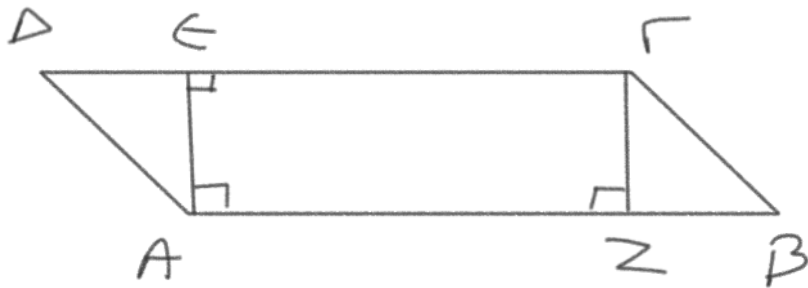


Ασκήσεις Εμπέδωσης

1. Σε παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ φέρουμε $AE \perp \Delta\Gamma$ και $\Gamma Z \perp AB$. Να αποδείξετε ότι το $AZ\Gamma E$ είναι ορθογώνιο.

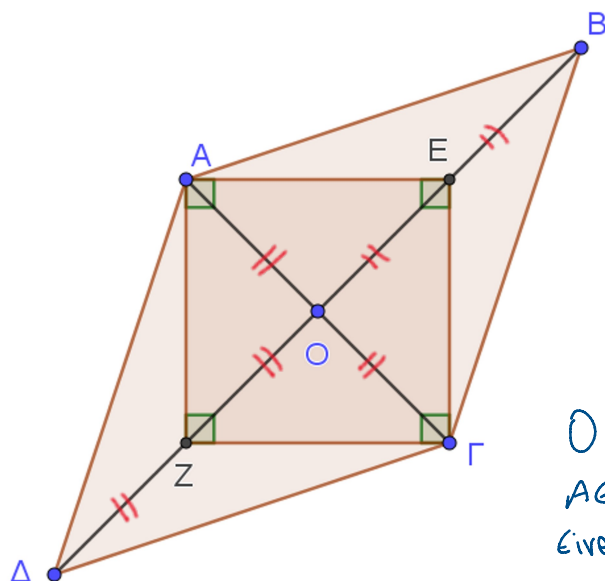


$$\left. \begin{array}{l} AE \perp \Gamma\Delta \\ AB \parallel \Gamma\Delta \end{array} \right\} \Rightarrow AE \perp AB$$

$$\begin{array}{l} AB\Gamma\Delta \text{ παρ/μο} \\ AE \perp \Gamma\Delta \\ \Gamma Z \perp AB \\ \hline AZ\Gamma E \text{ ορθογώνιο} \end{array}$$

Το $A\Gamma Z E$ είναι ορθογώνιο αφού έχει 3 ορθές

2. Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με κέντρο O και $B\Delta = 2A\Gamma$. Αν E, Z είναι τα μέσα των OB και OD αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι το $A\Gamma Z E$ είναι ορθογώνιο.



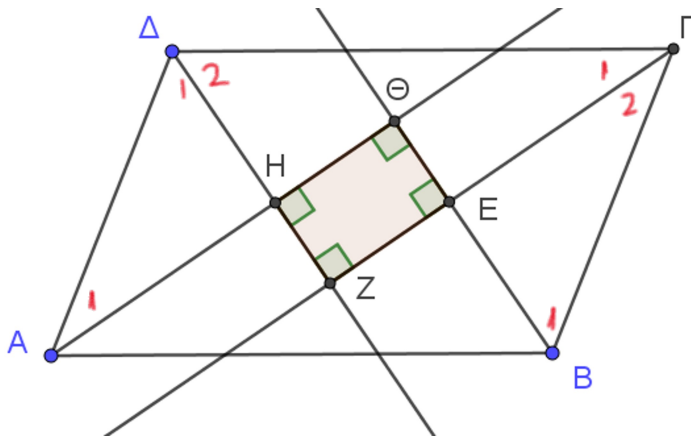
$$B\Delta = 2A\Gamma$$

$$A\Gamma = \frac{B\Delta}{2} = BO = DO$$

$$\begin{aligned} \text{Επίσης) } OE &= OZ = \frac{OB}{2} = \frac{A\Gamma}{2} \\ &= OA = OG \end{aligned}$$

Οι διαγωνισμοί $A\Gamma, EZ$ του $A\Gamma Z E$ διχοτομούνται οπότε είναι παρ/μο και είναι και ίσα οπότε είναι ορθογώνιο.

3. Να αποδείξετε ότι αν οι διχοτόμοι των γωνιών παραλληλογράμμου δε συντρέχουν, τότε σχηματίζουν ορθογώνιο.



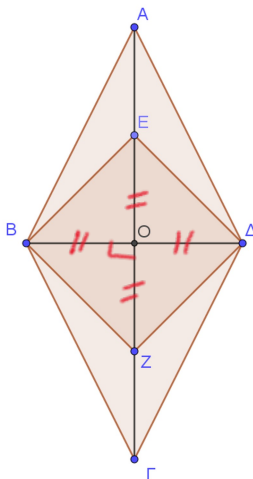
$$\begin{aligned}\widehat{A} + \widehat{C} &= 180^\circ \\ \frac{\widehat{A}}{2} + \frac{\widehat{C}}{2} &= \frac{180^\circ}{2} \\ \widehat{A}_2 + \widehat{C}_1 &= 90^\circ \\ \widehat{Z} &= 90^\circ\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\widehat{A} + \widehat{D} &= 180^\circ \\ \frac{\widehat{A}}{2} + \frac{\widehat{D}}{2} &= \frac{180^\circ}{2} \\ \widehat{A}_1 + \widehat{D}_1 &= 90^\circ \\ \widehat{H} &= 90^\circ\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\widehat{B} + \widehat{C} &= 180^\circ \Rightarrow \frac{\widehat{B}}{2} + \frac{\widehat{C}}{2} = \frac{180^\circ}{2} \\ \widehat{B}_1 + \widehat{C}_2 &= 90^\circ \Rightarrow \widehat{E} = 90^\circ\end{aligned}$$

ΒΕΖΗ ορθογώνιο διότι έχει 3 ορθές.

5. Δίνεται ρόμβος ΑΒΓΔ με κέντρο Ο. Παίρνουμε δύο σημεία Ε και Ζ της ΑΓ, ώστε ΟΕ = ΟΖ = ΟΒ = ΟΔ. Να αποδείξετε ότι το ΔΕΒΖ είναι τετράγωνο.



$$ABCD \text{ ρόμβος} \Rightarrow AC \perp BD$$

$$OB = OE = OA = OZ$$

Οι διαγωνισμοί ΒΔ, ΕΖ των ΒΕΔΖ διχοτομούνται οπότε είναι παρ/μο, είναι ίσα οπότε είναι ορθογώνιο, τέμνονται και κάθετα οπότε είναι και ρόμβος.

Τελικά ΒΕΔΖ τετράγωνο.

και πόρτος.

Τετάρτη ΒΕΔΖ Τετράγωνο.