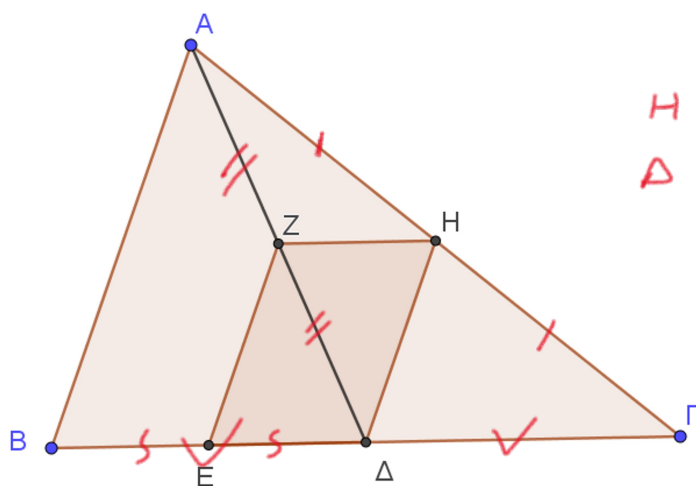


2. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και η διάμεσός του AD . Αν E , Z και H είναι τα μέσα των BD , AD και $A\Gamma$ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι το ΔEZH είναι παραλληλόγραμμο.

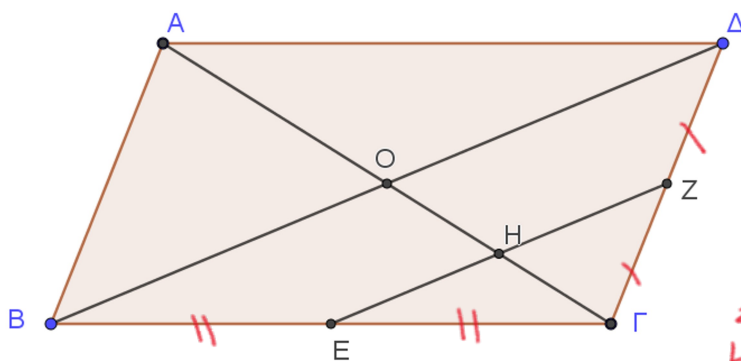


Στο $\hat{A}B\Gamma$
 $\left. \begin{array}{l} H \text{ μέσο } A\Gamma \\ D \text{ μέσο } B\Gamma \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} HD \parallel AB \\ HD = \frac{AB}{2} \end{array} \quad (1)$

Στο $\hat{A}DB$
 $\left. \begin{array}{l} Z \text{ μέσο } AD \\ E \text{ μέσο } BD \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} EZ \parallel AB \\ EZ = \frac{AB}{2} \end{array} \quad (2)$

$(1), (2) \Rightarrow HD \parallel EZ \Rightarrow EZH\Delta$
 παρ/μο

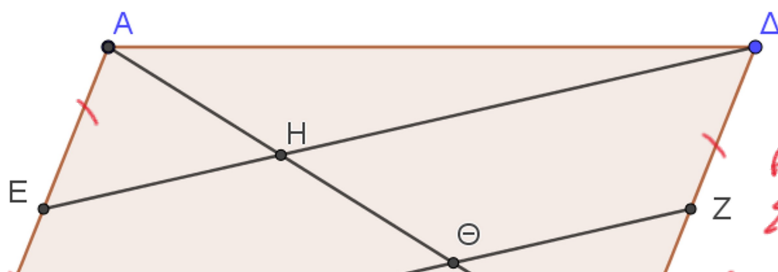
2. Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και τα μέσα E και Z των $B\Gamma$ και $\Gamma\Delta$ αντίστοιχα. Αν η EZ τέμνει τη διαγώνιο $A\Gamma$ στο H , να αποδείξετε ότι $\Gamma H = \frac{A\Gamma}{4}$.



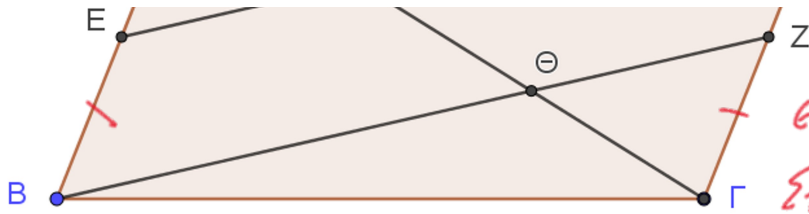
Φέρνω τη BD και έστω O το κέντρο του $AB\Gamma\Delta$
 Στο $\hat{B}\Gamma\Delta$
 $\left. \begin{array}{l} Z \text{ μέσο } \Gamma\Delta \\ E \text{ μέσο } B\Gamma \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} EZ \parallel BD \\ EZ = \frac{BD}{2} \end{array}$

Στο $\hat{G}\Delta O$
 $\left. \begin{array}{l} Z \text{ μέσο } \Gamma\Delta \\ HZ \parallel DO \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} H \text{ μέσο } \Gamma O \\ \Gamma H = \frac{\Gamma O}{2} = \frac{AO}{2} = \frac{A\Gamma}{4} \end{array}$

4. Αν E , Z τα μέσα των πλευρών AB , $\Gamma\Delta$ παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι οι ΔE και BZ τριχοτομούν τη διαγώνιο $A\Gamma$.



$BE \parallel DZ$ ως μέσα των απέναντι πλευρών $AB, \Gamma\Delta$ του $AB\Gamma\Delta$.
 Συνεπώς $BE\Delta Z$ παρ/μο και
 $\therefore H, \Theta$ τριχοτομούν



Συνεπώς $BE\Delta Z$ ομοιόμορφο και
επομένως $DE\parallel BZ$

Στο $\triangle A\hat{B}\Theta$

Επεισό $AB \parallel H$ μέσο $A\Theta \Rightarrow$
 $EH \parallel B\Theta$ $AH = H\Theta$ (1)

Στο $\triangle A\hat{D}H$
 Z μέσο ΓD $\rightarrow \Theta$ μέσο $\Gamma H \Rightarrow$
 $Z\Theta \parallel DH$

$\Gamma\Theta = \Theta H$ (2) Από (1), (2) $\rightarrow$ $AH = H\Theta = \Theta\Gamma$