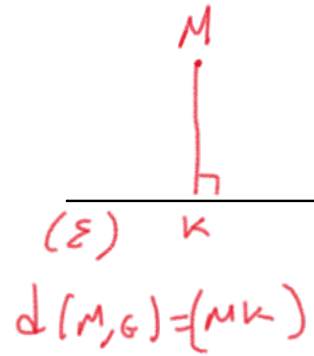


Απόσταση Σημείου από Ευθεία

Έστω ε μια ευθεία του καρτεσιανού επιπέδου, με εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ και $M_0(x_0, y_0)$ ένα σημείο εκτός αυτής. Θέλουμε να υπολογίσουμε την απόσταση $d(M_0, \varepsilon)$ του σημείου M_0 από την

$$d(M_0, \varepsilon) = \frac{|Ax_0 + By_0 + \Gamma|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$



Α' ΟΜΑΔΑΣ

1. Να βρείτε την απόσταση του σημείου $A(-2, 3)$ από την ευθεία

(i) $x + y + 1 = 0$

(ii) $y = 2x - 3$

(iii) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$

(iv) $5x + 3y + 1 = 0$

i) $A=1, B=1, \Gamma=1, x_0=-2, y_0=3$

$$d(A, \varepsilon) = \frac{|-2 + 3 + 1|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

ii) $y = 2x - 3 \Rightarrow 2x - y - 3 = 0$

$$d(A, \varepsilon) = \frac{|2(-2) - 3 - 3|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{|-10|}{\sqrt{5}} = \frac{10 \cdot \sqrt{5}}{5} = 2\sqrt{5}$$

iii) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1 \Rightarrow 3x + 2y - 6 = 0$

$$d(A, \varepsilon) = \frac{|3(-2) + 2 \cdot 3 - 6|}{\sqrt{3^2 + 2^2}} = \frac{|-6|}{\sqrt{13}} = \frac{6\sqrt{13}}{13}$$

iv) $\varepsilon: 5x + 3y + 1 = 0$

$$d(A, \varepsilon) = \frac{|5(-2) + 3 \cdot 3 + 1|}{\sqrt{5^2 + 3^2}} = 0 \Rightarrow A \in \varepsilon$$

3. Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: 4x - 3y - 9 = 0$ και $\varepsilon_2: 4x - 3y - 24 = 0$.

(i) Να δείξετε ότι $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$

(ii) Να βρείτε ένα σημείο της ε_1 και στη συνέχεια να υπολογίσετε την απόσταση των ε_1 και ε_2 .

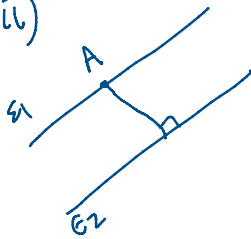
i) $\varepsilon_1: \alpha_1 = -\frac{A}{B} = -\frac{4}{-3} = \frac{4}{3} \quad \varepsilon_2: \alpha_2 = \frac{4}{3} \quad \Rightarrow \alpha_1 = \alpha_2 \Rightarrow \varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$

$\varepsilon_2: \alpha_2 = \frac{4}{3}$

$\varepsilon_1: 4x - 3y - 9 = 0$

$$\epsilon_2: \lambda_2 = \frac{4}{3}$$

ii)



για $x=0$ στην ϵ_1 έχω $4 \cdot 0 - 3 \gamma - 9 = 0$
 $\gamma = -3$

$$A(0, -3) \in (\epsilon_1)$$

$$d(\epsilon_1, \epsilon_2) = d(A, \epsilon_2) = \frac{|4 \cdot 0 - 3(-3) - 24|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = \frac{|-15|}{5} = 3$$

5. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας η οποία έχει συντελεστή διεύθυνσης $\lambda = -3$ και απέχει από την αρχή των αξόνων απόσταση ίση με 5 μονάδες.

Η ζητούμενη ευθεία θα έχει εξίσωση π με φέρει

$$(\epsilon): y = -3x + \theta$$

Αναζητούμε το θ ώστε $d(0, \epsilon) = 5$

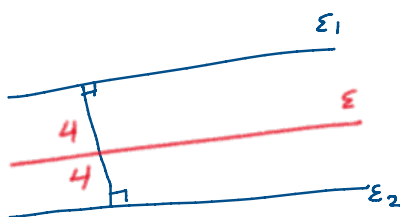
$$(\epsilon): 3x + y - \theta = 0, \quad 0(0, 0)$$

$$d(0, \epsilon) = 5 \Leftrightarrow \frac{|3 \cdot 0 + 0 - \theta|}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = 5 \Leftrightarrow \frac{|\theta|}{\sqrt{10}} = 5 \Leftrightarrow |\theta| = 5\sqrt{10}$$

$$\theta = 5\sqrt{10} \quad \text{ή} \quad \theta = -5\sqrt{10}$$

$$\epsilon_1: 3x + y - 5\sqrt{10} = 0 \quad \epsilon_2: 3x + y + 5\sqrt{10} = 0$$

6. Η ευθεία $\epsilon: 3x - 2y + 1 = 0$ είναι μεσοπαράλληλη δύο παράλληλων ευθειών ϵ_1 και ϵ_2 , που απέχουν 8 μονάδες. Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών αυτών.



Έστω $M(x, y)$ σημείο σε μια από τις ϵ_1, ϵ_2

$$\text{Τότε } d(M, \epsilon) = 4 \Rightarrow \frac{|3x - 2y + 1|}{\sqrt{3^2 + (-2)^2}} = 4$$

$$\Rightarrow |3x - 2y + 1| = 4\sqrt{13} \Rightarrow$$

$$3x - 2y + 1 = 4\sqrt{13} \quad \text{ή} \quad 3x - 2y + 1 = -4\sqrt{13}$$

$$(\epsilon_1): 3x - 2y + 1 - 4\sqrt{13} = 0 \quad (\epsilon_2): 3x - 2y + 1 + 4\sqrt{13} = 0$$