

Μάθημα 21ο - Λύση εργασίας

Θέμα 1°

Ερωτήσεις τύπου Σ – Λ

1. Η κοινή χορδή δύο τεμνόμενων κύκλων είναι πάντα μεσοκάθετος της διακέντρου των δύο κύκλων *μόνο όταν οι κύκλοι είναι ίσοι* Σ Λ
2. Η ακτίνα που καταλήγει στο σημείο επαφής είναι πάντα κάθετη στην εφαπτομένη του κύκλου Σ Λ
3. Τα εφαπτόμενα τμήματα από σημείο εκτός κύκλου είναι ίσα Σ Λ
4. Η διακεντρική ευθεία διχοτομεί τη γωνία (κυρτή) που σχηματίζουν οι ακτίνες που καταλήγουν στα σημεία επαφής Σ Λ
5. Η διακεντρική ευθεία διχοτομεί το τόξο (κυρτό) με άκρα τα σημεία επαφής Σ Λ
6. Η διακεντρική ευθεία διχοτομεί τη γωνία που σχηματίζουν τα εφαπτόμενα τμήματα Σ Λ
7. Το σημείο επαφής δύο εφαπτόμενων εξωτερικά κύκλων είναι πάντα πάνω στη διάκεντρο των δύο κύκλων Σ Λ
8. Η διακεντρική ευθεία είναι μεσοκάθετος της χορδής με άκρα τα σημεία επαφής Σ Λ

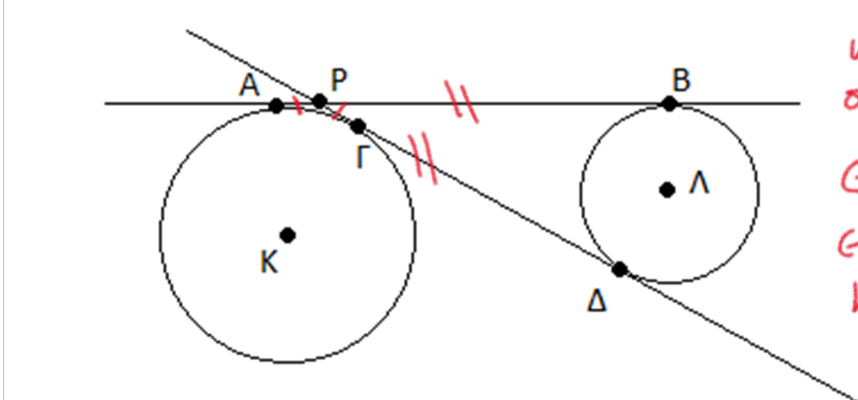
Θέμα 2°

Έστω οι κύκλοι $(K, 4)$ και $(\Lambda, 6)$. Να βρείτε τη σχετική τους θέση στις παρακάτω περιπτώσεις:

- $R + r = 10, R - r = 2$*
- Αν $KL = 8$ τότε οι κύκλοι *τεμνονται αφού $R - r < KL < R + r$*
- Αν $KL = 12$ τότε οι κύκλοι *ο ένας εξωτερικώς του άλλου αφού $KL > R + r$*
- Αν $KL = 2$ τότε οι κύκλοι *εφάπτονται εσωτερικά αφού $KL = R - r$*
- Αν $KL = 1$ τότε οι κύκλοι *ο ένας στο εσωτερικό του άλλου αφού $KL < R - r$*
- Αν $KL = 10$ τότε οι κύκλοι *εφάπτονται εξωτερικά αφού $KL = R + r$*

Θέμα 3°

Στο παρακάτω σχήμα να δείξετε ότι $\Gamma\Delta = PB - PA$

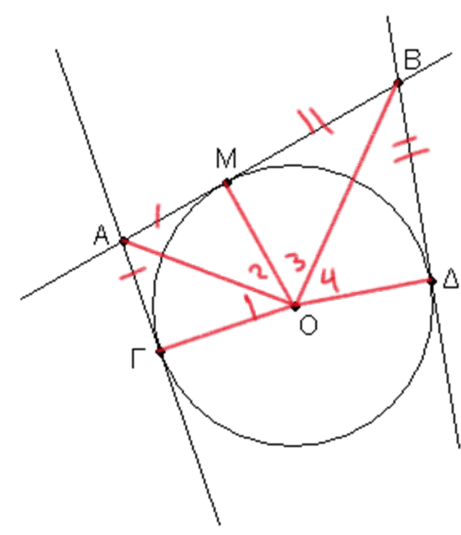


Είναι $PD = PB$ (1)
 ως εφαπτόμενα τμήματα
 στον κύκλο κέντρο Λ.
 Επίσης $PA = P\Gamma$ (2) ως
 εφαπτόμενα τμήματα στον
 κύκλο κέντρο Κ.
 Οπότε $\Gamma\Delta = PD - P\Gamma \xrightarrow[(2)]{(1)}$

$$\Gamma\Delta = PB - PA$$

Θέμα 4°

Στο παρακάτω σχήμα να δείξετε ότι : α) $AB = A\Gamma + B\Delta$, β) $\widehat{AOB} = \widehat{AOG} + \widehat{BOD}$



$$\alpha) AB = AM + BM \quad (1)$$

Ομως $AM = A\Gamma$ (2) , $BM = B\Delta$ (3)
 ως εφαπτόμενα τμήματα

$$\text{Απο (1), (2), (3)} \Rightarrow AB = A\Gamma + B\Delta$$

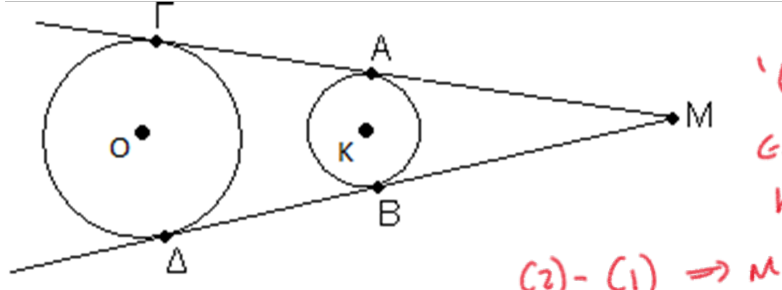
$$\beta) \widehat{AOB} = \widehat{AOM} + \widehat{MOB} = \widehat{\alpha_2} + \widehat{\alpha_3} \quad (1)$$

Οπως $\widehat{\alpha_1} = \widehat{\alpha_2}$ (2) αφού $A\Gamma, AM$ εφαπτόμενα
 τμήματα και $\widehat{\alpha_3} = \widehat{\alpha_4}$ (3) αφού $BM, B\Delta$
 εφαπτόμενα τμήματα

$$(1) \xrightarrow[(2)]{(3)} \widehat{AOB} = \widehat{\alpha_1} + \widehat{\alpha_4} = \widehat{AOG} + \widehat{BOD}$$

Θέμα 5°

Στο παρακάτω σχήμα οι ευθείες $ΜΑΓ$ και $ΜΒΔ$ εφάπτονται στους κύκλους με κέντρα $Ο$ και $Κ$. Να δείξετε ότι : α) $ΑΓ = ΒΔ$ β) $Ο, Κ, Μ$ συνευθειακά



α) $ΜΑ = ΜΒ$ ⁽¹⁾ ως εφαπτόμενα τμήματα στον κύκλο κέντρου $Κ$

Όμοια $ΜΓ = ΜΔ$ (2) ως εφαπτόμενα τμήματα στον κύκλο κέντρου $Ο$.

$$(2) - (1) \Rightarrow ΜΓ - ΜΑ = ΜΑ - ΜΒ \Rightarrow \boxed{ΑΓ = ΒΔ}$$

β) $ΚΜ$ διχοτομώ τῆς $\hat{Μ}$ αφού $ΜΑ, ΜΒ$ εφαπτόμενα τμήματα στον κύκλο κέντρου $Κ$

$ΜΟ$ διχοτομώ τῆς $\hat{Μ}$ αφού $ΜΓ, ΜΔ$ εφαπτόμενα τμήματα στον κύκλο κέντρου $Ο$

Όμως η γωνία $\hat{Μ}$ έχει μοναδική διχοτόμο οπότε $ΚΜ, Ο$ συνευθειακά