

Μάθημα 67ο - Θέματα από τράπεζα θεμάτων

ΘΕΜΑ 2.13

Δίνεται η υπερβολή $(C): \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$.

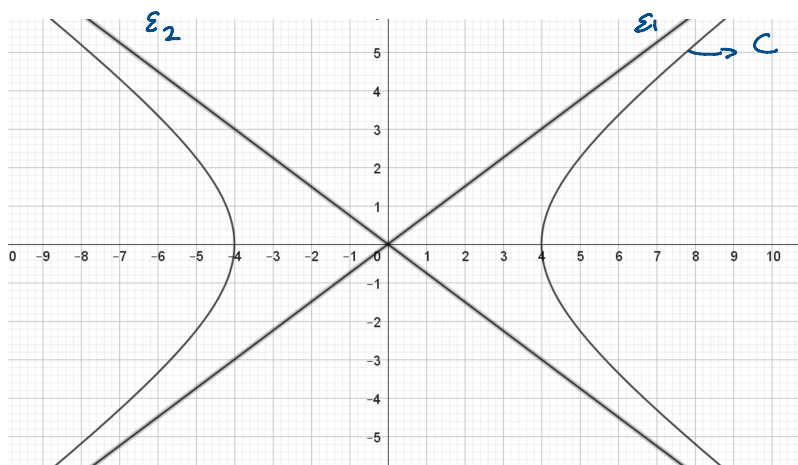
α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των εστιών E' και E .

β) Αν το N είναι τυχαίο σημείο της (C) , να βρείτε την τιμή της διαφοράς $|(NE') - (NE)|$.

γ) Να σχεδιάσετε την υπερβολή (C) .

$$\begin{aligned} \alpha) \quad a^2 &= 16 \xRightarrow{a>0} a=4 \\ b^2 &= 9 \xRightarrow{b>0} b=3 \\ c &= \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{25} = 5 \\ E(5, 0), E'(-5, 0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta) \quad N \in C &\Rightarrow |(NE') - (NE)| = 2a = 8 \\ \gamma) \quad \text{ασυμπτωτές: } \epsilon_1: y &= \frac{b}{a}x \Rightarrow y = \frac{3}{4}x \\ \epsilon_2: y &= -\frac{b}{a}x \Rightarrow y = -\frac{3}{4}x \end{aligned}$$



ΘΕΜΑ 2.15

Δίνεται η υπερβολή C με εξίσωση $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$.

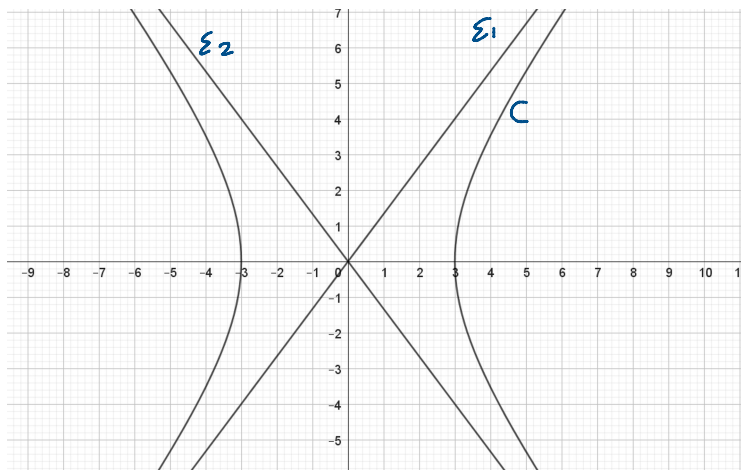
α) Να βρείτε τις εστίες της C .

β) Να βρείτε τις εξισώσεις των ασυμπτωτών της C .

γ) Να σχεδιάσετε την υπερβολή C και τις ασύμπτωτές της στο ίδιο σύστημα αξόνων.

$$\begin{aligned} \alpha) \quad a^2 &= 9 \xRightarrow{a>0} a=3 \\ b^2 &= 16 \xRightarrow{b>0} b=4 \\ c &= \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{25} = 5 \\ E(5, 0), E'(-5, 0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta) \quad \epsilon_1: y &= \frac{b}{a}x \Rightarrow y = \frac{4}{3}x \\ \epsilon_2: y &= -\frac{b}{a}x \Rightarrow y = -\frac{4}{3}x \end{aligned}$$



ΘΕΜΑ 2.17

Η υπερβολή C έχει εστίες τα σημεία $E(5,0), E'(-5,0)$ και εκκεντρότητα $\frac{5}{4}$. Να

βρείτε:

α) την εξίσωση της C .

β) τις εξισώσεις των ασύμπτωτων της C .

γ) την εξίσωση της εφαπτομένης της C στο σημείο της $M(5, \frac{9}{4})$.

$$\begin{aligned} \alpha) \quad & \begin{array}{l} E(5,0) \\ E'(-5,0) \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} c=5 \\ \text{εστίες στον } x' \\ \text{κεντρο } c=(0,0) \end{array} \right. \\ & e = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{5}{4} = \frac{5}{a} \Rightarrow \boxed{a=4} \\ & b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{9} = 3 \\ & C: \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta) \quad & \varepsilon_1: y = \frac{b}{a} x \Rightarrow y = \frac{3}{4} \cdot x \\ & \varepsilon_2: y = -\frac{b}{a} x \Rightarrow y = -\frac{3}{4} \cdot x \end{aligned}$$

$$\gamma) (\varepsilon): \frac{x x_1}{a^2} - \frac{y y_1}{b^2} = 1$$

$$\frac{5x}{16} - \frac{\frac{9}{4}y}{9} = 1$$

$$\frac{5x}{16} - \frac{y}{4} = 1 \Rightarrow 50x - 16y = 64$$