

2. Δίνεται κύκλος (O, ρ) , μία διάμετρος του AB και οι εφαπτόμενες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ του κύκλου στα A, B . Αν μια τρίτη εφαπτομένη ε τέμνει τις $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ στα Γ, Δ , να αποδείξετε ότι $\widehat{\Gamma\hat{O}\Delta} = 90^\circ$.

$\widehat{O}_1 = \widehat{O}_2$ (1) διότι $\Gamma A \Gamma M$
εφαπτόμενα τμήματα
και ΓO διακεντρική ευθεία

$\widehat{O}_3 = \widehat{O}_4$ (2) διότι $\Delta B \Delta M$
εφαπτόμενα τμήματα
και ΔO διακεντρική
ευθεία

$\widehat{O}_1 + \widehat{O}_2 + \widehat{O}_3 + \widehat{O}_4 = 180^\circ \xrightarrow{(1)} \xrightarrow{(2)}$
 $\widehat{O}_2 + \widehat{O}_2 + \widehat{O}_3 + \widehat{O}_3 = 180^\circ \Rightarrow 2\widehat{O}_2 + 2\widehat{O}_3 = 180^\circ \Rightarrow 2(\widehat{O}_2 + \widehat{O}_3) = 180^\circ \Rightarrow$
 $\widehat{O}_2 + \widehat{O}_3 = 90^\circ \Rightarrow \Gamma\hat{O}\Delta = 90^\circ$

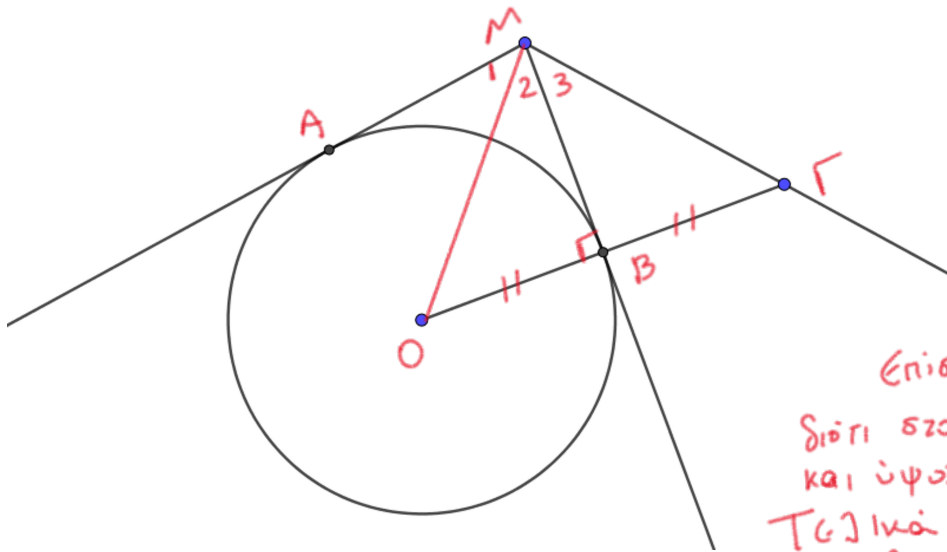
1. Να αποδείξετε ότι δύο σημεία μίας εφαπτομένης κύκλου, τα οποία ισαπέχουν από το σημείο επαφής, απέχουν ίση απόσταση από τον κύκλο.

Αρκεί να δείξω ότι $BD = GE$

Φέρνω την ακτίνα OA
που επειδή καταλήγει στο
σημείο επαφής είναι $OA \perp \varepsilon$

Στο $\triangle BGD$, OA διάμεσος και
ύψος οπότε $\triangle BGD$ ισοσκελές με
 $OB = OG$. Όμως $OD = OE$ ως ακτίνες
οπότε τελικά $BD = GE$ ως
διαφορά ίσων τμημάτων

2. Από σημείο M εξωτερικό του κύκλου (O,R) φέρουμε τις εφαπτόμενες MA, MB του κύκλου. Προεκτείνουμε το OB κατά ίσο τμήμα $B\Gamma$. Να αποδείξετε ότι η γωνία $\hat{A}\hat{M}\hat{\Gamma}$ είναι τριπλάσια της $\hat{B}\hat{M}\hat{\Gamma}$.



Φέρνουμε την OM .
 $\hat{M}_1 = \hat{M}_2$ ⁽¹⁾ διότι
 MA, MB εφαπτόμενες
 τμήματα και OM
 διακεντρική ενθρία
 (επίσης) $\hat{M}_2 = \hat{M}_3$ (2)
 διότι στο $\triangle M\hat{O}\hat{\Gamma}$, MB διυρέσει
 και ύψος άρα και διχοτόμος.
 Τέλος $\hat{A}\hat{M}\hat{\Gamma} = \hat{M}_1 + \hat{M}_2 + \hat{M}_3 \stackrel{(1),(2)}{=} \underline{\underline{= \hat{M}_3 + \hat{M}_3 + \hat{M}_3 = 3\hat{M}_3 = 3\hat{B}\hat{M}\hat{\Gamma}}}$