

Μάθημα 51ο - Επαναληπτικά θέματα

ΘΕΜΑ 1ο

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$, η διχοτόμος του $A\Delta$ και το μέσο M της πλευράς $A\Gamma$. Αν ισχύει ότι $M\Delta \parallel AB$ τότε :

α) Να αποδείξετε ότι:

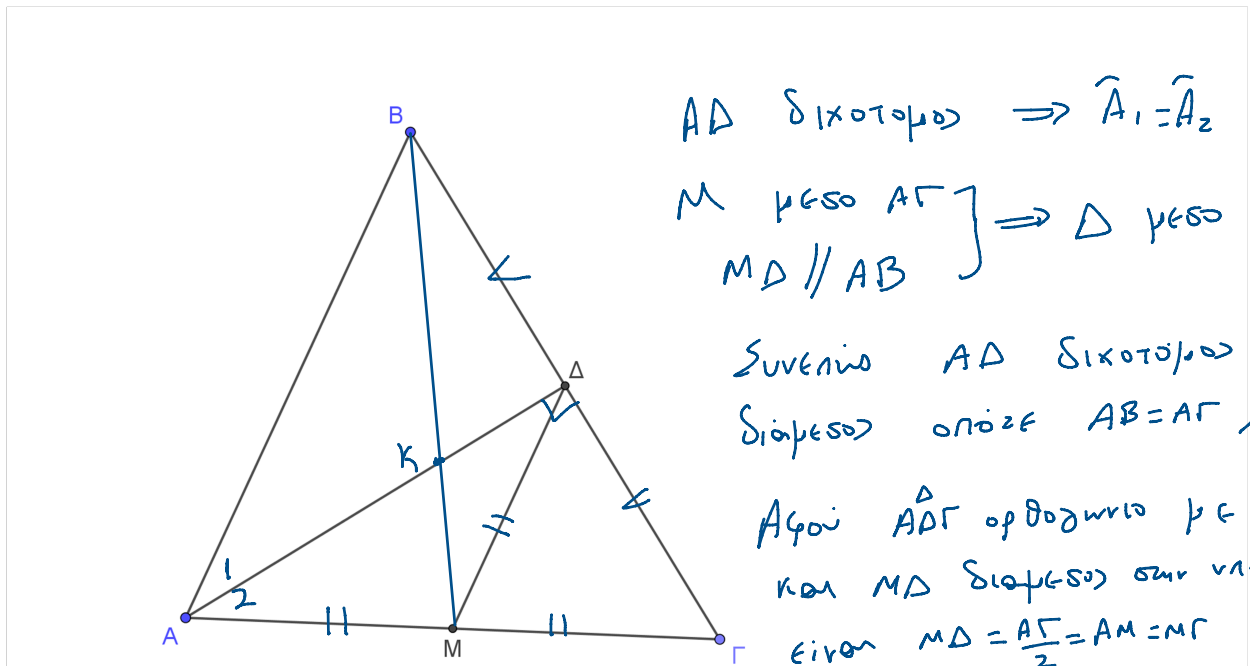
i. Το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές με $AB = A\Gamma$.

ii. $M\Delta = \frac{A\Gamma}{2}$

β) Αν η BM τέμνει την $A\Delta$ στο σημείο K να αποδείξετε ότι

i. $KB = K\Gamma$

ii. $KM = \frac{K\Gamma}{2}$



β) AD μέσοκάθετος της BΓ οπότε το K ισοπέχγει απ' τα B, Γ δηλαδή $BK = K\Gamma$

Στο $\Delta AB\Gamma$, BM, AD διάρκυσος οπότε K βαρυκεντρο, συνεπώς
 $KM = \frac{KB}{2} \xrightarrow{KB=K\Gamma} KM = \frac{K\Gamma}{2}$

ΘΕΜΑ 2ο

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{B} > \hat{\Gamma}$ και στην προέκταση της BA σημείο K τέτοιο ώστε $AK = AB$. Στην πλευρά $A\Gamma$ θεωρούμε σημείο Δ τέτοιο ώστε $AB = A\Delta$ και η εξωτερική διχοτόμος της $\hat{A}$ τέμνει την $K\Delta$ στο σημείο Λ .

α) Να αποδείξετε ότι: $B\Delta \perp K\Delta$

β) Να αποδείξετε ότι:

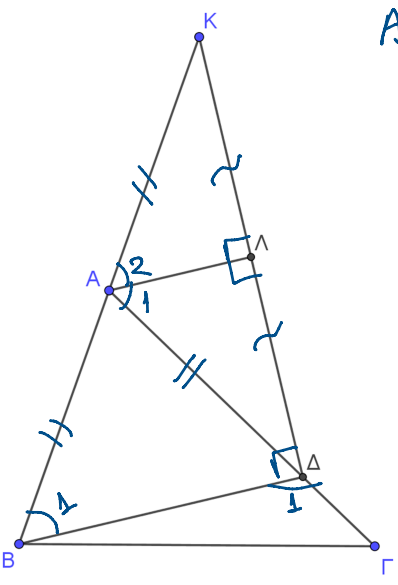
i. $AB\Delta\Lambda$ τραπέζιο

ii. η διάμεσος του $AB\Delta\Lambda$ ισούται με $\frac{3}{2} \cdot A\Lambda$

γ) Να αποδείξετε ότι:

i. $\hat{A}\hat{B}\Delta = 90^\circ - \frac{\hat{A}}{2}$

ii. $\hat{B}\hat{\Delta}\Gamma = 90^\circ + \frac{\hat{A}}{2}$



$AB = AK = A\Delta \Rightarrow \hat{K}\hat{\Delta}B = 90^\circ$ αφού στο $\hat{K}\hat{\Delta}B$ η διχοτόμος $A\Delta$ είναι το μισό της πλευράς $K\Delta$ που καταλήγει

$\hat{A}_1 = \hat{A}_2$

Στο ισοσκελές $A\hat{K}\Delta$, η διχοτόμος $A\Lambda$ είναι και ύψος και διχοτόμος υπόγει $K\Delta \perp K\Delta$ και $K\Lambda = \Lambda\Delta$.

Αφού $\left. \begin{array}{l} A\Lambda \perp K\Delta \\ B\Delta \perp K\Delta \end{array} \right\} \Rightarrow A\Lambda \parallel B\Delta \Rightarrow$
 $AB\Delta\Lambda$ τραπέζιο και μάλιστα ορθογώνιο τραπέζιο

Η διχοτόμος των $A\Lambda\Delta B$ ισούται με το ημίθροισμα των βάσεων δηλαδή με $\frac{A\Lambda + B\Delta}{2} = \frac{A\Lambda + 2A\Lambda}{2} = \frac{3A\Lambda}{2}$ αφού

στο $K\Delta D$, άρα $K\Lambda$ $\left. \begin{array}{l} \text{ή} \\ \text{ή} \end{array} \right\} \Rightarrow A\Lambda = \frac{B\Delta}{2} \Rightarrow B\Delta = 2A\Lambda$.

$\hat{B}_1 = \hat{A}_2$ ως εντός εκτός και επί τ'αυτά ($A\Lambda \parallel B\Delta$, τέμνουσα BK)

$$\hat{A}_2 = \hat{A}_{\epsilon\tau} = \underline{180^\circ - \hat{A}} = \underline{180^\circ} - \underline{\hat{A}} = 90^\circ - \hat{A}$$

$$\hat{A}_2 = \frac{\hat{A}_{ext}}{2} = \frac{180^\circ - \hat{A}}{2} = \frac{180^\circ}{2} - \frac{\hat{A}}{2} = 90^\circ - \frac{\hat{A}}{2}$$

Τελικά $\hat{A}\hat{B}\hat{D} = \hat{B}_1 = 90^\circ - \frac{\hat{A}}{2}$

H $\hat{B}\hat{D}\hat{\Gamma} = \hat{A}$, είναι εξωτερική στο $\hat{B}\hat{D}\hat{\Gamma}$ οπότε

$$\hat{B}\hat{D}\hat{\Gamma} = \hat{A} + \hat{B}_1 = \hat{A} + 90^\circ - \frac{\hat{A}}{2} = 90^\circ + \frac{\hat{A}}{2}$$