

Μάθημα 4ο - Πρόσθεση και αφαίρεση διανυσμάτων

7. Για ένα τυχαίο εξάγωνο $P_1P_2P_3P_4P_5P_6$ να αποδείξετε ότι

$$\vec{P_1P_3} + \vec{P_2P_4} + \vec{P_3P_5} + \vec{P_4P_6} + \vec{P_5P_1} + \vec{P_6P_2} = \vec{0}$$

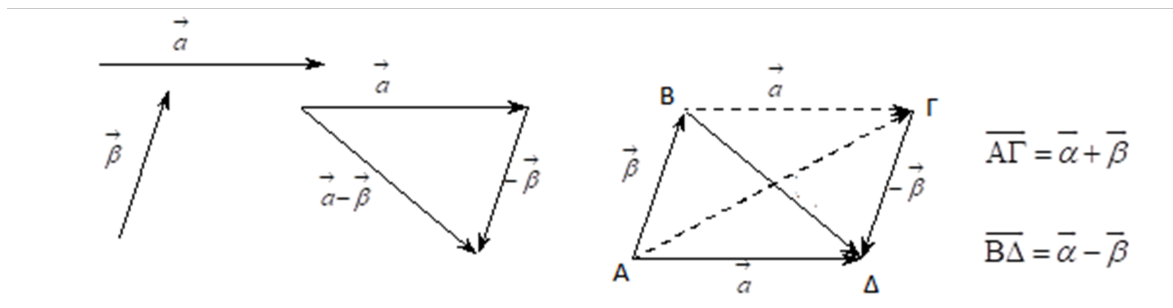
Λύση

$$\left(\vec{P_1P_3} + \vec{P_3P_5} + \vec{P_5P_1} \right) + \left(\vec{P_2P_4} + \vec{P_4P_6} + \vec{P_6P_2} \right) =$$

$$\vec{P_1P_1} + \vec{P_2P_2} = \vec{0} + \vec{0} = \vec{0}$$

• Αφαίρεση Διανυσμάτων

Η διαφορά $\vec{a} - \vec{\beta}$ του διανύσματος $\vec{\beta}$ από το διάνυσμα $\vec{a}$ ορίζεται ως άθροισμα των διανυσμάτων $\vec{a}$ και $-\vec{\beta}$. Δηλαδή $\vec{a} - \vec{\beta} = \vec{a} + (-\vec{\beta})$



$$\vec{\beta} + \vec{x} = \vec{a} \Leftrightarrow (-\vec{\beta}) + (\vec{\beta} + \vec{x}) = (-\vec{\beta}) + \vec{a} \Leftrightarrow \vec{0} + \vec{x} = \vec{a} + (-\vec{\beta}) \Leftrightarrow \vec{x} = \vec{a} - \vec{\beta}$$

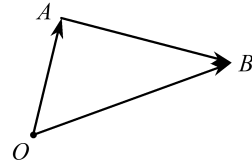
• Διάνυσμα Θέσεως

Έστω O ένα σταθερό σημείο του χώρου. Τότε για κάθε σημείο M του χώρου ορίζεται το διάνυσμα $\vec{OM}$, το οποίο λέγεται **διάνυσμα θέσεως του M** ή **διανυσματική ακτίνα του M** . Το σημείο O , που είναι η κοινή αρχή όλων των διανυσματικών ακτίνων των σημείων του χώρου, λέγεται **σημείο αναφοράς** στο χώρο.

Αν O είναι ένα σημείο αναφοράς, τότε για οποιοδήποτε διάνυσμα $\vec{AB}$

έχουμε $\vec{OA} + \vec{AB} = \vec{OB}$ και επομένως $\boxed{\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA}}$ Δηλαδή:

“Κάθε διάνυσμα στο χώρο είναι ίσο με τη διανυσματική ακτίνα του πέρατος μείον τη διανυσματική ακτίνα της αρχής”.



Θέμα 6ο Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω ισότητες

$$\overline{AM} - \overline{AG} = \overline{GM}, \quad \overline{BM} - \overline{BD} = \overline{DM}, \quad \overline{PB} - \overline{PE} = \overline{EB}, \quad \overline{GH} - \overline{GT} = \overline{TH}, \quad \overline{MN} - \overline{MB} = \overline{BN}$$

$$\overline{AB} = \overline{OB} - \overline{OA}, \quad \overline{MN} = \overline{ON} - \overline{OM}, \quad \overline{MT} = \overline{OT} - \overline{OM}, \quad \overline{KL} = \overline{OL} - \overline{OK}, \quad \overline{ST} = \overline{OT} - \overline{OS}$$

$$\vec{KL} = \vec{OL} - \vec{OK}, \quad \vec{MP} = \vec{OP} - \vec{OM}, \quad \vec{PT} = \vec{OT} - \vec{OP}, \quad \vec{DE} = \vec{OE} - \vec{OD}$$

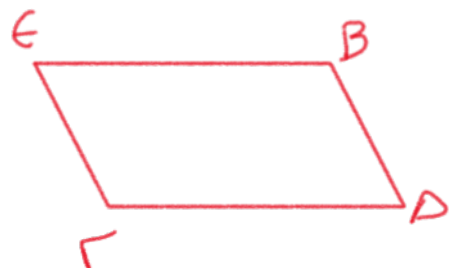
4. Αν για δύο τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A\Delta E$ ισχύει $\vec{AB} + \vec{A\Gamma} = \vec{A\Delta} + \vec{AE}$, να δείξετε ότι το τετράπλευρο $B\Delta\Gamma E$ είναι παραλληλόγραμμο.

Αντιστ. $\vec{GE} = \vec{DB}$

Είναι $\vec{GE} = \vec{DB} \iff$

$$\vec{AE} - \vec{AG} = \vec{AB} - \vec{AD} \iff$$

$$\vec{AE} + \vec{AD} = \vec{AB} + \vec{AG} \quad \text{που ισχύει}$$



Θέμα 5ο Να σχεδιάσετε τα διανύσματα $\vec{a}-\vec{\beta}$, $\vec{\gamma}-\vec{\delta}$, $\vec{\gamma}-\vec{\beta}$, $\vec{\delta}-\vec{\beta}$

