

Μάθημα 47ο - Εξίσωση εφαπτομένης κύκλου

2. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης του κύκλου $x^2 + y^2 = 5$ σε καθεμιά από τις παρακάτω περιπτώσεις:

(i) Όταν είναι παράλληλη στην ευθεία $y = 2x + 3$

(ii) Όταν είναι κάθετη στην ευθεία $y = \frac{1}{2}x$

(iii) Όταν διέρχεται από το σημείο $A(5,0)$

$\hookrightarrow C \quad k(0,0)$
 $r = \sqrt{5}$

1ος τρόπος / (χωρίς σημείο επαφής)

Από το $A(5,0)$ διέρχονται οι ευθείες της μορφής

$(\epsilon): y - 0 = \lambda(x - 5)$ και η $(\delta): x = 5$

• Εξετάζω αν η $(\delta): x = 5$ εφαπτεται του C

$d(k, \delta) = \frac{|0 - 5|}{\sqrt{1^2 + 0^2}} = 5 \neq r$ οπότε η δ δεν εφαπτεται του C .

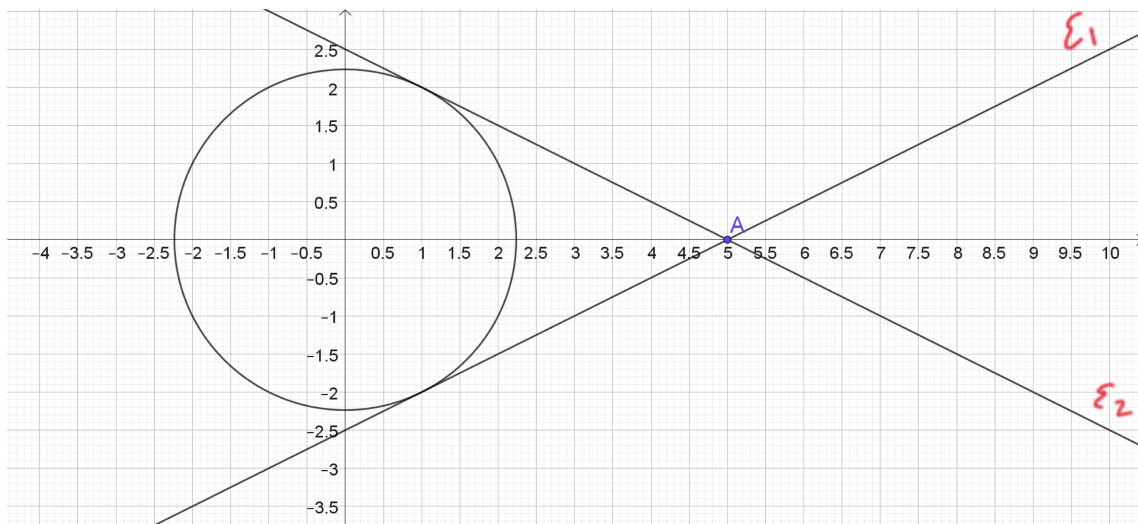
• Βρίσκω τις τιμές του λ για τις οποίες η $(\epsilon): \lambda x - y - 5\lambda = 0$ εφαπτεται του C . Πρέπει και να μην

$d(k, \epsilon) = r \Leftrightarrow \frac{|\lambda \cdot 0 - 0 - 5\lambda|}{\sqrt{\lambda^2 + (-1)^2}} = \sqrt{5} \Leftrightarrow | -5\lambda | = \sqrt{5} \cdot \sqrt{\lambda^2 + 1} \Leftrightarrow$
 $k(0,0)$

$| -5\lambda |^2 = \sqrt{5}^2 \cdot \sqrt{\lambda^2 + 1}^2 \Leftrightarrow 25\lambda^2 = 5\lambda^2 + 5 \Leftrightarrow$
 $20\lambda^2 = 5 \Leftrightarrow \lambda^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \lambda = \pm \frac{1}{2}$

Για $\lambda = \frac{1}{2} \rightarrow \epsilon_1: \frac{1}{2}x - y - \frac{5}{2} = 0 \Rightarrow x - 2y - 5 = 0$

Για $\lambda = -\frac{1}{2} \rightarrow \epsilon_2: -\frac{1}{2}x - y + \frac{5}{2} = 0 \Rightarrow x + 2y - 5 = 0$



2ος τρόπος / (με σημείο επαφής)

Έστω $M(x_1, y_1)$ το σημείο επαφής. Η ζητούμενη εφαπτομένη έχει εξίσωση (ε): $x x_1 + y y_1 = 5$

Αντικαθιστώντας τα x_1, y_1

$$A \in (\varepsilon) \Rightarrow 5x_1 + 0y_1 = 5 \Rightarrow \boxed{x_1 = 1}$$

$$M(x_1, y_1) \in C \Rightarrow x_1^2 + y_1^2 = 5 \xrightarrow{x_1=1} 1 + y_1^2 = 5 \Rightarrow y_1^2 = 4 \Rightarrow y_1 = \pm 2$$

οπότε $M_1(1, 2) \rightarrow (\varepsilon_1): x + 2y = 5$

$M_2(1, -2) \rightarrow (\varepsilon_2): x - 2y = 5$

4. Να βρείτε την εξίσωση της χορδής του κύκλου $x^2 + y^2 = 4$ που έχει μέσο το σημείο $M(1, -1)$.

↳ κέντρο $O(0,0)$

Αφού M μέσο της χορδής OM αντιστρέφεται οπότε $OM \perp AB \Rightarrow$

$$\lambda_{OM} \cdot \lambda_{AB} = -1 \Rightarrow \frac{-1-0}{1-0} \cdot \lambda_{AB} = -1 \Rightarrow$$

$$\lambda_{AB} = 1$$

$$AB: y - y_M = \lambda_{AB}(x - x_M) \Rightarrow$$

$$y + 1 = 1 \cdot (x - 1) \Rightarrow \boxed{y = x - 2}$$

