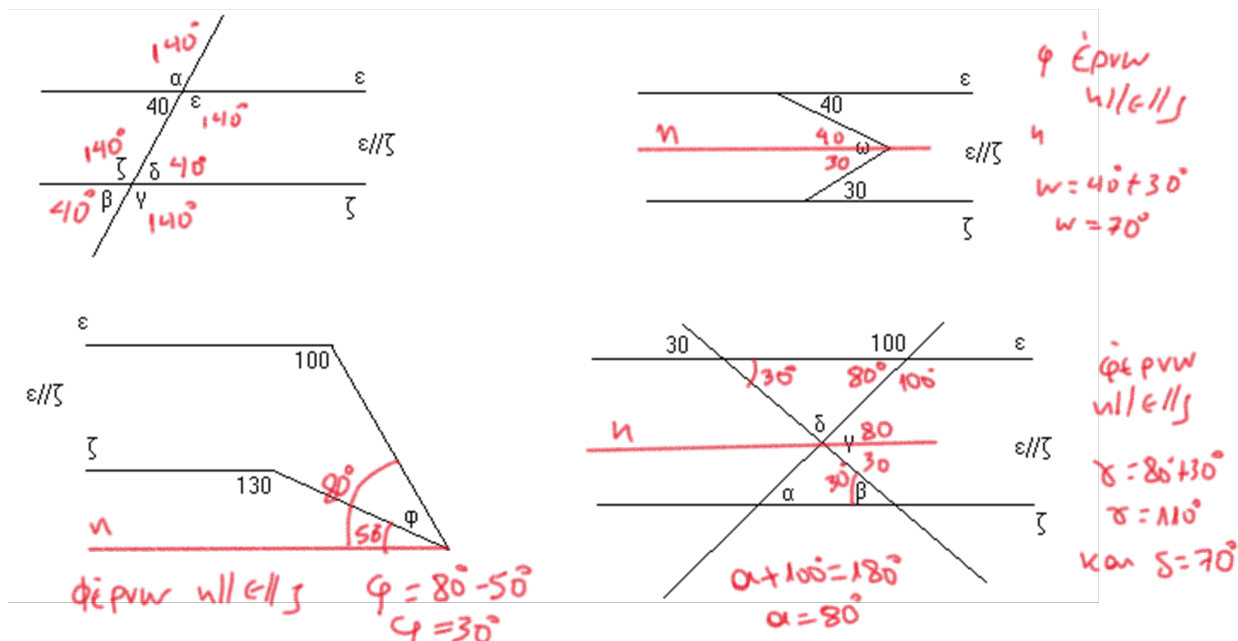


Θέμα 1°

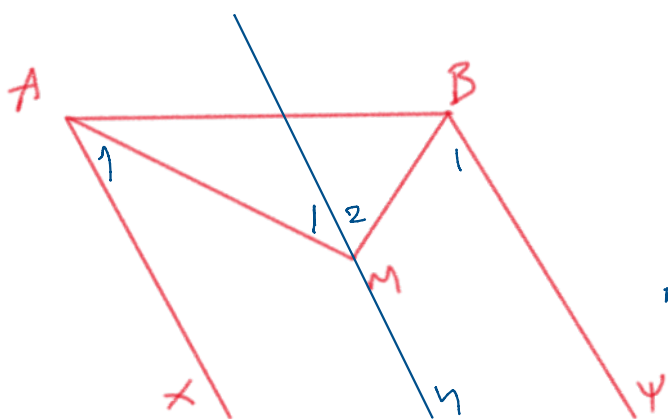
Να υπολογίσετε τις άγνωστες γωνίες στα παρακάτω σχήματα



Θέμα 2°

Δίνονται δύο παράλληλες ημιευθείες $A\chi \parallel B\psi$ που βρίσκονται προς το ίδιο μέρος του AB . Αν M σημείο μεταξύ των $A\chi$ και $B\psi$ να δείξετε ότι $\widehat{AMB} = \widehat{MA\chi} + \widehat{MB\psi}$.

Υπόδειξη: Να φέρετε από το M παράλληλη στις $A\chi$ και $B\psi$



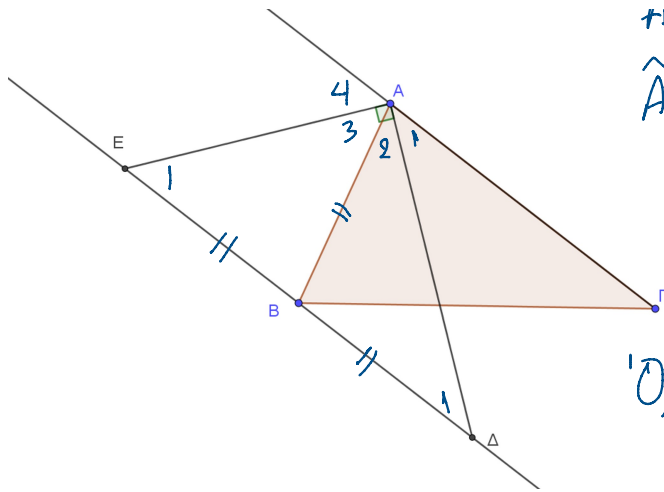
$$\begin{aligned} \widehat{M}_1 &= \widehat{A}_1 \quad (\text{ως εντός εναλλάξ}) \\ \widehat{M}_2 &= \widehat{B}_1 \quad (\text{ως εντός εναλλάξ}) \\ \widehat{AMB} &= \widehat{M}_1 + \widehat{M}_2 = \widehat{A}_1 + \widehat{B}_1 = \widehat{MA\chi} + \widehat{MB\psi} \end{aligned}$$

Θέμα 3°

Από την κορυφή B τριγώνου $AB\Gamma$ φέρνουμε ευθεία $\epsilon \parallel A\Gamma$ και παίρνουμε δύο σημεία Δ και E πάνω στην ϵ και εκατέρωθεν του B ώστε $BD = BE = AB$. Να δείξετε ότι $\widehat{\Delta AE} = 90^\circ$.

Υπόδειξη: Δείξτε πρώτα ότι $A\Delta$ και AE διχοτόμοι των γωνιών $\widehat{A}$ και $\widehat{A_{\epsilon\Gamma}}$.

$$\left. \begin{aligned} \widehat{A}_2 &= \widehat{A}_1 \quad (AB = BD) \\ \widehat{A}_3 &= \widehat{A}_4 \quad (\text{ως εντός εναλλάξ}) \end{aligned} \right\} \widehat{A}_1 = \widehat{A}_2 \quad (1)$$



$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{D}_1 \quad (w \text{ evr } \hat{A} \text{ eva } \hat{D} \hat{A} f) \\ \hat{A}_2 = \hat{D}_2 \quad (w \text{ evr } \hat{A} \text{ eva } \hat{D} \hat{A} f) \end{array} \right\} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_3 = \hat{E}_1 \quad (AB = BE) \\ \hat{A}_4 = \hat{E}_2 \quad (w \text{ evr } \hat{A} \text{ eva } \hat{D} \hat{A} f) \end{array} \right\} \hat{A}_3 = \hat{A}_4 \quad (2)$$

$$\text{'O} \mu \omega \quad \hat{A}_1 + \hat{A}_2 + \hat{A}_3 + \hat{A}_4 = 180^\circ \xrightarrow{(1)} \xrightarrow{(2)}$$

$$\hat{A}_2 + \hat{A}_2 + \hat{A}_3 + \hat{A}_3 = 180^\circ \Rightarrow$$

$$2\hat{A}_2 + 2\hat{A}_3 = 180^\circ \Rightarrow$$

$$\hat{A}_2 + \hat{A}_3 = 90^\circ \Rightarrow$$

$$\boxed{\Delta \hat{A} E = 90^\circ}$$