

Μάθημα 660 - Θέματα από τράπεζα θεμάτων

ΘΕΜΑ 2.8

Δίνεται η έλλειψη (c) με εξίσωση $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$.

α) Να δικαιολογήσετε ότι $a=4$, $b=2$ και $c=2\sqrt{3}$.

β) Να βρείτε τα μήκη των αξόνων και τις εστίες της έλλειψης (c).

γ) Να σχεδιάσετε την έλλειψη (c) και τον κύκλο $x^2 + y^2 = 16$ στο ίδιο σύστημα αξόνων.

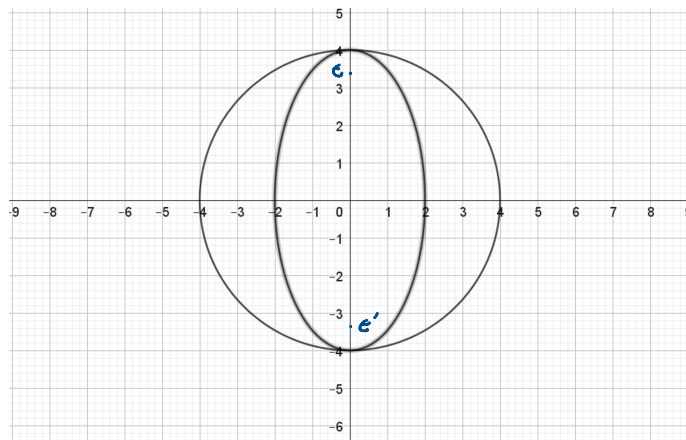
$\hookrightarrow (0,0), r=4$

$$\alpha) \quad a^2=16 \xRightarrow{a>0} a=4$$

$$b^2=4 \xRightarrow{b>0} b=2$$

$$c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$\beta) \quad \begin{aligned} \text{μεγάλο άξονας} &= 2a = 8 \\ \text{μικρός άξονας} &= 2b = 4 \\ E(0, 2\sqrt{3}), E'(0, -2\sqrt{3}) \end{aligned}$$



ΘΕΜΑ 2.9

Δίνεται η έλλειψη C με εξίσωση $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$.

α) Να βρείτε τις εστίες της.

β) Να σχεδιάσετε την έλλειψη C σε ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων.

γ) Να σχεδιάσετε στο ίδιο ορθοκανονικό σύστημα τις εφαπτόμενες στις κορυφές της

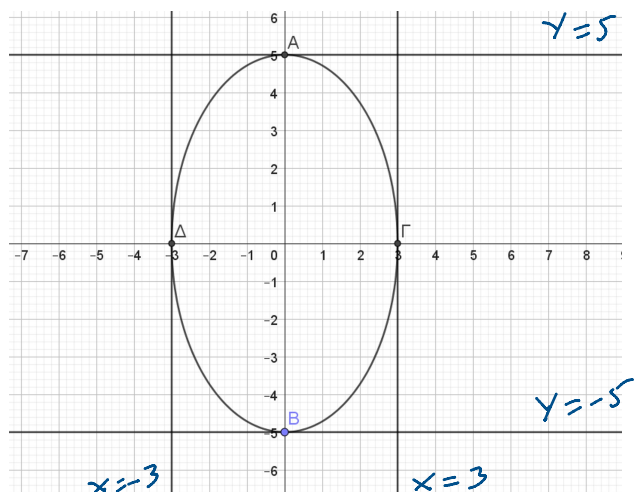
C και να γράψετε τις εξισώσεις τους.

$$\alpha) \quad \begin{aligned} a^2=25 &\xRightarrow{a>0} a=5 \\ b^2=9 &\xRightarrow{b>0} b=3 \end{aligned}$$

$$c = \sqrt{a^2 - b^2} = 4$$

$$F(0, 4), F'(0, -4)$$

β)
γ)



ΘΕΜΑ 2.10

Η έλλειψη C έχει εστίες τα σημεία $E(4,0), E'(-4,0)$ και μεγάλο άξονα 10. Να

βρείτε:

α) την εξίσωση της C .

β) την εκκεντρότητά της C .

γ) την εξίσωση της εφαπτομένης της C στο σημείο της $M(4, \frac{9}{5})$.

$$\begin{array}{l} \alpha) \quad E(4,0) \\ \quad E'(-4,0) \end{array} \left| \begin{array}{l} \Rightarrow \text{Εστίες στον } \text{xx} \\ \text{κέντρο } (0,0) \\ \delta = 4 \\ 2a = 10 \Rightarrow a = 5 \\ b = \sqrt{a^2 - \delta^2} = \sqrt{9} = 3 \end{array} \right. \\ C: \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$$

$$\beta) \quad \varepsilon = \frac{\delta}{a} = \frac{4}{5}$$

$$\gamma) \quad \frac{xx_1}{a^2} + \frac{yy_1}{b^2} = 1 \Rightarrow$$

$$\frac{4x}{25} + \frac{\frac{9}{5}y}{9} = 1 \Rightarrow$$

$$\frac{4x}{25} + \frac{y}{5} = 1 \Rightarrow \boxed{4x + 5y = 25}$$