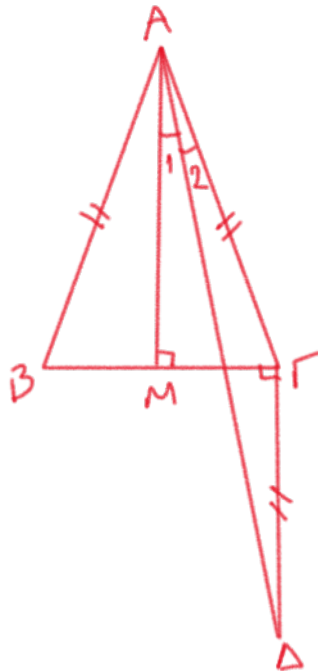


Αποδεικτικές Ασκήσεις

1. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και η διάμεσος του AM . Φέρουμε $\Gamma\chi \perp B\Gamma$ προς το ημιεπίπεδο που δεν ανήκει το A και παίρνουμε σε αυτή τμήμα $\Gamma\Delta = AB$. Να αποδείξετε ότι η $A\Delta$ είναι διχοτόμος της γωνίας $\widehat{M\hat{A}\Gamma}$.



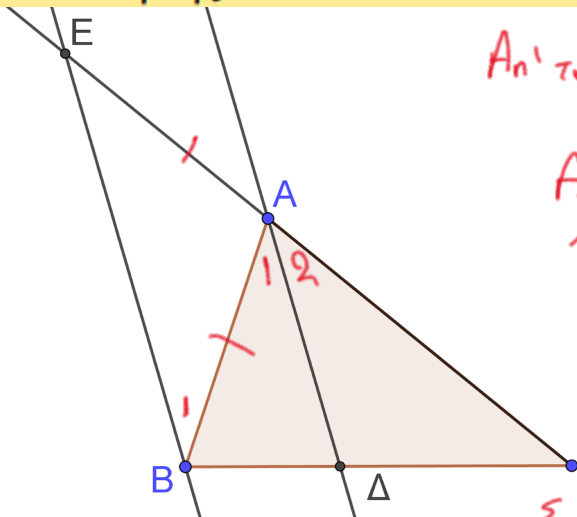
A.v.δ.ο. $\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$

$\Gamma\Delta = AB = A\Gamma \Rightarrow A\Gamma\Delta$ ισοσκελές με
 $\boxed{\widehat{\Delta} = \widehat{A_2}} \quad (1)$

$\left. \begin{array}{l} AM \perp B\Gamma \\ \Gamma\Delta \perp B\Gamma \end{array} \right\} AM \parallel \Gamma\Delta \Rightarrow \boxed{\widehat{A_1} = \widehat{\Delta}} \quad (2)$
 ω> εντός εναλλάξ.

Από (1), (2) $\Rightarrow \boxed{\widehat{A_1} = \widehat{A_2}}$

2. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και η διχοτόμος του $A\Delta$. Από την κορυφή B φέρουμε $BE \parallel A\Delta$ που τέμνει την προέκταση της ΓA στο E . Να αποδείξετε ότι $E\Gamma = AB + A\Gamma$.



Απ' το σχήμα $\boxed{E\Gamma = EA + A\Gamma} \quad (1)$

A.v.δ.ο. $AB = EA$

$\widehat{B_1} = \widehat{A_1}$ (ω> εντός εναλλάξ των $BE \parallel A\Delta$ τέμνομενες από AB)

$\widehat{E} = \widehat{A_2}$ (ω> εντός εντός και επί τα αυτά των $BE \parallel A\Delta$ τέμνομενες από EA)

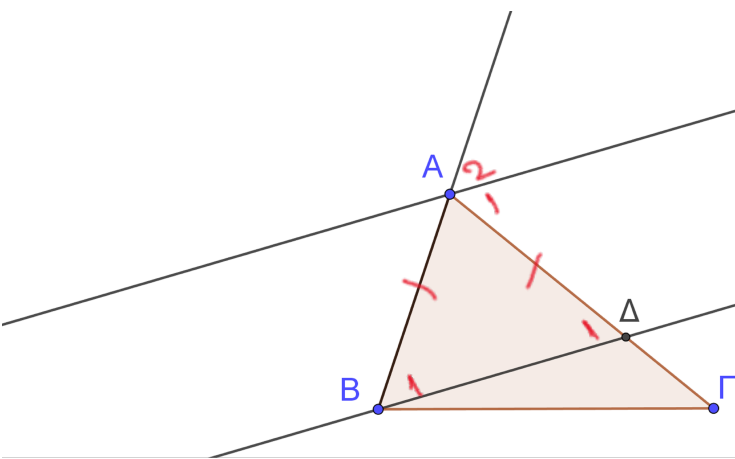
$\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$ ($A\Delta$ διχοτόμος)

Συνεπώς $\widehat{B_1} = \widehat{E} \Rightarrow \boxed{AB = EA} \quad (2)$

Από (1), (2) $\Rightarrow \boxed{E\Gamma = AB + A\Gamma}$

Από (1), (2) $\Rightarrow \boxed{ΕΓ = ΑΒ + ΑΓ}$

3. Δίνεται τρίγωνο $ΑΒΓ$ με $ΑΒ < ΑΓ$ και η εξωτερική διχοτόμος του $Α$. Από την κορυφή $Β$ φέρουμε $ΒΔ // Αχ$ που τέμνει την $ΑΓ$ στο $Δ$. Να αποδείξετε ότι $ΔΓ = ΑΓ - ΑΒ$.



Αν' το σχήμα $\boxed{ΔΓ = ΑΓ - ΑΔ}$ (1)

Α.ν.δ.ο. $ΑΔ = ΑΒ$

$\hat{A}_1 = \hat{D}_1$ (ως εντός-εναλλάξ)

$\hat{A}_2 = \hat{B}_1$ (ως εντός-επί-εαυτά και επί-εαυτά)

$\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ ($Αχ$ διχοτόμος)

Συνεπώς $\hat{B}_1 = \hat{D}_1 \Rightarrow \boxed{ΑΒ = ΑΔ}$ (2)

Από (1), (2) $\Rightarrow \boxed{ΔΓ = ΑΓ - ΑΒ}$

