ και στη συνέχεια να βρείτε με ποια οριζόντια και ποια κατακόρυφη μετατόπιση η γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = 2x^2$ θα συμπίπτει με τη γραφική παράσταση της f .

ii) Να κάνετε το ίδιο και για τη συνάρτηση $f(x) = -2x^2 + 8x - 9$, θεωρώντας ως g την $g(x) = -2x^2$.

$$i) f(x) = 2x^2 - 4x + 5 = 2\left(x^2 - 2x + \frac{5}{2}\right) = 2\left(\underline{x^2 - 2x + 1} + \frac{3}{2}\right) = 2\left[(x-1)^2 + \frac{3}{2}\right] = 2(x-1)^2 + 3 = g(x-1) + 3$$



$$\begin{aligned}
 \text{ii) } f(x) &= -2x^2 + 8x - 9 = -2\left(x^2 - 4x + \frac{9}{2}\right) = -2\left(x^2 - 4x + 4 + \frac{1}{2}\right) \\
 &= -2\left[(x-2)^2 + \frac{1}{2}\right] = -2(x-2)^2 - 1 = g(x-2) - 1
 \end{aligned}$$

