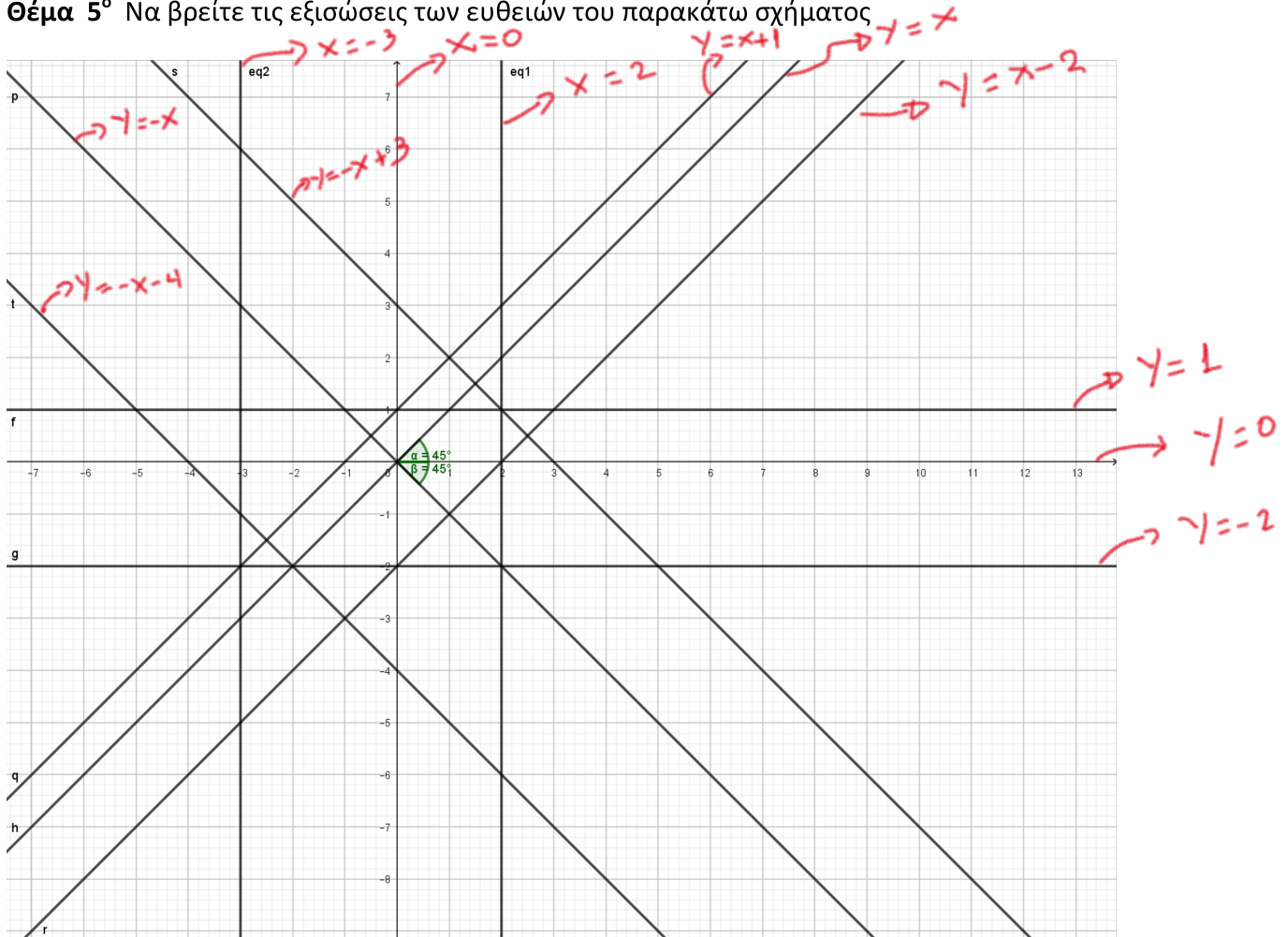


Μάθημα 27ο - Εξίσωση ευθείας

Θέμα 5° Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών του παρακάτω σχήματος



- Αν $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ είναι δύο ευθείες με αντίστοιχους συντελεστές διεύθυνσης λ_1, λ_2 και τα διανύσματα $\vec{\delta}_1$ και $\vec{\delta}_2$ είναι παράλληλα προς τις ε_1 και ε_2 αντιστοίχως, έχουμε τις ισοδυναμίες

$$\varepsilon_1 // \varepsilon_2 \Leftrightarrow \vec{\delta}_1 // \vec{\delta}_2 \Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2 \quad \text{και} \quad \varepsilon_1 \perp \varepsilon_2 \Leftrightarrow \vec{\delta}_1 \perp \vec{\delta}_2 \Leftrightarrow \lambda_1 \lambda_2 = -1.$$

Θέμα 7°

Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας η οποία διέρχεται από το σημείο Α (3, -2) και είναι:

- παράλληλη προς την ευθεία $x + 2y + 1 = 0$
- κάθετη προς την ευθεία $3x - y + 5 = 0$
- διέρχεται από την αρχή των αξόνων
- παράλληλη στον άξονα $x'x$
- παράλληλη στον άξονα $y'y$
- παράλληλη στη διχοτόμο της πρώτης γωνίας των αξόνων
- παράλληλη στη διχοτόμο της δεύτερης γωνίας των αξόνων
- σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία $\omega = 60^\circ$.

Οι ευθείες που διέρχονται από το Α(3, -2) είναι

Οι ευθείες που διέρχονται από το $A(3, -2)$ είναι της μορφής $y+2 = \lambda(x-3)$ εφόσον έχει συντελεστή διεύθυνσης δηλαδή όταν δεν είναι $//xy$ και $x=3$ όταν είναι $//xx'$

i) Αφού είναι παράλληλη στην ευθεία $x+2y+1=0 \Leftrightarrow 2y = -x-1 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ θα έχει $\lambda = -\frac{1}{2}$ οπότε η

ζητούμενη εξίσωση είναι $y+2 = -\frac{1}{2}(x-3)$

ii) Αφού είναι κάθετη στην ευθεία $3x-y+5=0 \Leftrightarrow -y = -3x-5 \Leftrightarrow y = 3x+5$ θα πρέπει $\lambda \cdot 3 = -1 \Rightarrow \lambda = -\frac{1}{3}$

οπότε η ζητούμενη εξίσωση είναι $y+2 = -\frac{1}{3}(x-3)$

iii) Αφού διέρχεται από τα $A(3, -2)$ και $O(0, 0)$ έχει

$$\lambda = \frac{-2-0}{3-0} = -\frac{2}{3} \quad \text{οπότε} \quad y+2 = -\frac{2}{3}(x-3) \Leftrightarrow y = -\frac{2}{3}x$$

iv) Αφού είναι παράλληλη στο xx' θα έχει $\lambda = 0$ οπότε η ζητούμενη εξίσωση είναι $y+2=0 \Rightarrow y = -2$

v) $x=3$

vi) Αφού είναι παράλληλη στην $y=x$ θα έχει $\lambda = 1$ και η ζητούμενη εξίσωση είναι $y+2 = 1(x-3)$

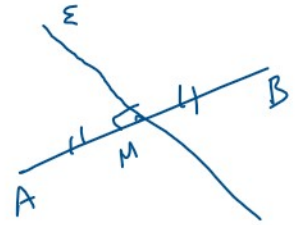
vii) Αφού είναι παράλληλη στην $y=-x$ θα έχει $\lambda = -1$ και η ζητούμενη εξίσωση είναι $y+2 = -1(x-3)$

viii) $\lambda = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$ οπότε $y+2 = \sqrt{3}(x-3)$

Θέμα 8°

ίνονται τα σημεία A (1, 4) και B (-1, -5).

- Να βρεθούν οι συντεταγμένες του μέσου M του ευθυγράμμου τμήματος AB.
- Να βρεθεί η εξίσωση της μεσοκαθέτου ευθείας ε του ευθύγραμμου τμήματος AB.
- Να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου που έχει κορυφές την αρχή των αξόνων και τα σημεία τομής των αξόνων με την ευθεία ε.



$$α) M \left(\frac{-1+1}{2}, \frac{-5+4}{2} \right) \rightarrow M \left(0, -\frac{1}{2} \right)$$

$$β) ε \perp AB \Rightarrow \lambda_{\varepsilon} \cdot \lambda_{AB} = -1 \Rightarrow \lambda_{\varepsilon} \cdot \frac{9}{2} = -1 \Rightarrow$$

$$\lambda_{AB} = \frac{-5-4}{-1-1} = \frac{-9}{-2} = \frac{9}{2}$$

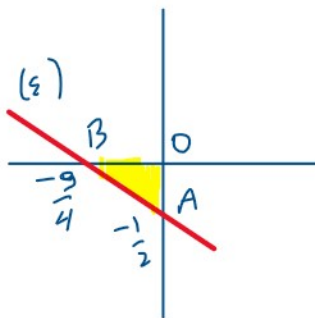
$$\lambda_{\varepsilon} = -\frac{2}{9} \quad \text{και}$$

$$\varepsilon: y - y_M = \lambda_{\varepsilon} \cdot (x - x_M) \Rightarrow y + \frac{1}{2} = -\frac{2}{9}x \Rightarrow y = -\frac{2}{9}x - \frac{1}{2}$$

$$γ) \text{ για } x=0 \text{ είναι } y = -\frac{1}{2} \text{ οπότε τέμνει τον } y'y' \text{ στο } (0, -\frac{1}{2})$$

$$\text{για } y=0 \text{ είναι } 0 = -\frac{2}{9}x - \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2}{9}x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = -\frac{9}{4} \text{ οπότε}$$

$$\text{τέμνει τον } x x' \text{ στο } (-\frac{9}{4}, 0)$$



$$(OAB) = \frac{OA \cdot OB}{2} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{9}{4}}{2} = \frac{9}{16} \text{ ε.κ.}$$