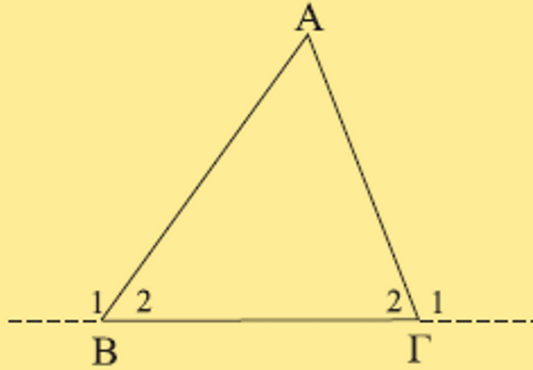


Ασκήσεις Εμπέδωσης

1. Στο παρακάτω σχήμα είναι $\hat{B}_1 > \hat{\Gamma}_1$. Να αποδείξετε ότι $\hat{B}_1 > 90^\circ$.



$$\hat{B}_1 > \hat{\Gamma}_1 \text{ (υποθεση)}$$

$$\hat{\Gamma}_1 > \hat{B}_2 \text{ (α } \hat{\Gamma}_1 \text{ είναι εξωτερικός στο } \triangle AB\Gamma)$$

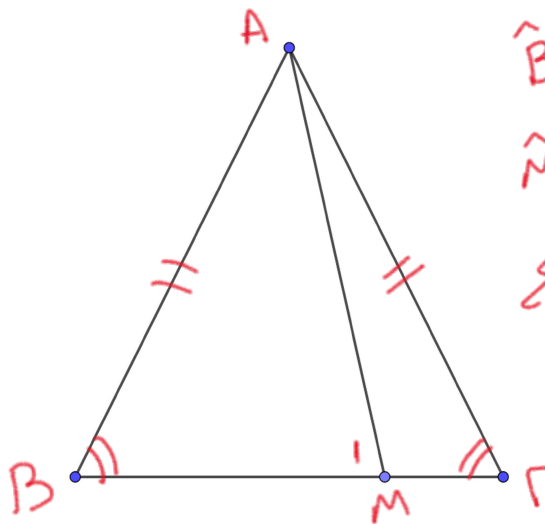
$$\text{Συνεπώς } \hat{B}_1 > \hat{B}_2 \Rightarrow$$

$$\hat{B}_1 > 180^\circ - \hat{B}_1 \Rightarrow$$

$$\hat{B}_1 + \hat{B}_1 > 180^\circ \Rightarrow$$

$$2\hat{B}_1 > 180^\circ \Rightarrow \hat{B}_1 > 90^\circ$$

5. Αν M σημείο της βάσης $B\Gamma$ ισοσκελούς τριγώνου $AB\Gamma$, να αποδείξετε ότι $AM < AB$.



$$\hat{B} = \hat{\Gamma} \text{ (} AB = AG \text{)}$$

$$\hat{M}_1 > \hat{\Gamma} \text{ (διότι } \hat{M}_1 \text{ είναι εξωτερικός στο } \triangle AM\Gamma)$$

$$\text{Συνεπώς } \hat{M}_1 > \hat{B} \text{ οπότε}$$

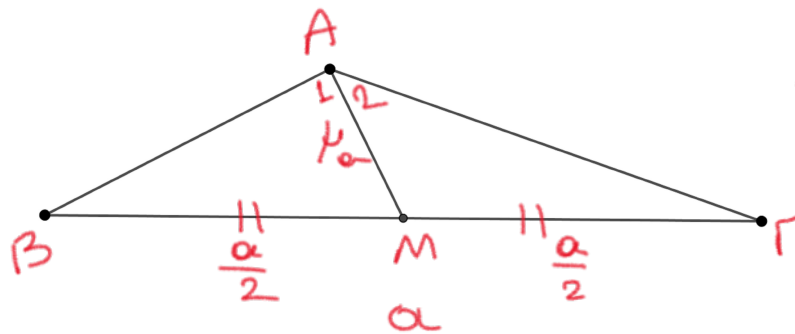
$$\text{στο } \triangle ABM \text{ είναι}$$

$$\hat{M}_1 > \hat{B} \Rightarrow \boxed{AB > AM}$$

Αποδεικτικές Ασκήσεις.

1. Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει $\mu_a < \frac{a}{2}$, να αποδείξετε ότι

$\hat{A} > \hat{B} + \hat{\Gamma}$. Τι ισχύει όταν $\mu_a = \frac{a}{2}$ ή $\mu_a > \frac{a}{2}$;



$$\mu_a = AM < \frac{a}{2} = BM \Rightarrow$$

$$AM < BM \xrightarrow{\hat{A}_1 \hat{B}} \hat{B} < \hat{A}_1, (1)$$

$$AM < MG \xrightarrow{\hat{A}_2 \hat{\Gamma}} \hat{\Gamma} < \hat{A}_2, (2)$$

$$(1) + (2) \Rightarrow \hat{B} + \hat{\Gamma} < \hat{A}_1 + \hat{A}_2$$

$$\Rightarrow \boxed{\hat{B} + \hat{\Gamma} < \hat{A}}$$

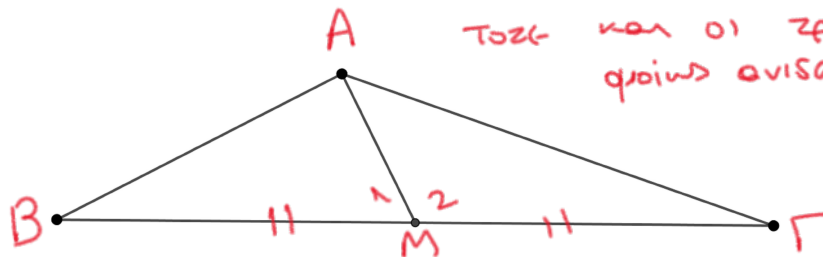
Αν $\mu_a > \frac{a}{2}$ τότε $\hat{B} + \hat{\Gamma} > \hat{A}$

Αν $\mu_a = \frac{a}{2}$ τότε $\hat{B} + \hat{\Gamma} = \hat{A}$

2. Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$ και M το μέσο της $B\Gamma$. Να αποδείξετε ότι $\hat{A}\hat{M}\hat{\Gamma} > \hat{A}\hat{M}\hat{B}$.

Εφαρμογή 3 $\rightarrow$ Αν δύο τρίγωνα έχουν 2 πλευρές ίσες
552.62 και τις περιεχόμενες σ' αυτές γωνίες ανισώ

τότε και οι τρίτες πλευρές θα 'ναι
φοινω ανισώ



Τα $\triangle ABM, \triangle A\Gamma M$ έχουν

$BM = MG$ (μέσο $B\Gamma$)

AM κοινή

$AB < A\Gamma$ οπότε

$\hat{M}_1 < \hat{M}_2$ ή $\hat{A}\hat{M}\hat{B} < \hat{A}\hat{M}\hat{\Gamma}$