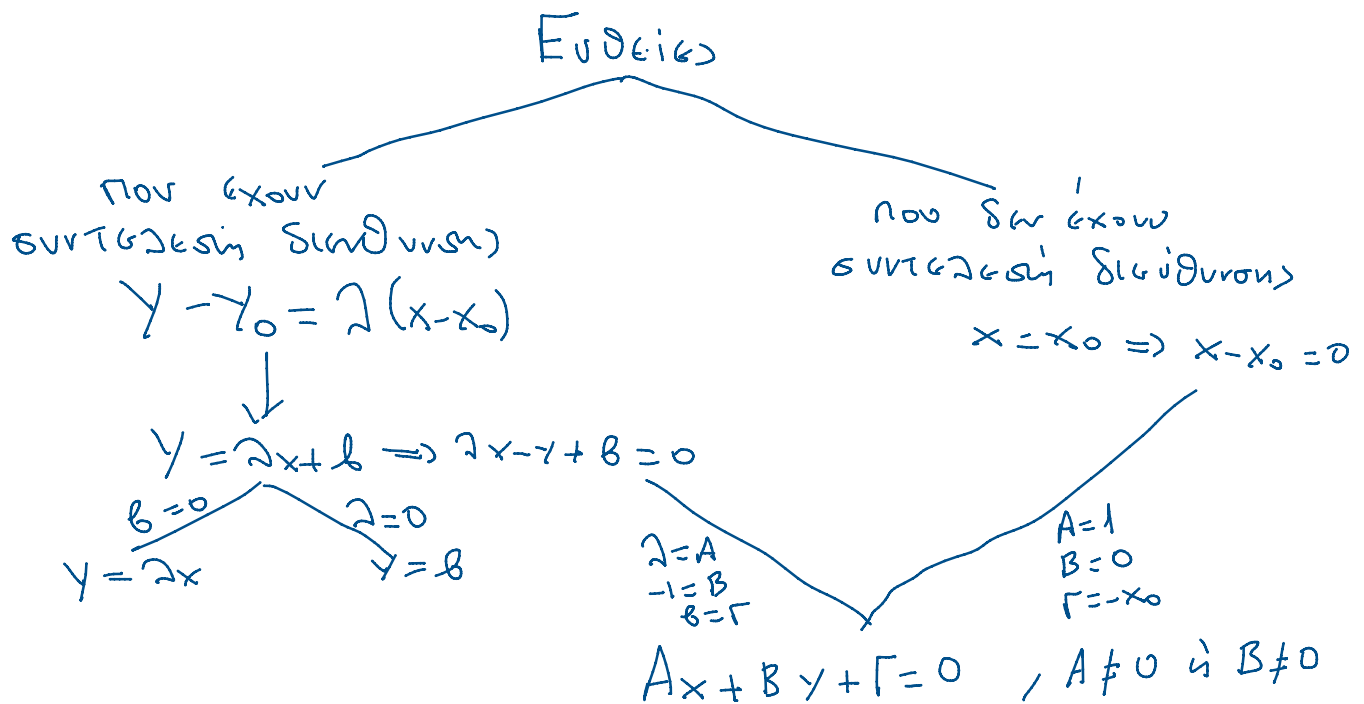




Η $Ax + By + \Gamma = 0$ με $A \neq 0$ ή $B \neq 0$ παριστάει ευθεία

Απόδειξη

1) Αν $B \neq 0$ έχω $By = -Ax - \Gamma \xrightarrow{B \neq 0} y = -\frac{A}{B}x - \frac{\Gamma}{B}$
 που παριστάνει ευθεία με $\lambda = -\frac{A}{B}$

2) Αν $B = 0$ τότε $A \neq 0$ και έχω $Ax = -\Gamma \Rightarrow x = -\frac{\Gamma}{A} // y \vee$
 και λ δίνει

Σιδικές περιπτώσεις

• Αν $A = 0$ τότε $B \neq 0$ και έχω $By = -\Gamma \Rightarrow y = -\frac{\Gamma}{B} // x \vee$
 και $\lambda = 0$

• Αν $\Gamma = 0$ τότε $Ax + By = 0$ που διέρχεται από $(0,0)$.

Δίνεται η εξίσωση $(\mu^2 - 1)x + (3\mu^2 - 2\mu - 1)y - 5\mu^2 + 4\mu + 1 = 0$ (1), όπου $\mu \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε για ποιες τιμές του μ η (1) παριστάνει ευθεία ε_μ .

β) Να βρείτε για ποιες τιμές του μ οι ευθείες ε_μ :

i. είναι παράλληλες στον xx' .

ii. είναι παράλληλες στον yy' .

iii. διέρχονται από το $(0,0)$.

γ) Να δείξετε ότι όλες οι ευθείες ε_μ διέρχονται από το σταθερό σημείο.

$A = \mu^2 - 1, B = 3\mu^2 - 2\mu - 1, \Gamma = -5\mu^2 + 4\mu + 1$

$$\begin{aligned} A &= 0 \\ \mu^2 - 1 &= 0 \\ \mu^2 &= 1 \\ \mu &= 1 \text{ ή } \mu = -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= 0 \\ 3\mu^2 - 2\mu - 1 &= 0 \\ \mu &= 1 \text{ ή } \mu = -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

α) για να παριστάνει ευθεία πρέπει να μην αρκεί
 $A \neq 0$ ή $B \neq 0$ συνεπώς $\mu \neq 1$

β) i) $\epsilon // x x' \Leftrightarrow A=0 \Leftrightarrow \mu=1$ ή $\mu=-1$ $\mu=-1$
 αλληλοπίπτει

ii) $\epsilon // y y' \Leftrightarrow B=0 \Leftrightarrow \mu=1$ ή $\mu=-\frac{1}{3}$ $\mu=-\frac{1}{3}$
 αλληλοπίπτει

iii) $(0,0) \in (\epsilon) \Leftrightarrow \Gamma=0 \Leftrightarrow -5\mu^2 + 4\mu + 1 = 0$
 $\mu=1$ ή $\mu=-\frac{1}{5}$ $\mu=-\frac{1}{5}$
 αλληλοπίπτει

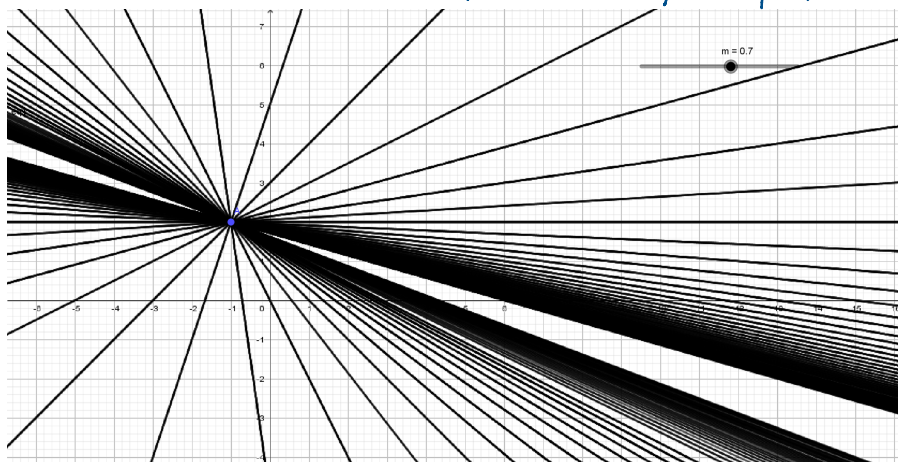
γ) για $\mu=0 : (\epsilon_1) : -x - y + 1 = 0$

για $\mu=-1 : (\epsilon_2) : 4y - 8 = 0$

Οι ϵ_1, ϵ_2 τέμνονται στο M που είναι η λύση του
 συστήματος $\begin{cases} -x - y + 1 = 0 \\ 4y - 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases} \quad M(-1, 2)$

Επομένως αν όλες οι ευθείες που προκύπτουν από την (1)
 διέρχονται από το $M(-1, 2)$ δηλαδή αν οι συν/τες του M
 ικανοποιούν την (1). Για $x=-1, y=2$ στην (1) έχω

$$(\mu^2 - 1) \cdot (-1) + (3\mu^2 - 2\mu - 1) \cdot 2 - 5\mu^2 + 4\mu + 1 = 0 \Leftrightarrow -\mu^2 + 1 + 6\mu^2 - 4\mu - 2 - 5\mu^2 + 4\mu + 1 = 0$$



$0=0$
 που ισχύει και
 άρα διέρχονται όλες
 από το $M(-1, 2)$