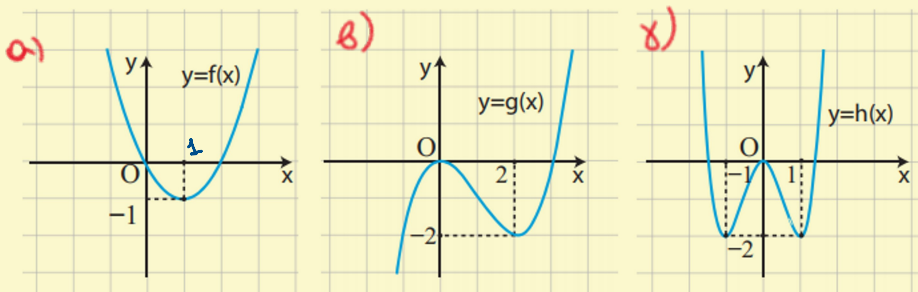


### Α' ΟΜΑΔΑ

1) Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία καθεμιά από τις παρακάτω συναρτήσεις είναι:

α) γνησίως αύξουσα και β) γνησίως φθίνουσα.



2) Να προσδιορίσετε τα ολικά ακρότατα των συναρτήσεων της προηγούμενης άσκησης, καθώς και τις θέσεις των ακροτάτων αυτών.

α)  $f \downarrow (-\infty, 1]$   
 $f \uparrow [1, +\infty)$   
 ελάχιστο το -1  
 θέση ελαχίστου το 1  
 μέγιστο δεν έχει

β)  $f \uparrow (-\infty, 0]$   
 $f \downarrow [0, 2]$   
 $f \uparrow [2, +\infty)$   
 ακρότατα δεν έχει

γ)  $f \downarrow (-\infty, -1]$   
 $f \uparrow [-1, 0]$   
 $f \downarrow [0, 1]$   
 $f \uparrow (1, +\infty)$   
 ελάχιστο το -2  
 θέση ελαχίστου το -1 και το 1  
 μέγιστο δεν έχει

3) Να δείξετε ότι:

i) Η συνάρτηση  $f(x) = x^2 - 6x + 10$  παρουσιάζει ελάχιστο για  $x=3$ .

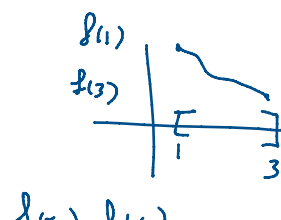
ii) Η συνάρτηση  $g(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$  παρουσιάζει μέγιστο για  $x=1$ .

i) Α.ν.Σ.Ο.  $f(x) \geq f(3) \Leftrightarrow x^2 - 6x + 10 \geq 1 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 \geq 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 \geq 0$  που ισχύει για κάθε  $x \in \mathbb{R}$

ii) Αντί  $g(x) \leq g(1) \Leftrightarrow \frac{2x}{x^2 + 1} \leq 1 \Leftrightarrow \frac{x^2 + 1}{x^2 + 1} \leq \frac{x^2 + 1}{x^2 + 1} \Leftrightarrow 2x \leq x^2 + 1 \Leftrightarrow 0 \leq x^2 + 1 - 2x \Leftrightarrow 0 \leq (x-1)^2$  που ισχύει για κάθε  $x \in \mathbb{R}$

**Θέμα 1<sup>ο</sup>** Ερωτήσεις τύπου Σωστό ή Λάθος

- Αν  $f(x) \geq 5$  για κάθε  $x$  στο πεδίο ορισμού τότε το 5 είναι σίγουρα ελάχιστο της  $f$
- Αν  $f$  μια ορισμένη και γνησίως φθίνουσα συνάρτηση στο διάστημα  $[1, 3]$  τότε είναι σίγουρο ότι να ανήκει παρουσιάζει ελάχιστο στο 3 που είναι το  $f(3)$  και μέγιστο στο 1 που είναι το  $f(1)$ .
- Δίνεται συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού ένα διάστημα  $\Delta$ . Αν ο λόγος  $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$  είναι αρνητικός για κάθε  $x_1, x_2 \in \Delta$ , με  $x_1 \neq x_2$ , τότε η συνάρτηση είναι γνησίως φθίνουσα στο  $\Delta$ .
- Αν μία συνάρτηση  $f$  είναι γνησίως αύξουσα και έχει ρίζα τον αριθμό 2 τότε  $f(0) < 0$
- Αν η  $f$  διέρχεται από τα σημεία  $(3, 2)$  και  $(4, 5)$  τότε είναι γνησίως αύξουσα.



$f(0) < 0 \quad \sum \quad 0 < 2 \xrightarrow{f(2)} f(0) < f(2) \Rightarrow f(0) < 0 \quad \rightarrow f(2) = 0$

5. Αν η  $f$  διέρχεται από τα σημεία  $(3,2)$  και  $(4,5)$  τότε είναι γνησίως αύξουσα.

$$\begin{array}{l|l} (3,2) \in G \Rightarrow f(3)=2 & 3 < 4 \\ (4,5) \in G \Rightarrow f(4)=5 & \text{και} \\ & f(3) < f(4) \end{array} \Rightarrow \text{η } f \text{ δεν είναι γνησίως φθίνουσα}$$

$$\begin{array}{c} \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < 0 \Rightarrow \\ f(x_1) - f(x_2), x_1 - x_2 \text{ ετερόσημα} \\ \begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ x_1 < x_2 & x_1 > x_2 \\ f(x_1) > f(x_2) & f(x_1) < f(x_2) \end{array} \end{array}$$