

Μελέτη και γραφική παράσταση της $f(x) = ax^2 + bx + \gamma, a \neq 0$.

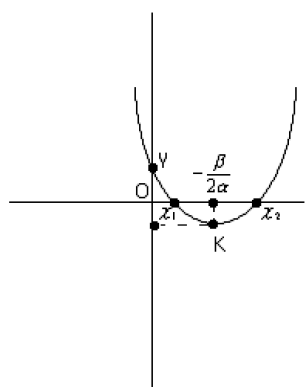
- Ισχύει ότι $f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a}$ οπότε η γραφική της παράσταση είναι μια παραβολή η οποία προκύπτει με οριζόντια και κατακόρυφη μετατόπιση της παραβολής ax^2 .
- Η τετμημένη της κορυφής είναι $-\frac{b}{2a}$ και η τεταγμένη είναι $-\frac{\Delta}{4a}$ δηλαδή

$$f\left(-\frac{b}{2a}\right) = -\frac{\Delta}{4a} \quad \text{όπου } \Delta = b^2 - 4a\gamma$$

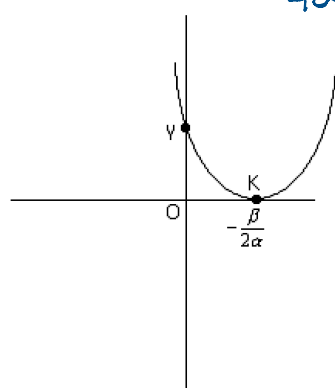
$$\begin{aligned} a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a} &= a\left(x^2 + 2x \cdot \frac{b}{2a} + \frac{b^2}{4a^2}\right) - \frac{b^2 - 4a\gamma}{4a} = ax^2 + \cancel{a \cdot \frac{b}{a} x} + \cancel{a \cdot \frac{b^2}{4a^2}} - \frac{b^2}{4a} + \frac{4a\gamma}{4a} \\ &= ax^2 + bx + \cancel{\frac{b^2}{4a}} - \cancel{\frac{b^2}{4a}} + \gamma = ax^2 + bx + \gamma \end{aligned}$$

Αν $g(x) = ax^2$ τότε αφού $f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a}$ οπότε

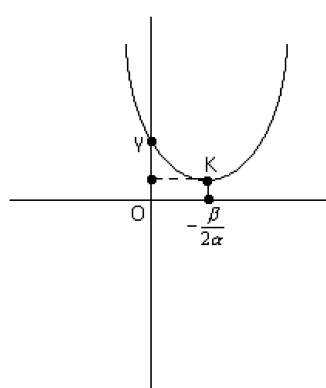
$$f(x) = g\left(x + \frac{b}{2a}\right) - \frac{\Delta}{4a}$$



$a > 0$ και $\Delta > 0$
 K η κορυφή
 $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ και $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$

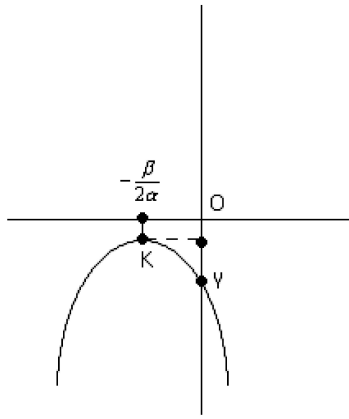


$a > 0$ και $\Delta = 0$
 K η κορυφή

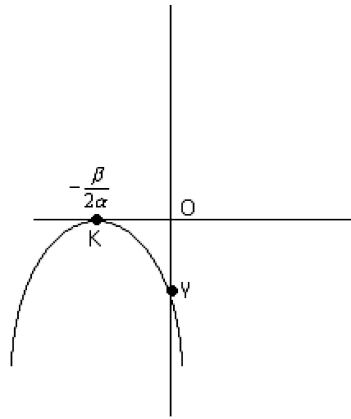


$a > 0$ και $\Delta < 0$
 K η κορυφή

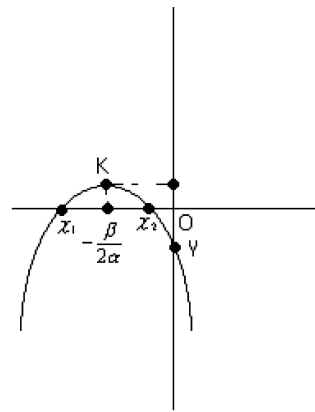
$$K\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$$



$\alpha < 0$ και $\Delta < 0$
K η κορυφή



$\alpha < 0$ και $\Delta = 0$
K η κορυφή



$\alpha < 0$ και $\Delta > 0$
K η κορυφή
 $x_1 = \frac{-\beta + \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$ και $x_2 = \frac{-\beta - \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$