

Μάθημα 24ο - Τριγωνομετρικές συναρτήσεις - Μελέτη ημιτόνου

— Η συνάρτηση με την οποία κάθε πραγματικός αριθμός x αντιστοιχίζεται στο $\eta\mu(x \text{ rad})$ λέγεται **συνάρτηση ημίτονο** και συμβολίζεται με **$\eta\mu$** .

Ορίζουμε δηλαδή ότι

$$\eta\mu x = \eta\mu(x \text{ rad})$$

Θέμα 1ο (περιοδικότητα της $f(x) = \eta\mu x$ το x σε rad)

Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες

$$\eta\mu(x+2\pi) = \eta\mu x = f(x), \quad \eta\mu(x-2\pi) = \eta\mu(x) = f(x)$$

Με βάση αυτές τις ισότητες ποια είναι η περίοδος T της συνάρτησης $f(x) = \eta\mu x$

Απάντηση : $T = 2\pi$

Θέμα 2ο (συμμετρίες της $f(x) = \eta\mu x$)

Να συμπληρώσετε την ισότητα : $\eta\mu(-x) = -\eta\mu x$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$ (x σε rad)

Με βάση αυτήν την ισότητα επιλέξτε τη σωστή πρόταση

α) η $f(x) = \eta\mu x$ είναι άρτια

β) $f(x) = \eta\mu x$ είναι περιττή

γ) η $f(x) = \eta\mu x$ δεν είναι ούτε άρτια ούτε περιττή

Θέμα 3ο (ακρότατα , θέσεις ακροτάτων και σύνολο τιμών της $f(x) = \eta\mu x$)

Με βάση το ότι για κάθε γωνία x (x σε rad) ισχύει ότι $-1 \leq \eta\mu x \leq 1$ να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά

Μέγιστη τιμή της $f(x) = \eta\mu x$ είναι το 1

Οι θέσεις μεγίστου είναι $x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$

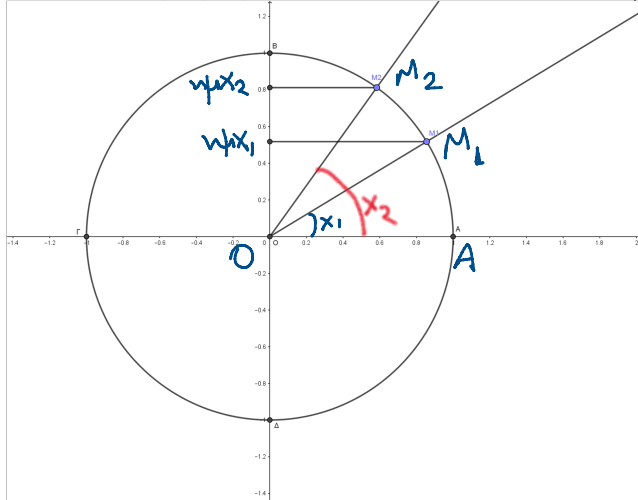
Ελάχιστη τιμή της $f(x) = \eta\mu x$ είναι το -1

Οι θέσεις ελαχίστου είναι $x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$

Το σύνολο τιμών της $f(x) = \eta\mu x$ είναι το $[-1, 1]$

Θέμα 4ο (μονοτονία της $f(x) = \eta\mu x$ στο $[0, 2\pi]$)

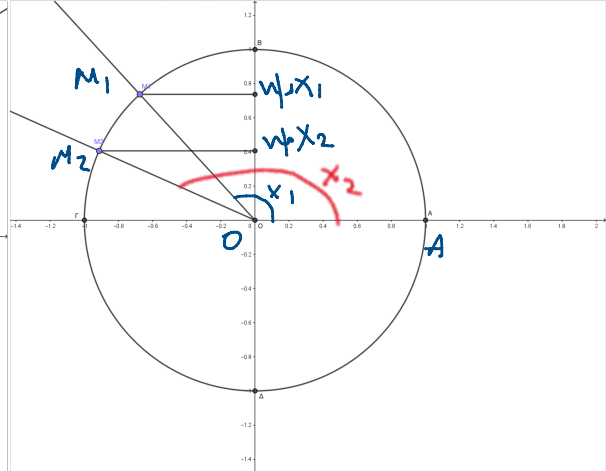
Στο παρακάτω σχήμα δίνεται ο τριγωνομετρικός κύκλος και δύο σημεία του στο 1ο τεταρτημόριο



Σημειώστε στο παραπάνω σχήμα τις γωνίες $\widehat{AOM_1} = x_1$, $\widehat{AOM_2} = x_2$

- να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες
η τεταγμένη του M_1 είναι ίση με $\eta\mu x_1$
η τεταγμένη του M_2 είναι ίση με $\eta\mu x_2$
- να τοποθετήσετε το κατάλληλο σύμβολο $<, >$ στα παρακάτω κενά
 x_1 ... x_2
 $\eta\mu(x_1)$... $\eta\mu(x_2)$
- Με δεδομένο το γεγονός ότι οι παραπάνω ανισότητες ισχύουν για τα τυχαία σημεία M_1, M_2 του τόξου $\widehat{AB}$ δηλαδή για κάθε $x_1, x_2 \in [0, \frac{\pi}{2}]$ ποιο είναι το συμπέρασμα για τη μονοτονία της $f(x) = \eta\mu x$ στο $[0, \frac{\pi}{2}]$
Απάντηση : $\uparrow$ $[0, \frac{\pi}{2}]$

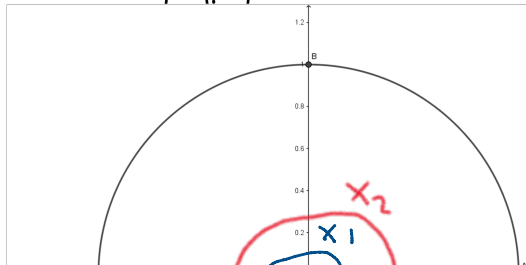
Στο παρακάτω σχήμα δίνεται ο τριγωνομετρικός κύκλος και δύο σημεία του στο 2ο τεταρτημόριο



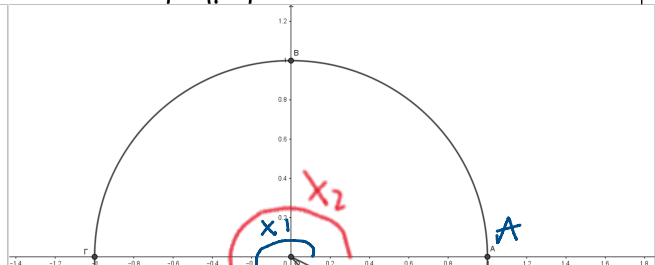
Σημειώστε στο παραπάνω σχήμα τις γωνίες $\widehat{AOM_1} = x_1$, $\widehat{AOM_2} = x_2$

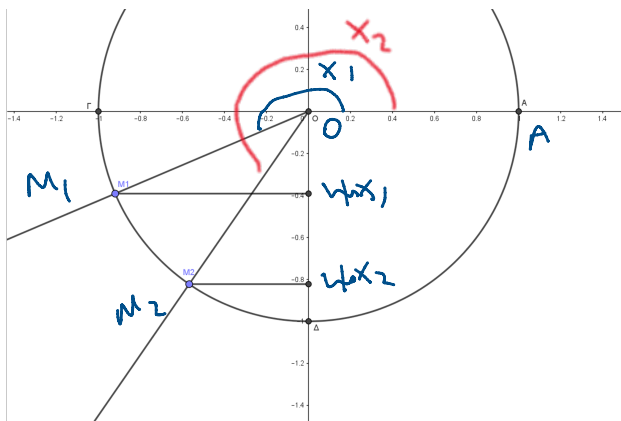
- να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες
η τεταγμένη του M_1 είναι ίση με $\eta\mu x_1$
η τεταγμένη του M_2 είναι ίση με $\eta\mu x_2$
- να τοποθετήσετε το κατάλληλο σύμβολο $<, >$ στα παρακάτω κενά
 x_1 ... x_2
 $\eta\mu(x_1)$... $\eta\mu(x_2)$
- Με δεδομένο το γεγονός ότι οι παραπάνω ανισότητες ισχύουν για τα τυχαία σημεία M_1, M_2 του τόξου $\widehat{BA}$ δηλαδή για κάθε $x_1, x_2 \in [\frac{\pi}{2}, \pi]$ ποιο είναι το συμπέρασμα για τη μονοτονία της $f(x) = \eta\mu x$ στο $[\frac{\pi}{2}, \pi]$
Απάντηση : $\downarrow$ $[\frac{\pi}{2}, \pi]$

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται ο τριγωνομετρικός κύκλος και δύο σημεία του στο 3ο τεταρτημόριο



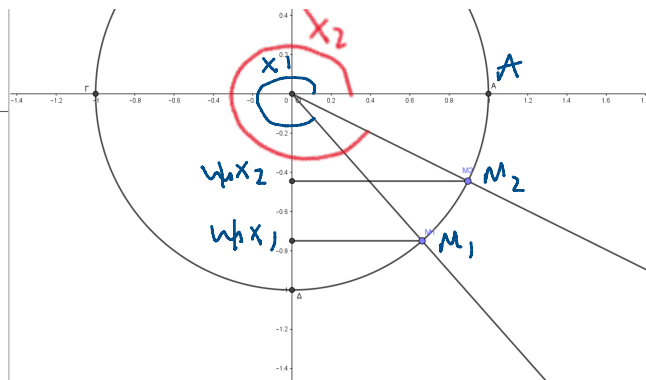
Στο παρακάτω σχήμα δίνεται ο τριγωνομετρικός κύκλος και δύο σημεία του στο 4ο τεταρτημόριο





Σημειώστε στο παραπάνω σχήμα τις γωνίες
 $\widehat{AOM}_1 = \chi_1$, $\widehat{AOM}_2 = \chi_2$

- να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες
 η τεταγμένη του M_1 είναι ίση με
 $\sin \chi_1$
 η τεταγμένη του M_2 είναι ίση με
 $\sin \chi_2$
- να τοποθετήσετε το κατάλληλο σύμβολο $<$, $>$ στα παρακάτω κενά
 χ_1 χ_2
 $\eta\mu(\chi_1)$ $\eta\mu(\chi_2)$
- Με δεδομένο το γεγονός ότι οι παραπάνω ανισότητες ισχύουν για τα τυχαία σημεία M_1, M_2 του τόξου $\widehat{BG}$ δηλαδή για κάθε $\chi_1, \chi_2 \in [\pi, \frac{3\pi}{2}]$ ποιο είναι το συμπέρασμα για τη μονοτονία της $f(\chi) = \eta\mu \chi$ στο $[\pi, \frac{3\pi}{2}]$
 Απάντηση : $\downarrow$ $[\pi, \frac{3\pi}{2}]$

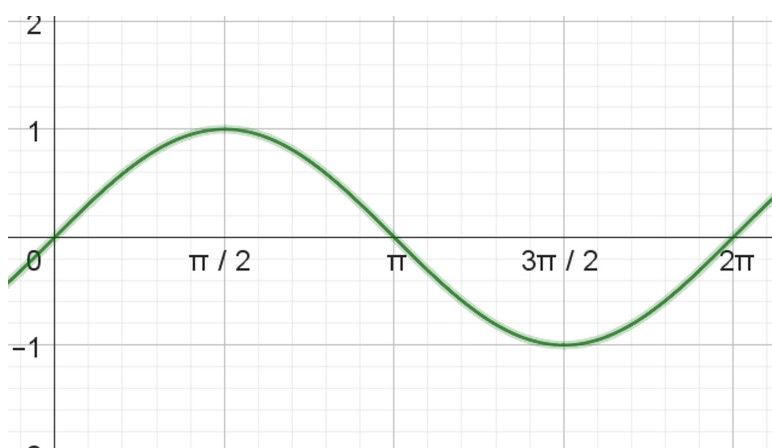


Σημειώστε στο παραπάνω σχήμα τις γωνίες

$\widehat{AOM}_1 = \chi_1$, $\widehat{AOM}_2 = \chi_2$

- να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες
 η τεταγμένη του M_1 είναι ίση με
 $\sin \chi_1$
 η τεταγμένη του M_2 είναι ίση με
 $\sin \chi_2$
- να τοποθετήσετε το κατάλληλο σύμβολο $<$, $>$ στα παρακάτω κενά
 χ_1 χ_2
 $\eta\mu(\chi_1)$ $\eta\mu(\chi_2)$
- Με δεδομένο το γεγονός ότι οι παραπάνω ανισότητες ισχύουν για τα τυχαία σημεία M_1, M_2 του τόξου $\widehat{BG}$ δηλαδή για κάθε $\chi_1, \chi_2 \in [\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$ ποιο είναι το συμπέρασμα για τη μονοτονία της $f(\chi) = \eta\mu \chi$ στο $[\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$
 Απάντηση : $\uparrow$ $[\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$

Θέμα 5ο Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών και να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της $f(\chi) = \eta\mu \chi$ στο $[0, 2\pi]$



χ	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\eta\mu \chi$	0	1	0	-1	0

