

Φύλλο εργασίας 3

Μάθημα : Μαθηματικά Προσανατολισμού Β' Λυκείου

Κεφάλαιο : Πολλαπλασιασμός αριθμού με διάνυσμα

Ορισμός

Έστω λ ένας πραγματικός αριθμός με $\lambda \neq 0$ και $\vec{a}$ ένα μη μηδενικό διάνυσμα.Ονομάζουμε **γινόμενο του λ με το $\vec{a}$** και το συμβολίζουμε με $\lambda \cdot \vec{a}$ ή $\lambda \vec{a}$ το διάνυσμα που

- είναι ομόρροπο του $\vec{a}$, αν $\lambda > 0$ και αντίρροπο του $\vec{a}$, αν $\lambda < 0$ και
- έχει μέτρο $|\lambda| |\vec{a}|$.

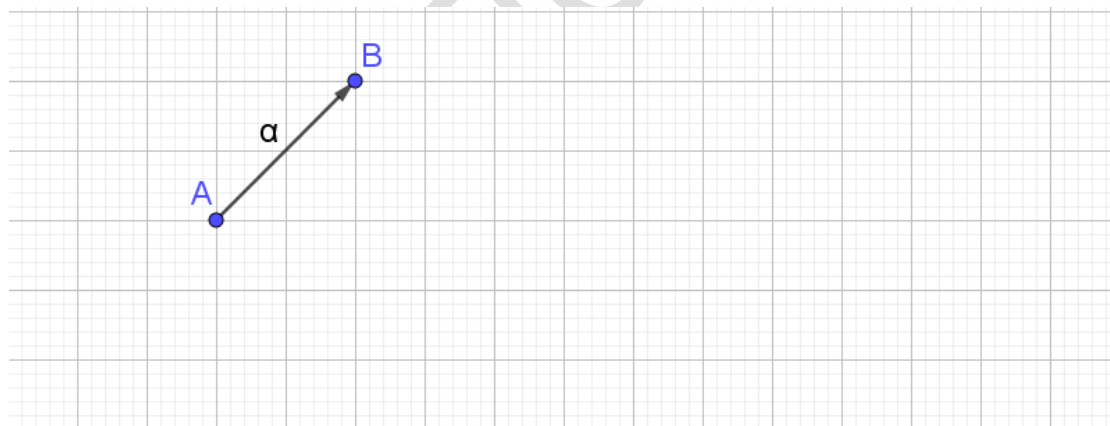
Αν είναι $\lambda = 0$ ή $\vec{a} = \vec{0}$, τότε ορίζουμε ως $\lambda \cdot \vec{a}$ το μηδενικό διάνυσμα $\vec{0}$.

Παρατήρηση

Η πράξη έχει οριστεί ως πολλαπλασιασμός αριθμού με διάνυσμα και όχι το ανάποδο, που σημαίνει ότι στο συμβολισμό της πράξης ο αριθμός προηγείται του διανύσματος.

Συνεπώς **δεν έχει νόημα να γράψουμε $\vec{a} \cdot \lambda$**

Θέμα 1ο

Αν $\vec{a}$ το παρακάτω διάνυσμα να σχεδιάσετε τα διανύσματα $2 \cdot \vec{a}$, $-3 \cdot \vec{a}$, $\frac{1}{2} \cdot \vec{a}$, $-\frac{1}{4} \cdot \vec{a}$ 

Ιδιότητες	Συνέπειες ορισμού και ιδιοτήτων
(1) $\lambda(\vec{a} + \vec{b}) = \lambda\vec{a} + \lambda\vec{b}$	(i) $\lambda\vec{a} = \vec{0} \Leftrightarrow \lambda = 0 \text{ ή } \vec{a} = \vec{0}$
(2) $(\lambda + \mu)\vec{a} = \lambda\vec{a} + \mu\vec{a}$	(ii) $(-\lambda\vec{a}) = \lambda(-\vec{a}) = -(\lambda\vec{a})$
(3) $\lambda(\mu\vec{a}) = (\lambda\mu)\vec{a}$	(iii) $\lambda(\vec{a} - \vec{b}) = \lambda\vec{a} - \lambda\vec{b}$
	(iv) $(\lambda - \mu)\vec{a} = \lambda\vec{a} - \mu\vec{a}$
	(v) Αν $\lambda\vec{a} = \lambda\vec{b}$ και $\lambda \neq 0$, τότε $\vec{a} = \vec{b}$
	(vi) Αν $\lambda\vec{a} = \mu\vec{a}$ και $\vec{a} \neq \vec{0}$, τότε $\lambda = \mu$.

- $\lambda \vec{\alpha} = \lambda \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda \vec{\alpha} - \lambda \vec{\beta} = \vec{0} \Leftrightarrow \lambda(\vec{\alpha} - \vec{\beta}) = \vec{0} \Leftrightarrow \lambda = 0 \quad \text{ή} \quad \vec{\alpha} - \vec{\beta} = \vec{0} \Leftrightarrow \lambda = 0 \quad \text{ή} \quad \vec{\alpha} = \vec{\beta}$
 $\lambda \vec{\alpha} = \mu \vec{\alpha} \Leftrightarrow \lambda \vec{\alpha} - \mu \vec{\alpha} = \vec{0} \Leftrightarrow (\lambda - \mu)\vec{\alpha} = \vec{0} \Leftrightarrow \lambda - \mu = 0 \quad \text{ή} \quad \vec{\alpha} = \vec{0} \Leftrightarrow \lambda = \mu \quad \text{ή} \quad \vec{\alpha} = \vec{0}$

Θέμα 2ο Να δείξετε ότι για τυχαία σημεία A, B, Γ, Δ σημεία του επιπέδου ισχύει ότι $4\vec{AG} + 3\vec{AB} + 2\vec{AD} = 5\vec{AG} - 3\vec{BA} - \vec{GA}$

Γραμμικός Συνδυασμός Διανυσμάτων

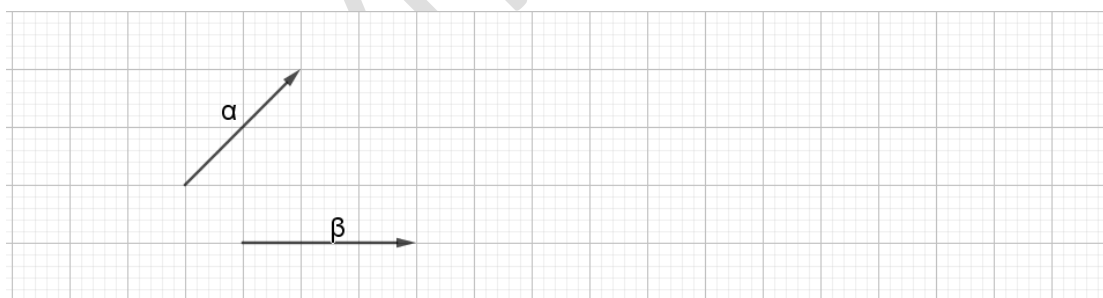
Ας θεωρήσουμε δύο διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$. Κάθε διάνυσμα της μορφής $\vec{v} = \kappa\vec{\alpha} + \lambda\vec{\beta}$, όπου $\kappa, \lambda \in \mathbf{R}$ ονομάζεται **γραμμικός συνδυασμός** των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$. Ανάλογα ορίζεται και ο γραμμικός συνδυασμός τριών ή περισσότερων διανυσμάτων.

Έτσι, για παράδειγμα, το διάνυσμα $\vec{v} = 3\vec{\alpha} - 2\vec{\beta} + 5\vec{\gamma}$ είναι ένας γραμμικός συνδυασμός των $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ και $\vec{\gamma}$.

Θέμα 3ο

Αν $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ τα παρακάτω διανύσματα να σχεδιάσετε τα διανύσματα

$$2 \cdot \vec{\alpha} + 3 \cdot \vec{\beta}, \quad \frac{1}{2} \cdot \vec{\alpha} - 2 \cdot \vec{\beta}$$



Θέμα 4ο Στο παρακάτω σχήμα να προσδιορίσετε σημείο M του επιπέδου για το οποίο ισχύει $4\vec{MA} + 3\vec{MB} = 5\vec{MG}$

