Μάθημα 29ο- Μελέτη εφχ - σφχ

Μελέτη και γραφική παράσταση της f(χ) = εφχ

- **Πεδίο ορισμού – σύνολο τιμών**

Με βάση το ότι $συνχ = 0 \Leftrightarrow χ = κπ + \frac{π}{2}$ $, κ \in \mathbb{Z}$ το πεδίο ορισμού της f(χ) = εφχ

είναι το σύνολο $A = \mathbb{R} - \left\{ χ = κπ + \frac{π}{2}, κ \in \mathbb{Z} \right\}$

Το σύνολο τιμών της f(χ) = εφχ είναι το $\mathbb{R}$ και ακρότατα δεν έχει.

- **Περίοδος** (περιοδικότητα της f(χ) = εφχ το χ σε rad)

Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες

$εφ(χ+π) =$ εφχ , $εφ(χ-π) =$ $εφ[-(π-x)] = -εφ(π-x) = -(-εφx) = εφx$

$f(x+π) = f(x)$ $f(x-π) = f(x)$

Με βάση αυτές τις ισότητες ποια είναι η περίοδος Τ της συνάρτηση f(χ) = εφχ

Απάντηση : Τ = π τη μελετάμε στο $\left(-\frac{π}{2}, \frac{π}{2}\right)$

- **Συμμετρίες**

Να συμπληρώσετε την ισότητα : $f(-χ) = εφ(-χ) =$ $-εφx = -f(x)$, για κάθε $χ \in A$

Με βάση αυτήν την ισότητα επιλέξτε τη σωστή πρόταση

α) η f(χ) = εφχ είναι άρτια

β) f(χ) = εφχ είναι περιττή → έχει κέντρο συμμετρίας το (0,0)

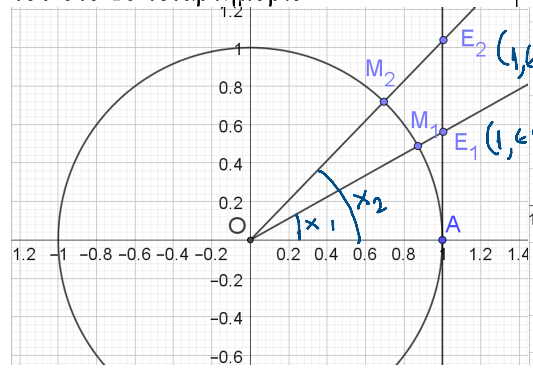
γ) η f(χ) = εφχ δεν είναι ούτε άρτια ούτε περιττή

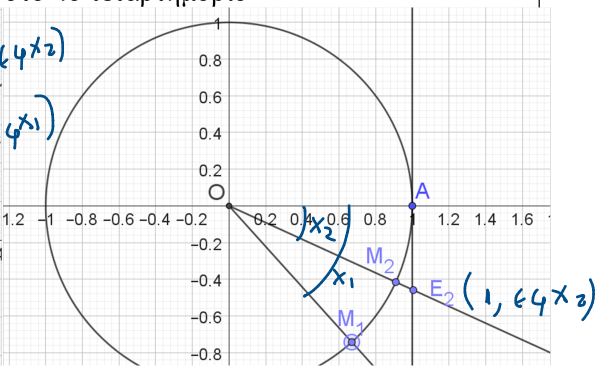
- **Κατακόρυφες ασύμπτωτες**

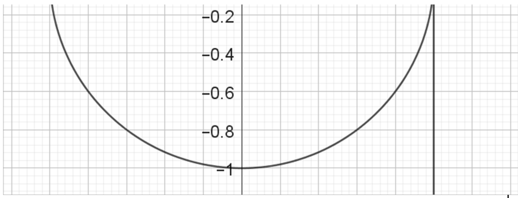
Όλες οι ευθείες της μορφής $χ = κπ + \frac{π}{2}$ $, κ \in \mathbb{Z}$

- **Μονοτονία** (μονοτονία της f(χ) = εφχ στο $\left(-\frac{π}{2}, \frac{π}{2}\right)$)

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται ο τριγωνομετρικός κύκλος και δύο σημεία του στο 1ο τεταρτημόριο	Στο παρακάτω σχήμα δίνεται ο τριγωνομετρικός κύκλος και δύο σημεία του στο 4ο τεταρτημόριο







Σημειώστε στο παραπάνω σχήμα τις γωνίες $A\hat{O}M_1 = \chi_1$, $A\hat{O}M_2 = \chi_2$

1. να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες

η τεταγμένη του E_1 είναι ίση με ……εφχ_1……

η τεταγμένη του E_2 είναι ίση με ……εφχ_2……

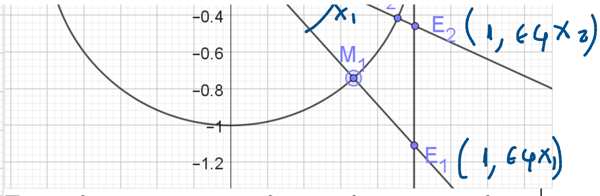
2. να τοποθετήσετε το κατάλληλο σύμβολο < , > στα παρακάτω κενά

   $\chi_1 \ldots < \ldots \chi_2$

   $\varepsilon\phi(\chi_1) \ldots < \ldots \varepsilon\phi(\chi_2)$

3. Με δεδομένο το γεγονός ότι οι παραπάνω ανισότητες ισχύουν για τα τυχαία σημεία M_1 , M_2 δηλαδή για κάθε $\chi_1, \chi_2 \in [0, \frac{\pi}{2})$ ποιο είναι το συμπέρασμα για τη μονοτονία της f(χ) = εφχ στο $[0, \frac{\pi}{2})$

   Απάντηση : f ↑



Σημειώστε στο παραπάνω σχήμα τις γωνίες $A\hat{O}M_1 = \chi_1$, $A\hat{O}M_2 = \chi_2$

1. να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες

η τεταγμένη του E_1 είναι ίση με ……εφχ_1……

η τεταγμένη του E_2 είναι ίση με ……εφχ_2……

2. να τοποθετήσετε το κατάλληλο σύμβολο < , > στα παρακάτω κενά

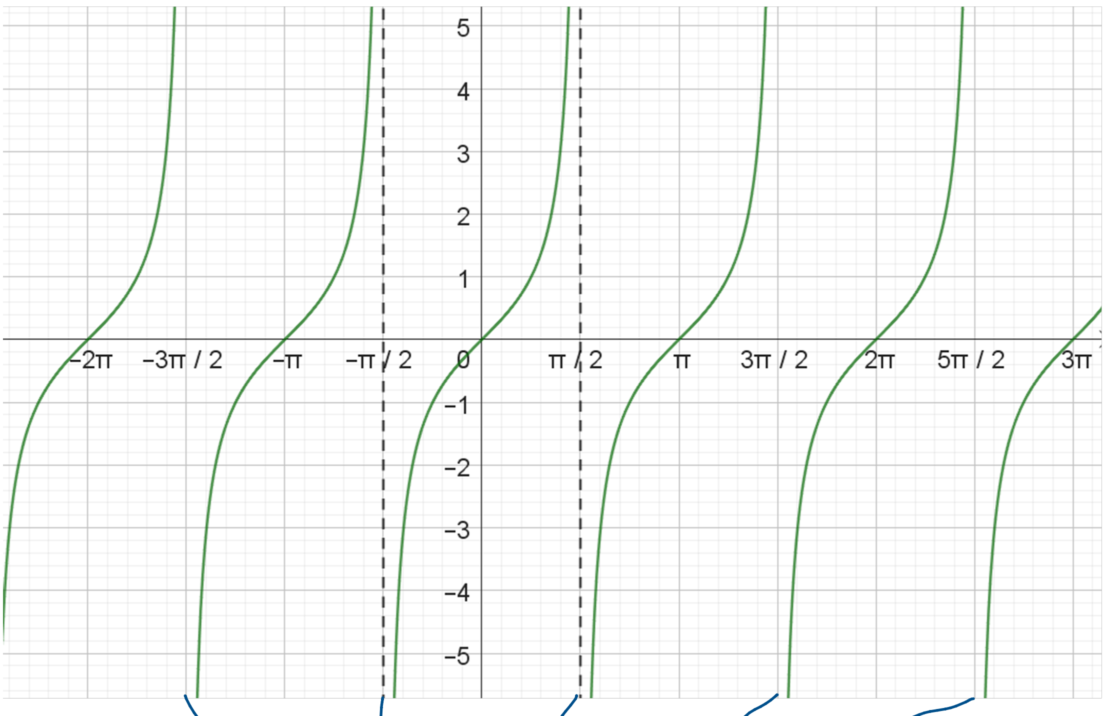
   $\chi_1 \ldots < \ldots \chi_2$ → επειδή είναι αρνητικές γωνίες μεγαλύτερη είναι αυτή που είναι λιγότερες μοίρες

   $\varepsilon\phi(\chi_1) \ldots < \ldots \varepsilon\phi(\chi_2)$

3. Με δεδομένο το γεγονός ότι οι παραπάνω ανισότητες ισχύουν για τα τυχαία σημεία M_1 , M_2 δηλαδή για κάθε $\chi_1, \chi_2 \in (-\frac{\pi}{2}, 0]$ ποιο είναι το συμπέρασμα για τη μονοτονία της f(χ) = εφχ στο $(-\frac{\pi}{2}, 0]$

   Απάντηση : f ↑

- **Γραφική παράσταση της** f(χ) = εφχ



κατακόρυφες ασύμπτωτες

Μελέτη και γραφική παράσταση της f(χ) = σφχ

- **Πεδίο ορισμού – σύνολο τιμών**

Με βάση το ότι $\eta\mu\chi = 0 \Leftrightarrow \chi = \kappa\pi \ \ ,\kappa \in \mathbb{Z}$ το πεδίο ορισμού της f(χ) = σφχ είναι το σύνολο $A = \mathbb{R} - \{\chi = \kappa\pi, \kappa \in \mathbb{Z}\}$

Το σύνολο τιμών της f(χ) = σφχ είναι το $\mathbb{R}$ και ακρότατα δεν έχει.

- **Περίοδος** (περιοδικότητα της f(χ) = σφχ το χ σε rad)

$\sigma\phi(\chi + \pi) =$ σφx , $\sigma\phi(\chi - \pi) =$ σφ[−(π−x)] = −σφ(π−x) = −(−σφx) = σφx

f(x+π) = f(x) f(x−π) = f(x)

Με βάση αυτές τις ισότητες η περίοδός T = π

τη μελετάμε στο (0, π)

- **Συμμετρίες**

Να συμπληρώσετε την ισότητα : $f(-\chi) = \sigma\phi(-\chi) =$ −σφx = −f(x), για κάθε χ∈ A

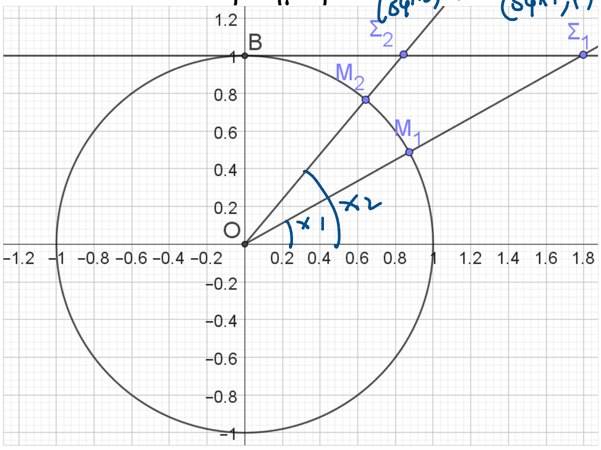
Με βάση αυτήν την ισότητα f(χ) = σφχ είναι περιττή

- **Κατακόρυφες ασύμπτωτες**

Όλες οι ευθείες της μορφής $\chi = \kappa\pi \ ,\kappa \in \mathbb{Z}$

- **Μονοτονία** (μονοτονία της f(χ) = σφχ στο $(0,\pi)$)

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται ο τριγωνομετρικός κύκλος και δύο σημεία του στο 1ο τεταρτημόριο



Σημειώστε στο παραπάνω σχήμα τις γωνίες $A\hat{O}M_1 = \chi_1$, $A\hat{O}M_2 = \chi_2$

1. να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες

η τετμημένη του Σ_1 είναι ίση με σφx1.

η τετμημένη του Σ_2 είναι ίση με σφx2.

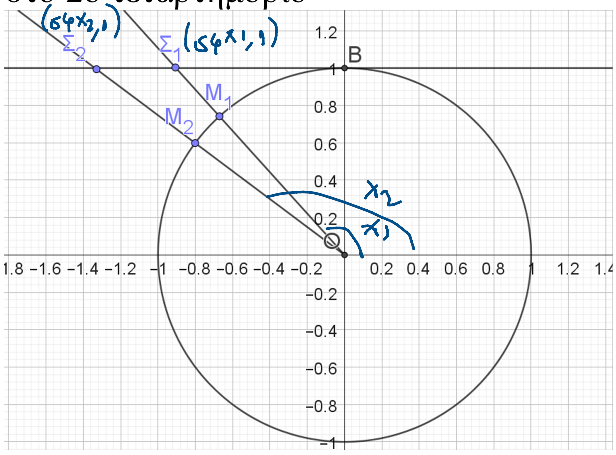
να τοποθετήσετε το κατάλληλο σύμβολο <, > στα παρακάτω

$$\chi_1 < \chi_2 \quad , \quad \sigma\phi(\chi_1) > \sigma\phi(\chi_2)$$

2. Με δεδομένο το γεγονός ότι οι παραπάνω ανισότητες ισχύουν για τα τυχαία σημεία M_1 , M_2 δηλαδή για κάθε $\chi_1, \chi_2 \in (0, \frac{\pi}{2}]$ ποιο είναι το συμπέρασμα για τη μονοτονία της f(χ) = σφχ στο $(0, \frac{\pi}{2}]$

   Απάντηση : f ↓

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται ο τριγωνομετρικός κύκλος και δύο σημεία τ στο 2ο τεταρτημόριο



Σημειώστε στο παραπάνω σχήμα τις γωνίε

$A\hat{O}M_1 = \chi_1$, $A\hat{O}M_2 = \chi_2$

1. να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες

η τετμημένη του Σ_1 είναι ίση με σφx1...

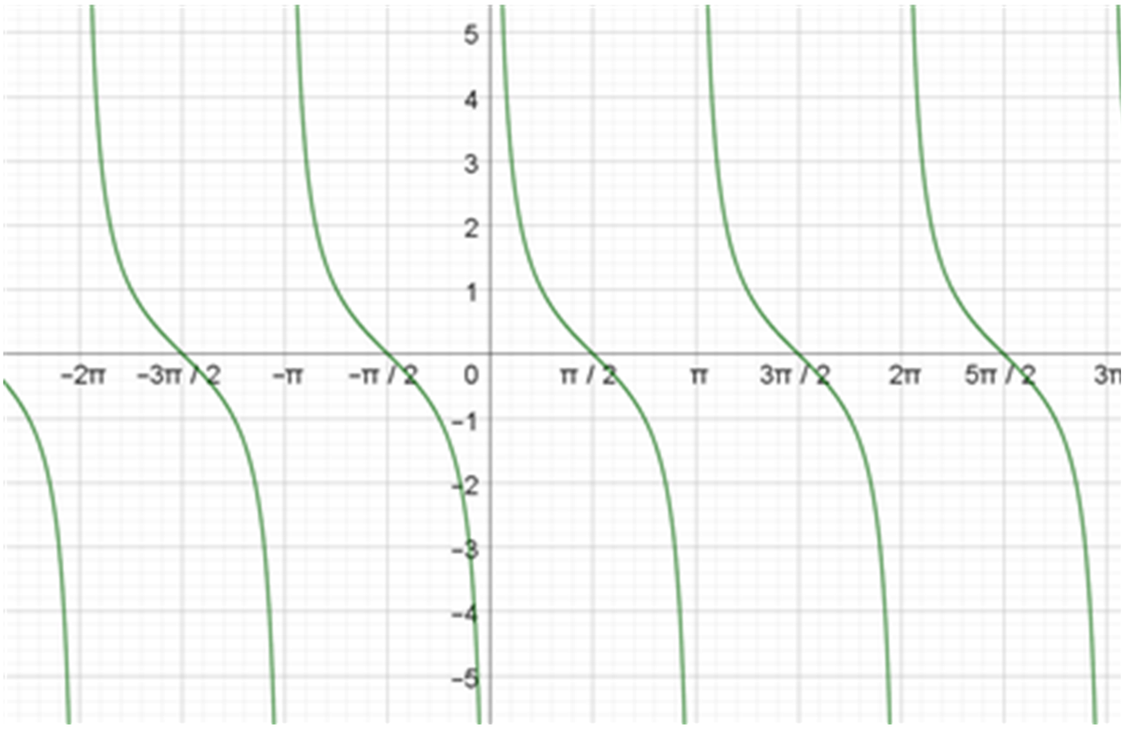
τετμημένη του Σ_2 είναι ίση με σφx2. ν

τοποθετήσετε το κατάλληλο σύμβολο <, >

$$\chi_1 < \chi_2 \quad , \quad \sigma\phi(\chi_1) > \sigma\phi(\chi_2)$$

2. Με δεδομένο το γεγονός ότι οι παραπάνω ανισότητες ισχύουν για τυχαία σημεία M_1 , M_2 δηλαδή γι κάθε $\chi_1, \chi_2 \in [\frac{\pi}{2}, \pi)$ ποιο είναι το συμπέρασμα για τη μονοτονία της f(χ) = σφχ στο $[\frac{\pi}{2}, \pi)$

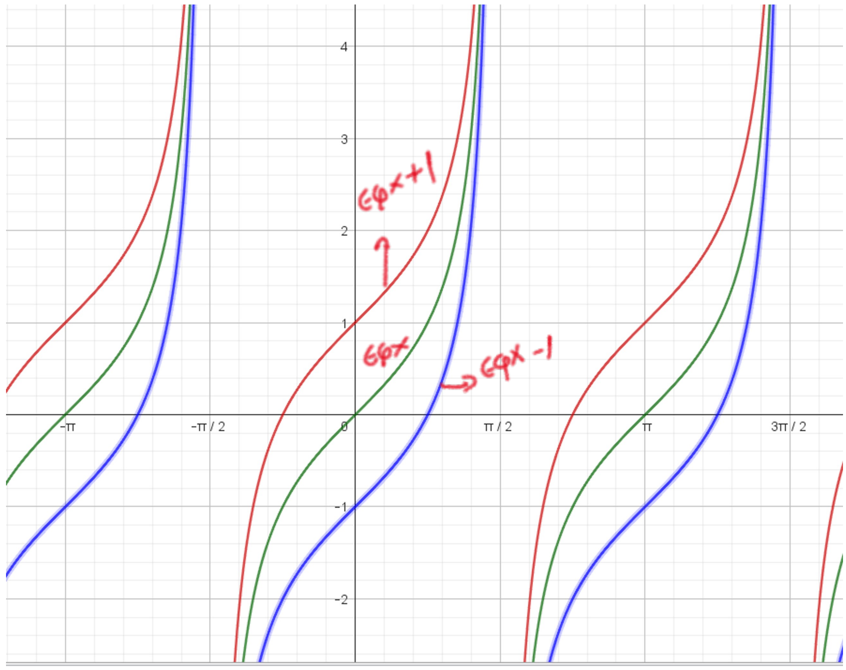
   Απάντηση : f ↓

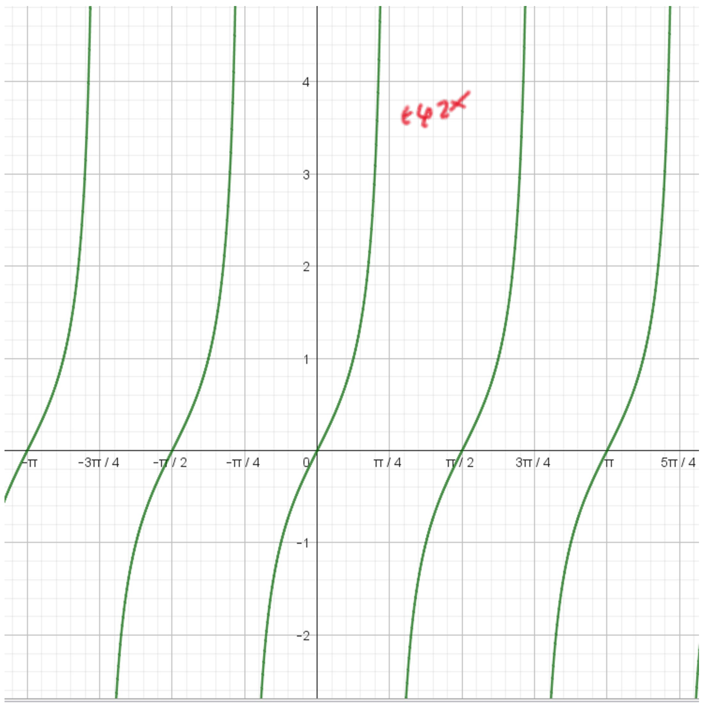


$$\varepsilon\varphi\left(x+\frac{\pi}{2}\right) = -\sigma\varphi x \Leftrightarrow$$

$$\sigma\varphi x = -\varepsilon\varphi\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$$

Δηλαδή αν μετατοπίσουμε την εφx οριζόντια κατά $\frac{\pi}{2}$ αριστερά και στη συνέχεια πάρουμε τη συμμετρική της ως προς xx' προκύπτει η σφx





$f(x) = εφ2x \quad , \; x \neq k\pi + \frac{\pi}{4}$

$T = \frac{\pi}{2}$

Κατακόρυφες ασύμπτωτες οι ευθείες της μορφής

$x = k\pi + \frac{\pi}{4}, \; k \in \mathbb{Z}$