

ΜΙΑ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ ΣΤΗΝ ΑΣΚΗΣΗ 1, σελ. 173 (ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ) ΤΟΥ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ

Να αποδείξετε ότι οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = \frac{1}{x}$ και $g(x) = x^2 - 3x + 3$, $x \in (0, +\infty)$, έχουν κοινή εφαπτομένη στο σημείο $A(1,1)$.

Να βρείτε τις σχετικές θέσεις των C_f και C_g στο διάστημα $(0, +\infty)$.

ΛΥΣΗ:

Λύνοντας εξίσωση $f(x) = g(x) \Leftrightarrow \frac{1}{x} = x^2 - 3x + 3 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow x^3 = 1 \Leftrightarrow x = 1$, βρίσκουμε ότι το σημείο A είναι και το μοναδικό κοινό σημείο των C_f και C_g στο διάστημα $(0, +\infty)$. Εύκολα διαπιστώνουμε ότι δέχονται

κοινή εφαπτομένη σε αυτό αφού: $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$, άρα $f'(1) = -\frac{1}{1^2} = -1$

και $g'(x) = 2x - 3$, άρα $g'(1) = 2 \cdot 1 - 3 = -1$.

Στο επόμενο ερώτημα όμως, όταν λύσουμε την ανίσωση: $f(x) \geq g(x) \Leftrightarrow \frac{1}{x} \geq x^2 - 3x + 3 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow x^3 \leq 1 \Leftrightarrow x \leq 1$, παρατηρούμε ότι στο $(0,1)$ η C_f είναι πάνω από τη C_g και στο $(1, +\infty)$ η C_f είναι κάτω από τη C_g , δηλαδή το σημείο A είναι σημείο τομής των C_f και C_g .

ΤΕΛΙΚΑ ΤΙ ΑΚΡΙΒΩΣ ΣΥΜΒΑΙΝΕΙ; Το σημείο A είναι σημείο επαφής ή σημείο τομής;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ: **Και τα δύο.**

Με μια προσεκτική ματιά στις γραφικές παραστάσεις των δύο συναρτήσεων “**κοντά**” στο A ($x \rightarrow 1$), κάνοντας χρήση κατάλληλου λογισμικού, παρατηρούμε ότι οι δύο γραφικές παραστάσεις σχεδόν ταυτίζονται, με κοινό σημείο μόνο το A , όπου και αλλάζει το πρόσημο της διαφοράς τους (σχήμα).

