

10. Να βρείτε το γεωμετρικό τόπο των μέσων των χορδών του κύκλου $x^2 + y^2 = 25$, που διέρχονται από το σημείο $A(2,4)$.

↳ κέντρο $O(0,0)$
 $\rho = 5$

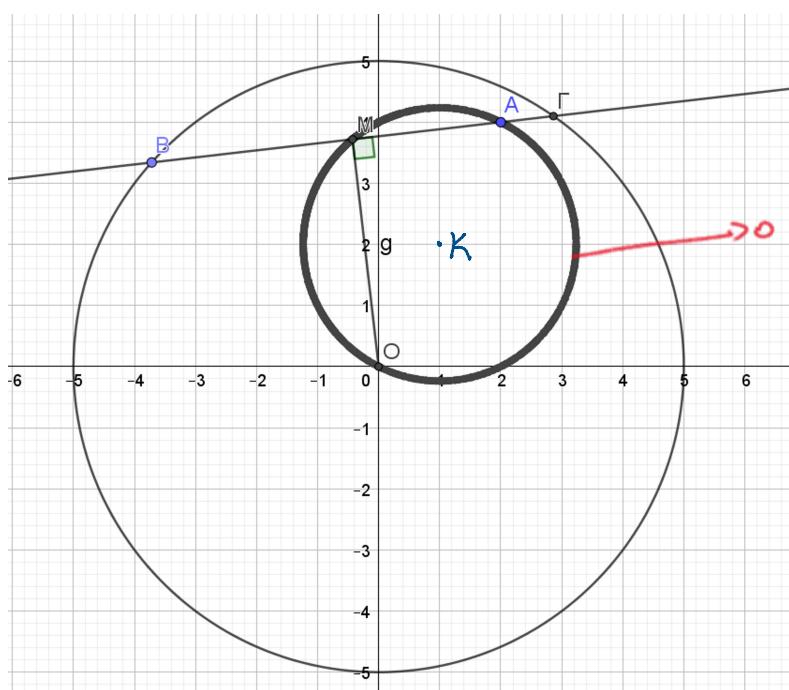
Έστω $M(x,y)$ σημείο του ζητούμενου $\delta\lambda$.
Το OM είναι απόσταση οπότε $\vec{OM} \perp \vec{AM} \Leftrightarrow$

$$\vec{OM} \cdot \vec{AM} = 0 \Leftrightarrow (x,y) \cdot (x-2,y-4) = 0 \Leftrightarrow x(x-2) + y(y-4) = 0 \Leftrightarrow$$

$$x^2 - 2x + y^2 - 4y = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = 5 \Leftrightarrow$$

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 = \sqrt{5}^2 \quad \text{ο ζητούμενος } \delta\lambda \text{ είναι}$$

κύκλος με κέντρο $K(1,2)$ και $\rho = \sqrt{5}$



ο ζητούμενος $\delta\lambda$

6. Να βρείτε το γεωμετρικό τόπο των σημείων M , των οποίων ο λόγος των αποστάσεων από τα σημεία $A(-3,0)$ και $B(3,0)$ είναι σταθερός και ίσος με 2.

Έστω $M(x,y)$ σημείο του ζητούμενου $\delta\lambda$.

$$\frac{(MA)}{(MB)} = 2 \Leftrightarrow (MA) = 2(MB) \Leftrightarrow$$

$$\sqrt{(x+3)^2 + y^2} = 2\sqrt{(x-3)^2 + y^2} \Leftrightarrow$$

$$(x+3)^2 + y^2 = 4((x-3)^2 + y^2) \Leftrightarrow$$

$$x^2 + 6x + 9 + y^2 = 4x^2 - 24x + 36 + 4y^2 \Leftrightarrow$$

$$3x^2 + 3y^2 - 30x + 27 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 10x + 9 = 0$$

$$A = -10, B = 0, \Gamma = 9$$

$$C(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2})$$

$$A^2 + B^2 - 4\Gamma = 100 - 36 = 64 > 0$$

Ο ζητούμενος γ-2. είναι κύκλος με κέντρο $K(5, 0)$
και $\rho = \frac{\sqrt{64}}{2} = 4$

7. Να βρείτε το γεωμετρικό τόπο των σημείων M , των οποίων το τετράγωνο της απόστασης από την αρχή των αξόνων είναι ίσο με το τετραπλάσιο της απόστασης από την ευθεία $x=1$.

Έστω $M(x, y)$ σημείο του ζητούμενου Γ-2

$$(OM)^2 = 4d(M, x=1) \Leftrightarrow$$

$$\sqrt{x^2 + y^2}^2 = 4 \frac{|x-1|}{\sqrt{1^2 + 0^2}} \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 4|x-1| \quad (1)$$

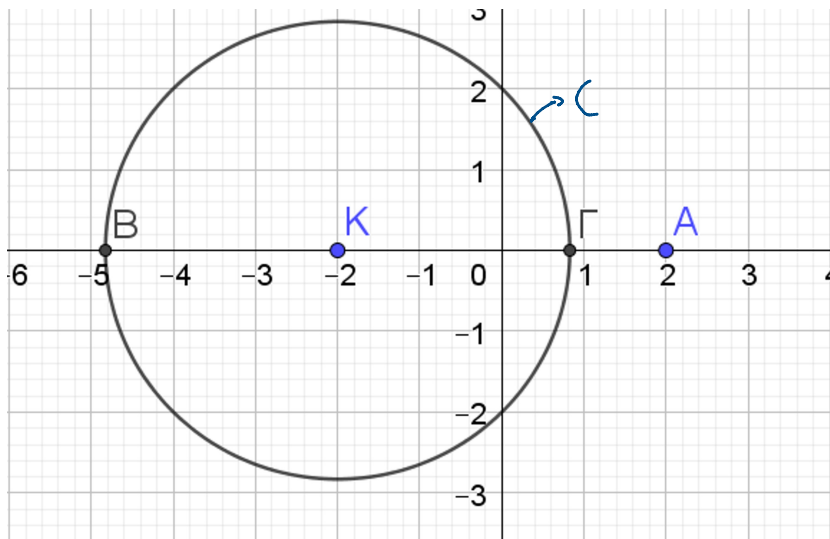
1.) $\text{Ar } x \geq 1$ τότε (1) $\Rightarrow x^2 + y^2 = 4(x-1) \Leftrightarrow$
 $x^2 + y^2 = 4x - 4 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow$
 $(x-2)^2 + y^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{matrix} x-2=0 \\ y=0 \end{matrix} \text{ και } x=2$
 Σημείο

Σύμφωνα με το παραπάνω είναι σημείο το $A(2, 0)$

2.) $\text{Ar } x < 1$ τότε (1) $\Rightarrow x^2 + y^2 = 4(-x+1) \Leftrightarrow$
 $x^2 + y^2 = -4x + 4 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 4x - 4 = 0$
 $A = 4, B = 0, \Gamma = -4$

$$A^2 + B^2 - 4\Gamma = 16 + 16 = 32 > 0$$

Αρα παραμένει κύκλος (C) με κέντρο $K(-2, 0)$ και $\rho = \sqrt{\frac{32}{2}} = 2\sqrt{2}$
 και είναι όλα τα σημεία τα οποία δίνει
 $-2 + 2\sqrt{2} < 1$



Τελικά ο
 ζητούμενος $\delta=2$ είναι
 ο κύκλος C που
 το σημείο A.