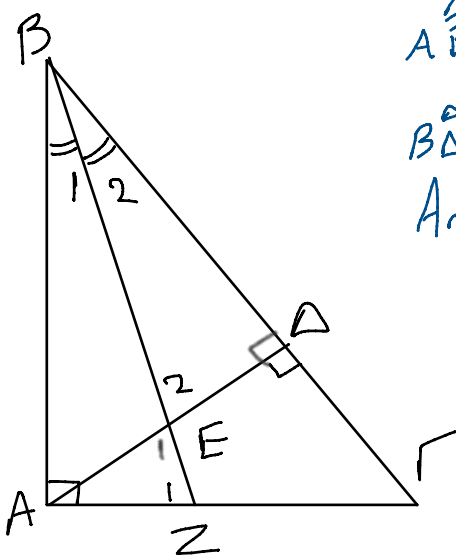
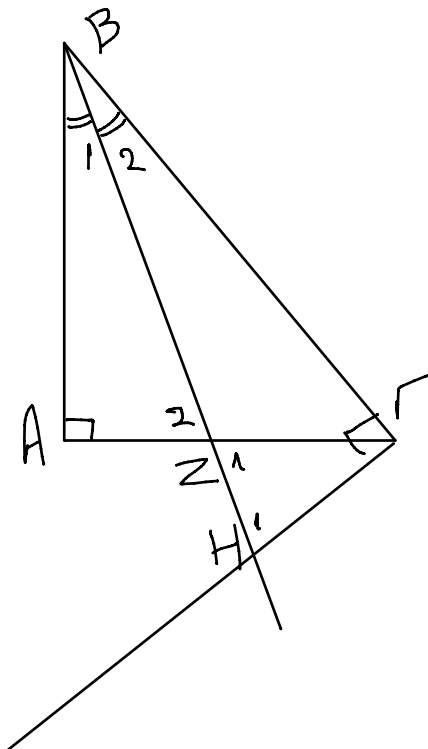


6. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) το ύψος του AD και η διχοτόμος του BZ τέμνονται σε σημείο E . Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο AEZ είναι ισοσκελές.

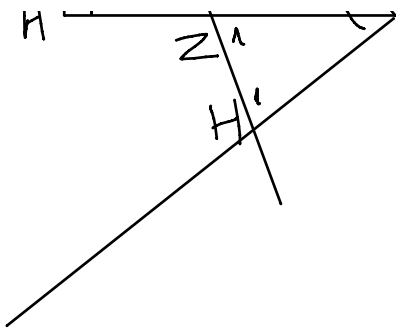


$\triangle ABZ$ ορθογώνιο με $\hat{A} = 90^\circ$ οπότε $\hat{Z}_1 + \hat{B}_1 = 90^\circ$ (1)
 $\triangle B\Gamma D$ ορθογώνιο με $\hat{D} = 90^\circ$ οπότε $\hat{E}_2 + \hat{B}_2 = 90^\circ$ (2)
 Από (1), (2) $\Rightarrow \hat{Z}_1 + \hat{B}_1 = \hat{E}_2 + \hat{B}_2$ και επειδή
 $\hat{B}_1 = \hat{B}_2$ (BZ διχοτόμος) είναι $\hat{Z}_1 = \hat{E}_2$.
 Τέλος $\hat{E}_1 = \hat{E}_2$ (ως κατακορυφήν) οπότε
 $\hat{Z}_1 = \hat{E}_1 \Rightarrow \triangle AEZ$ ισοσκελές

7. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$). Η διχοτόμος της γωνίας $\hat{B}$ τέμνει την $A\Gamma$ στο Z και την κάθετη στη $B\Gamma$ στο σημείο Γ , στο H . Να αποδείξετε ότι $Z\Gamma = \Gamma H$.



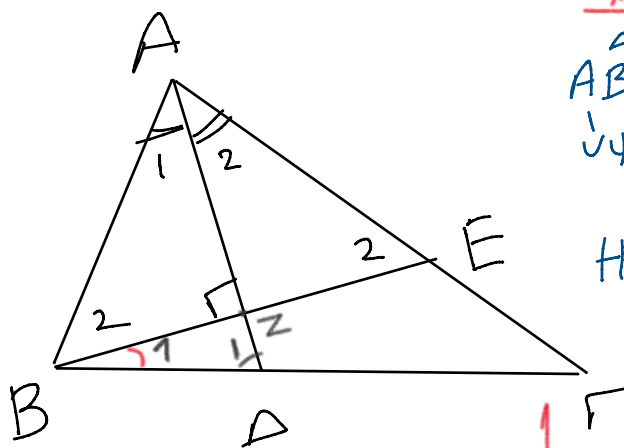
$\triangle ABZ$ ορθογώνιο ($\hat{A} = 90^\circ$) οπότε $\hat{Z}_2 + \hat{B}_1 = 90^\circ$ (1)
 $\triangle B\Gamma H$ ορθογώνιο ($\hat{\Gamma} = 90^\circ$) οπότε $\hat{H}_1 + \hat{B}_2 = 90^\circ$ (2)
 Από (1), (2) $\Rightarrow \hat{Z}_2 + \hat{B}_1 = \hat{H}_1 + \hat{B}_2$ και επειδή
 $\hat{B}_1 = \hat{B}_2$ (BZ διχοτόμος) είναι $\hat{Z}_2 = \hat{H}_1$.
 Τέλος $\hat{Z}_1 = \hat{Z}_2$ ως κατακορυφήν οπότε
 $\hat{Z}_1 = \hat{H}_1 \Rightarrow \boxed{\Gamma Z = \Gamma H}$



Τέλος $\hat{Z}_1 = \hat{Z}_2$ ως κατακορυφήν οπότε
 $\hat{Z}_1 = \hat{H}_1 \Rightarrow \boxed{\Gamma Z = \Gamma H}$

2. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{B} > \hat{\Gamma}$ και η διχοτόμος του AD . Από την κορυφή B φέρουμε ευθεία κάθετη στην AD , που τέμνει την $A\Gamma$ στο E . Να αποδείξετε ότι

$$\hat{EB\Gamma} = \frac{\hat{B} - \hat{\Gamma}}{2}$$



1ος τρόπος

$\triangle ABE$ ισοσκελές διότι AZ διχοτομός και ύψος, οπότε $\hat{B}_2 = \hat{E}_2$ (1)

Η $\hat{E}_2$ είναι εξωτερική στο $\triangle B\Gamma$ οπότε $\hat{E}_2 = \hat{B}_1 + \hat{\Gamma}$ (2)

Από (1), (2) $\Rightarrow \hat{B}_2 = \hat{B}_1 + \hat{\Gamma} \Rightarrow$

$$\hat{B} - \hat{B}_1 = \hat{B}_1 + \hat{\Gamma} \Rightarrow \hat{B} - \hat{\Gamma} = \hat{B}_1 + \hat{B}_1 \Rightarrow$$

$$2\hat{B}_1 = \hat{B} - \hat{\Gamma} \Rightarrow \boxed{\hat{B}_1 = \frac{\hat{B} - \hat{\Gamma}}{2}}$$

$\hat{A}_1 = \hat{A}_2 + \hat{\Gamma}$ ως εξωτερική στο $\triangle AD\Gamma$
 $\hat{A}_2 = \frac{\hat{A}}{2}$ αφού AD διχοτομώ

2ος τρόπος

$$\hat{B}_1 = 90^\circ - \hat{D}_1 = 90^\circ - (\hat{A}_2 + \hat{\Gamma})$$

$$= 90^\circ - \frac{\hat{A}}{2} - \hat{\Gamma} =$$

$$= \frac{180^\circ - \hat{A} - 2\hat{\Gamma}}{2} = \frac{180^\circ - \hat{A} - \hat{\Gamma} - \hat{\Gamma}}{2} = \frac{\hat{B} - \hat{\Gamma}}{2}$$