

3. Με τη βοήθεια του σχήματος Horner μόνο, να αποδείξετε ότι το πολυώνυμο $P(x) = 2x^4 - 6x^3 + 5x^2 - 3x + 2$ διαιρείται με το $(x-1)(x-2)$ και να βρείτε το πηλίκο.

10. πρόο $(x-1)(x-2) = x^2 - 2x - x + 2 = x^2 - 3x + 2$

$$\begin{array}{r|l} 2x^4 - 6x^3 + 5x^2 - 3x + 2 & x^2 - 3x + 2 \\ -2x^4 + 6x^3 - 4x^2 & 2x^2 + 1 \\ \hline & x^2 - 3x + 2 \\ & -x^2 + 3x - 2 \\ \hline & 0 \end{array} \quad \pi(x) = 2x^2 + 1$$

2. zu 2. Punkt

		$P(x) : (x-1)$				
2		-6	5	-3	2	1
		2	-4	1	-2	
2		-4	1	-2	0	

$P(x) = (x-1)(2x^3 - 4x^2 + x - 2)$

$$\begin{array}{ccc|cc} 2 & -4 & 1 & -2 & 2 \\ & 4 & 0 & 2 & \\ 2 & 0 & 1 & 0 & \end{array} \quad p(x) = (x-1)(x-2)(2x^2+1)$$

5. Να υπολογίσετε τους $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, για τους οποίους το $P(x) = \alpha x^{v+1} + \beta x^v + 1$ έχει παράγοντα το $(x-1)^2$.

Graphon für $v=3$ $\delta_{n \geq a} \sin$ $P(x) = ax^4 + bx^3 + 1$

10 τρόπος

$$\begin{array}{r}
 ax^4 + bx^3 + 0x^2 + 0x + 1 \quad | \quad x^2 - 2x + 1 \\
 \underline{-ax^4 + 2ax^3 - ax^2} \quad | \quad - 2x + 1 \\
 (b+2a)x^3 - ax^2 + 0x + 1 \quad | \quad - 2x + 1 \\
 \underline{-(b+2a)x^3 + 2(b+2a)x^2 - (b+2a)x} \quad | \quad - 2x + 1 \\
 (2b+3a)x^2 - (b+2a)x + 1 \quad | \quad - 2x + 1 \\
 \underline{-(2b+3a)x^2 + 2(2b+3a)x - (2b+3a)} \quad | \quad - 2x + 1 \\
 (3b+4a)x + 1 - 2b - 3a
 \end{array}$$

Πρέπει να αρκεί $(3b+4a)x + 1-2b-3a=0$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} 3b+4a &= 0 \quad \text{και} \quad 1-2b-3a=0 \xrightarrow{(1)} \\ \boxed{b = -\frac{4a}{3}} \quad (1) \quad & 1-2\left(-\frac{4a}{3}\right)-3a=0 \Rightarrow \\ & 3+8a-9a=0 \Rightarrow \boxed{a=3} \\ (1) \Rightarrow \boxed{b=-4} \end{aligned}$$

2ο ζήτημα / με διαδοχική Horner

$$P(x) : (x-1)$$

$$\begin{array}{cccc|c|c} a & b & 0 & 0 & 1 & 1 \\ & a & a+b & a+b & a+b & \\ 0 & a+b & a+b & a+b & a+b+1 & \end{array}$$

Πρέπει $\boxed{a+b+1=0} \quad (1)$

$$\begin{array}{ccc|c|c} 0 & a+b & a+b & a+b & 1 \\ & a & 2a+b & 3a+2b & \\ a & 2a+b & 3a+2b & 4a+3b & \end{array}$$

Πρέπει $\boxed{4a+3b=0} \quad (2)$

$$(1), (2) \Rightarrow a=3, b=-4$$

6. Να βρείτε τα $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ για τα οποία το πολυώνυμο $x^5 + 3x^2 + \alpha x + \beta$, διαιρούμενο με το $x^2 - 2$, δίνει υπόλοιπο $5x+8$.

1ο ζήτημα /

$$\begin{array}{r|l} x^5 + 3x^2 + \alpha x + \beta & x^2 - 2 \\ -x^5 + 2x^3 & \\ \hline 2x^3 + 3x^2 + \alpha x + \beta & \\ -2x^3 & \\ \hline 3x^2 + (\alpha+4)x + \beta & \\ -3x^2 & \\ \hline (\alpha+4)x + \beta + 6 & \end{array}$$

Πρέπει να αρκεί

$$(\alpha+4)x + \beta + 6 = 5x + 8, \quad \text{για κάθε } x \in \mathbb{R}$$

$$\alpha+4=5 \quad \text{και} \quad \beta+6=8$$

$$\boxed{\alpha=1}$$

$$\boxed{\beta=2}$$

2ο ζήτημα /

$$P(x) = (x^2-2) \Pi(x) + 5x+8, \quad \text{για κάθε } x \in \mathbb{R}$$

$$\text{για } x = \sqrt{2} : P(\sqrt{2}) = (\sqrt{2}^2-2) \Pi(\sqrt{2}) + 5\sqrt{2}+8 \Rightarrow$$

$$\sqrt{2}^5 + 3\sqrt{2}^2 + \alpha\sqrt{2} + \beta = 0 + 5\sqrt{2}+8 \Rightarrow$$

$$4\sqrt{2} + 6 + \alpha\sqrt{2} + \beta = 5\sqrt{2}+8 \Rightarrow \boxed{\alpha\sqrt{2} + \beta = \sqrt{2}+2} \quad (1)$$

$$\text{για } x = -\sqrt{2} : P(-\sqrt{2}) = ((-\sqrt{2})^2-2) \Pi(-\sqrt{2}) + 5(-\sqrt{2})+8$$

$$(-\sqrt{2})^5 + 3(-\sqrt{2})^2 - \alpha\sqrt{2} + \beta = 0 - 5\sqrt{2}+8$$

$$8) a \quad x = -\sqrt{2} : \quad f(-\sqrt{2}) = (-\sqrt{2})^5 - 2(-\sqrt{2}) + 5(-\sqrt{2})^2 + 0$$

$$(-\sqrt{2})^5 + 3(-\sqrt{2})^2 - a\sqrt{2} + b = 0 \quad -5\sqrt{2} + 8$$

$$-4\sqrt{2} + 6 - a\sqrt{2} + b = -5\sqrt{2} + 8 \Rightarrow \boxed{-a\sqrt{2} + b = -\sqrt{2} + 2} \quad (2)$$

$$(1) + (2) \Rightarrow 2b = 4 \Rightarrow \boxed{b = 2} \quad \text{then } (1) \Rightarrow \boxed{a = 1}$$