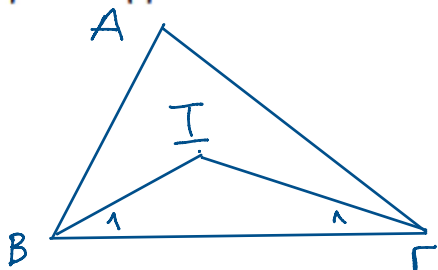


Θέμα 1°

Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 80^\circ$. Αν I το έγκεντρο του τριγώνου να υπολογίσετε τη γωνία $B\hat{I}\Gamma$.



$$B\hat{I}\Gamma = 180^\circ - \hat{B}_1 - \hat{\Gamma}_1 \quad (1)$$

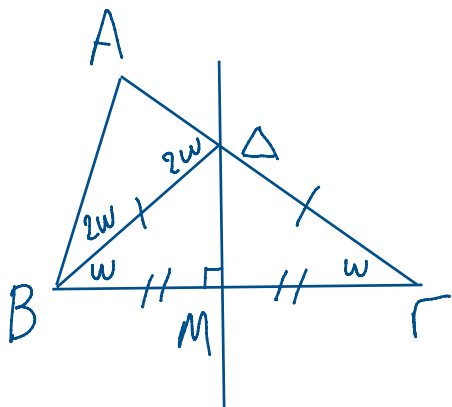
$$\hat{A} = 80^\circ \Rightarrow \hat{B} + \hat{\Gamma} = 100^\circ \Rightarrow$$

$$\frac{\hat{B}}{2} + \frac{\hat{\Gamma}}{2} = 50^\circ \Rightarrow \hat{B}_1 + \hat{\Gamma}_1 = 50^\circ \quad (2)$$

$$(1) \Rightarrow B\hat{I}\Gamma = 180^\circ - (\hat{B}_1 + \hat{\Gamma}_1) \stackrel{(2)}{=} 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

Θέμα 2°

Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $\hat{B} = 3\hat{\Gamma}$. Αν Δ το σημείο τομής της μεσοκάθετης της $B\Gamma$ με την $A\Gamma$, να δείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Delta$ είναι ισοσκελές.



$BD = \Delta\Gamma$ αφού το Δ

ανήκει στη μεσοκάθετο του $B\Gamma$

οπότε $\Delta\hat{B}\Gamma = \hat{\Gamma} = w$ και

αφού $\hat{B} = 3\hat{\Gamma}$ έχω ότι

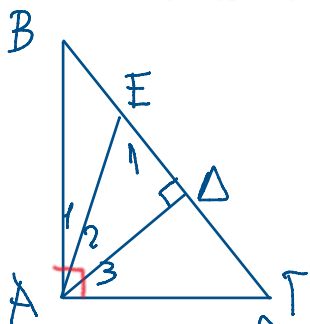
$$\Delta\hat{B}\Delta = 2w.$$

Τέλος $\Delta\hat{A}B = 2w$ ως εξωτερική στο $\Delta\hat{B}\Gamma$.

Αφού $\Delta\hat{B}\Delta = \Delta\hat{A}B \Rightarrow \Delta\hat{A}B$ ισοσκελές

Θέμα 3°

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) και το ύψος του AD .
Αν AE η διχοτόμος της γωνίας $\hat{B}\hat{A}\hat{D}$, να αποδείξετε ότι $GA = GE$.



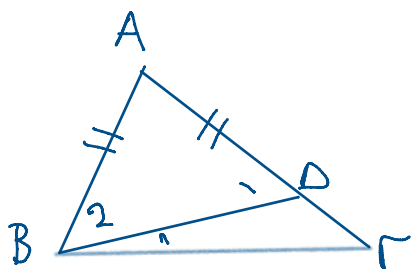
$$A.v.s.o. \quad \hat{E}_1 = \hat{A}_{2,3}$$

$$\hat{A}_1 = \hat{A}_2 \quad (AE \text{ διχοτόμος της } \hat{B}\hat{A}\hat{D}).$$

$$\text{Αν' το } \hat{A}\hat{D}\hat{E} : \quad \hat{E}_1 = 90^\circ - \hat{A}_2 = 90^\circ - \hat{A}_1 = \hat{A}_{2,3}$$

Θέμα 4°

Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει $\hat{B} - \hat{\Gamma} = 50^\circ$ και D είναι το σημείο της πλευράς AG για το οποίο $AD = AB$, να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας $\hat{D}\hat{B}\hat{\Gamma}$.



$$AB = AD \Rightarrow \hat{B}_2 = \hat{D}_1 \quad (1)$$

$$\hat{B}_2 = \hat{B} - \hat{B}_1 \quad (2)$$

$$\hat{D}_1 = \hat{B}_1 + \hat{\Gamma} \quad (3) \quad (\hat{D}_1 \text{ εξωτερική στο } \hat{B}\hat{D}\hat{\Gamma})$$

$$(1) \xrightarrow[(3)]{(2)} \quad \hat{B} - \hat{B}_1 = \hat{B}_1 + \hat{\Gamma} \Rightarrow \hat{B} - \hat{\Gamma} = \hat{B}_1 + \hat{B}_1 \Rightarrow 50^\circ = 2\hat{B}_1 \Rightarrow \hat{B}_1 = 25^\circ$$