

ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΚΑΙ ΜΕΓΕΘΗ ΦΥΣΙΚΗΣ

Υλικό σημείο ή σημειακό αντικείμενο: Σώμα του οποίου οι διαστάσεις θεωρούνται αμελητέες.

Μονόμετρο μέγεθος: Ονομάζεται το μέγεθος που μπορεί να περιγραφεί πλήρως με το μέτρο του, δηλαδή με ένα νούμερο.

Διανυσματικό μέγεθος: Ονομάζεται το μέγεθος που για να περιγραφεί πλήρως πρέπει να γνωρίζουμε τη διεύθυνση (ευθεία κίνησης), τη φορά και το μέτρο.

Μετατόπιση: $\Delta \vec{x} = \vec{x}_{τελ} - \vec{x}_{αρχ} (m)$ διανυσματικό μέγεθος, ανεξάρτητο της ενδιάμεσης διαδρομής.

Διάστημα: $s (m)$ μονόμετρο μέγεθος, ισούται με το συνολικό μήκος της τροχιάς κίνησης ενός αντικειμένου.

Ταχύτητα: $\vec{u} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} (m/s)$ διανυσματικό μέγεθος, εκφράζει το ρυθμό μεταβολής της θέσης ενός σώματος.

Επιτάχυνση: $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{u}}{\Delta t} (m/s^2)$ διανυσματικό μέγεθος, εκφράζει το ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας ενός σώματος.

Αδράνεια: Είναι η ιδιότητα ή η τάση των σωμάτων να αντιστέκονται σε οποιαδήποτε αλλαγή της ταχύτητάς τους. Μέτρο της αδράνειας είναι η μάζα του σώματος.

Δύναμη: $\vec{F} (N)$ Είναι το αίτιο επιτάχυνσης ή παραμόρφωσης ενός σώματος. Διανυσματικό μέγεθος.

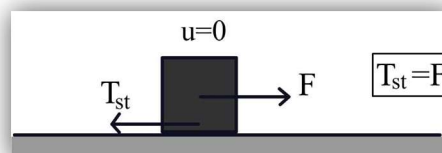
Ορμή: $\vec{p} = m \cdot \vec{u} (kg \cdot m/s)$ Είναι διανυσματικό μέγεθος, ομόρροπο της ταχύτητας.

Επιτάχυνση βαρύτητας: $\vec{g}$ Είναι η επιτάχυνση που έχει ένα σώμα όταν η μόνη δύναμη που δέχεται είναι το βάρος του. Όταν το σώμα βρίσκεται σε μικρό ύψος από την επιφάνεια της Γής το $\vec{g}$ θεωρείται σταθερό.

Τριβή: Είναι η δύναμη επαφής που αντιστέκεται στην σχετική κίνηση ή στην προσπάθεια κίνησης ενός ακίνητου σώματος ως προς κάποιο άλλο.

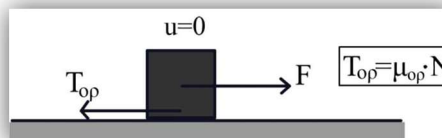
• Στατική Τριβή (T_{st}):

Ασκείται σε ένα σώμα όταν αυτό είναι ακίνητο και προσπαθεί να κινηθεί. Είναι ίση με τη δύναμη που προσπαθεί να κινήσει το σώμα.



• Οριακή Τριβή (T_{op} ή $T_{st,max}$):

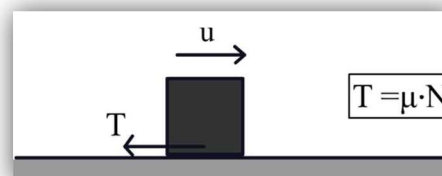
Είναι η μέγιστη στατική τριβή. Ασκείται στο σώμα που προσπαθεί να κινηθεί ακριβώς πριν «ξεκολλήσει».



Σημαντικό: Όταν μου δίνουν το συντελεστή στατικής τριβής μ_s , αυτός είναι ο συντελεστής της οριακής τριβής (μέγιστης στατικής).

• Τριβή ολίσθησης (T ή T_o):

Είναι η δύναμη που αντιστέκεται στην ολίσθηση ενός σώματος. Είναι μικρότερη από την οριακή τριβή.



Νόμοι Κίνησης Newton:

• 1^{ος} Εκφράζει την Αδράνεια

$$\text{Όταν } \Sigma \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{u} = \text{σταθ} \quad \text{ή} \quad \vec{u} = 0$$

• 2^{ος} Θεμελιώδης Νόμος της Μηχανικής:

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

• 3^{ος} Δράση – Αντίδραση

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

Όλες οι δυνάμεις στη φύση ασκούνται σε ζεύγη ίσων και αντίθετων δυνάμεων.

Η δράση και η αντίδραση ασκούνται σε διαφορετικά, πάντα σώματα.

Η δράση και η αντίδραση είναι δυνάμεις ίδιου είδους (π.χ. Κάθετη αντίδραση δαπέδου σε σώμα και κάθετη αντίδραση σώματος στο δάπεδο).

Όταν ασχολούμαστε με ένα σώμα, δεν επιτρέπεται να πούμε ότι η δράση και η αντίδραση δίνουν μηδενική συνισταμένη, διότι δεν ασκούνται πάνω σε αυτό. Για ένα σύστημα όμως σωμάτων η δράση και η αντίδραση είναι εσωτερικές δυνάμεις και έτσι έχουν μηδενική συνισταμένη.

• Γενίκευση θεμελιώδους νόμου μηχανικής (Ρυθμός μεταβολής της ορμής)

$$\vec{p} = m \cdot \vec{u} \Rightarrow \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = m \cdot \frac{\Delta \vec{u}}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \Sigma \vec{F}$$

Κινητική Ενέργεια σώματος: Είναι η ενέργεια που έχει ένα σώμα όταν κινείται. Μονόμετρο μέγεθος.

$$K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot u^2 \text{ (J)}$$

Μια άλλη, χρήσιμη μορφή του τύπου της κινητικής ενέργειας είναι η:

$$K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot u^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(\frac{p}{m}\right)^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \frac{p^2}{m^2} \Rightarrow K = \frac{p^2}{2m}$$

Δυναμική Βαρυτική Ενέργεια σώματος: Είναι η ενέργεια που έχει ένα σώμα λόγω της θέσης του σε σχέση με το επίπεδο της μηδενικής δυναμικής βαρυτικής ενέργειας. Είναι μονόμετρο μέγεθος.

$$U_B = \pm m \cdot g \cdot h \text{ (J)}$$

+ όταν βρίσκεται πάνω από το επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας ($h=0$)

- όταν βρίσκεται κάτω από το επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας ($h=0$)

Μηχανική Ενέργεια Σώματος: Είναι το άθροισμα της Κινητικής και της Δυναμικής Ενέργειας. Είναι μονόμετρο μέγεθος.

$$E_M = K + U \text{ (J)}$$

Έργο δύναμης

Το έργο μίας δύναμης ισούται με τη μεταφορά ενέργειας από ένα σώμα σε κάποιο άλλο ή τη μετατροπή ενέργειας από μία μορφή σε άλλη. Το έργο μίας δύναμης εκφράζει το ενεργειακό αποτέλεσμα της άσκησης μίας δύναμης. Είναι μονόμετρο μέγεθος.

Υπολογισμός έργου σταθερής δύναμης

- Αν η δύναμη είναι σταθερή, τότε: $W_F = |F| \cdot |\Delta x| \cdot \cos\theta \text{ (J)}$

Όπου θ η γωνία μεταξύ δύναμης και μετατόπισης

Από τον παραπάνω τύπο γίνεται αντιληπτό ότι δύναμη που είναι διαρκώς κάθετη στην κίνηση δεν έχει έργο. Ακόμη και σε μία καμπυλόγραμμη κίνηση αν μία δύναμη είναι διαρκώς κάθετη στην κίνηση δεν έχει έργο διότι είναι διαρκώς κάθετη σε κάθε μία απειροελάχιστη στοιχειώδη μετατόπιση (π.χ. η κεντρομόλος δύναμη, η τάση του νήματος σε κάποια κυκλική κίνηση και η κάθετη αντίδραση ακλόνητου δαπέδου).

- Αν η δύναμη έχει μεταβλητό μέτρο (π.χ. $F=10+2x$), το έργο της ισούται με το εμβαδό (αλγεβρικά) του διαγράμματος $F_x - x$.
- Αν δε γνωρίζουμε κάτι για τη δύναμη, παρά το ότι ασκείται, το έργο της μπορεί να υπολογιστεί έμμεσα από το Θ.Μ.Κ.Ε.

Συντηρητικές (ή διατηρητικές) Δυνάμεις:

Ονομάζονται οι δυνάμεις που όταν ασκούνται σε ένα σώμα ή σύστημα σωμάτων, **διατηρούν τη Μηχανική Ενέργεια σταθερή**. Για την ύλη της Γ Λυκείου μας ενδιαφέρει το **βάρος** και η **δύναμη του ελατηρίου**.

Το έργο μίας συντηρητικής δύναμης εξαρτάται μόνο από την αρχική και τελική κατάσταση και όχι από την ενδιάμεση διαδρομή.

Το έργο συντηρητικής δύναμης σε κλειστή διαδρομή (αρχή και τέλος συμπίπτουν) είναι ίσο με το μηδέν.

Η κάθε μία συντηρητική δύναμη συνδέεται με την αντίστοιχη δυναμική της ενέργειας.

Το έργο τους ισούται με την αντίθετη μεταβολή της δυναμικής τους ενέργειας.

$$W_{F, \text{συντ}} = -\Delta U = U_{\text{αρχ}} - U_{\text{τελ}}$$

- Βάρος $\vec{w} = m \cdot \vec{g}$ (Είναι η κατακόρυφη δύναμη με την οποία η Γη έλκει τα σώματα που βρίσκονται σε μικρό ύψος από την επιφάνειά της)

Έργο βάρους:

$$W_w = -\Delta U = U_{B, \text{αρχ}} - U_{B, \text{τελ}} = m \cdot g \cdot h_{\text{αρχ}} - m \cdot g \cdot h_{\text{τελ}}$$

Τα ύψη $h_{\text{αρχ}}$ και $h_{\text{τελ}}$ μετριοούνται από το επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας που έχουμε ορίσει.

Ένας πιο γρήγορος τρόπος υπολογισμού του Έργου Βάρους είναι το:

$$W_w = \pm |m \cdot g \cdot \Delta y|$$

+ όταν το βάρος βοηθάει στην κίνηση, δηλαδή στην κάθοδο

- όταν το βάρος αντιστέκεται στην κίνηση, δηλαδή στην άνοδο

όπου Δy η κατακόρυφη υψομετρική διαφορά αρχικής και τελικής θέσης.

Ενεργειακά Εργαλεία

• Θεώρημα μεταβολής Κινητικής Ενέργειας (Θ.Μ.Κ.Ε.)

Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας ενός σώματος ή συστήματος σωμάτων ισούται με το αλγεβρικό άθροισμα όλων των έργων των δυνάμεων που ασκήθηκαν σε αυτό.

$$\Delta K = W_{ολ} \Rightarrow K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{F1} + W_{F2} + \dots$$

• Αρχή διατήρησης της ενέργειας (ΑΔΕ)

Ισχύει πάντα, δε βολεύει όταν μπλέκει ο χρόνος και όταν υπολογίζουμε κάποια ταχύτητα δε γνωρίζουμε το πρόσημό της.

• Αρχή Διατήρηση Μηχανικής Ενέργειας (Α.Δ.Μ.Ε.)

Όταν σε ένα σώμα ή σύστημα σωμάτων ασκούνται μόνο συντηρητικές δυνάμεις (και αν ασκούνται άλλες έχουν μηδενικό έργο) η Μηχανική Ενέργεια παραμένει σταθερή. Δε βολεύει όταν μπλέκει ο χρόνος και όταν υπολογίζουμε κάποια ταχύτητα δε γνωρίζουμε το πρόσημό της.

$$E_{M,αρχ} = E_{M,τελ} \Rightarrow K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ}$$

Αρχή επαλληλίας ή ανεξαρτησίας των κινήσεων

Όταν ένα σώμα εκτελεί δύο ή περισσότερες κινήσεις ταυτόχρονα, το συνολικό αποτέλεσμα των κινήσεων αυτών μπορεί να υπολογιστεί αθροίζοντας τα αποτελέσματα που θα είχε αν έκανε την κάθε μία κίνηση χωριστά.

Περιοδικά φαινόμενα

Ονομάζονται τα φαινόμενα τα οποία επαναλαμβάνονται αναλλοίωτα σε ίσα χρονικά διαστήματα.

• **Περίοδος (T)** : Ονομάζεται το χρονικό διάστημα για μία πλήρη επανάληψη ενός περιοδικού φαινομένου.

$$T = \frac{\Delta t}{N} \text{ (s)}$$

Όπου:

- **Δt** το χρονικό διάστημα σε s

- **N** ο αριθμός επαναλήψεων

• **Συχνότητα (f)**: είναι ο αριθμός ο οποίος εκφράζει τον αριθμό των επαναλήψεων ενός περιοδικού φαινομένου στη μονάδα του χρόνου (στο 1s).

$$f = \frac{N}{\Delta t} \text{ (Hz)}$$

Όπου:

- **Δt** το χρονικό διάστημα σε s

- **N** ο αριθμός επαναλήψεων

• **Σχέση Συχνότητας - Περιόδου:**

Για μία επανάληψη ισχύει ότι N=1 και Δt=T. Συνεπώς από τους παραπάνω τύπους θα έχουμε:

$$f = \frac{1}{T}$$

και

$$T = \frac{1}{f}$$

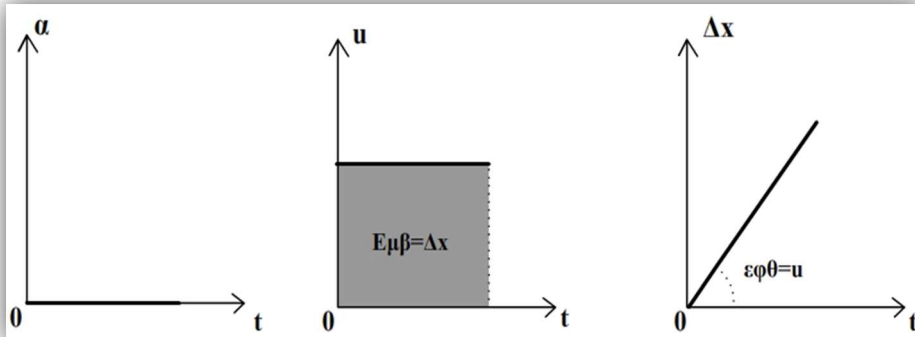
Τα μεγέθη Περίοδος και Συχνότητα είναι αντίστροφα.

Κινήσεις:

• Ευθύγραμμη Ομαλή Κίνηση (Ε.Ο.Κ)

Είναι η κίνηση που εκτελεί ένα σώμα όταν η ταχύτητά του παραμένει σταθερή (σε μέτρο και κατεύθυνση).

$$\Delta \vec{x} = \vec{u} \cdot \Delta t, \quad \Sigma \vec{F} = 0, \quad \vec{a} = 0$$



• Ευθύγραμμη Ομαλά Μεταβαλλόμενη Κίνηση

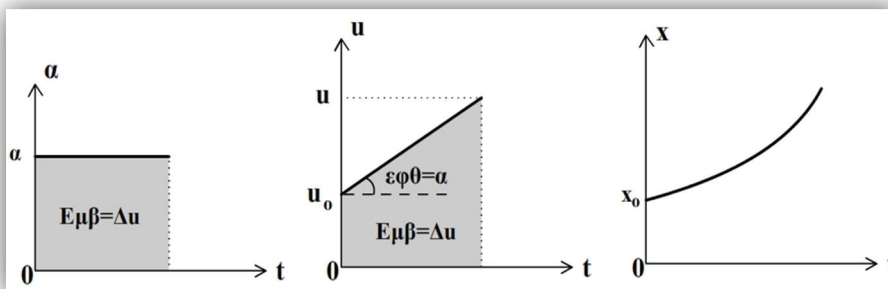
Είναι η κίνηση που εκτελεί ένα σώμα όταν η ταχύτητά του μεταβάλλεται με σταθερό ρυθμό, δηλαδή με σταθερή επιτάχυνση.

$$\Delta \vec{x} = \vec{u}_o \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot \vec{a} \cdot \Delta t^2, \quad \vec{u} = \vec{u}_o + \vec{a} \cdot \Delta t, \quad \Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Η Ευθύγραμμη Ομαλά Μεταβαλλόμενη Κίνηση μπορεί να χωριστεί σε δύο κατηγορίες:

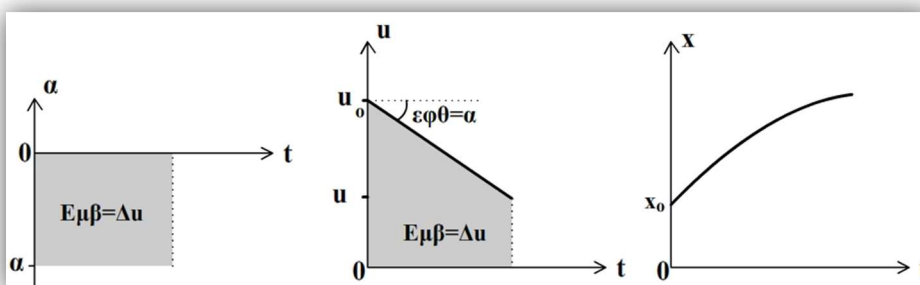
i. Ευθύγραμμη Ομαλά Επιταχυνόμενη Κίνηση όταν:

$\vec{a}$ ομόρροπη της $\vec{u}$, το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται.

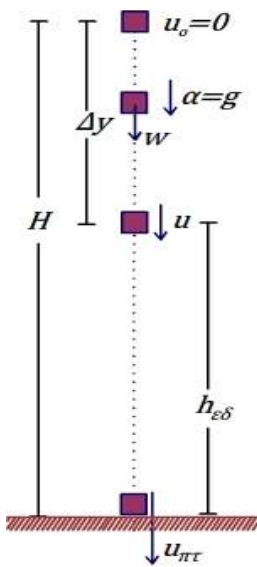


ii. Ευθύγραμμη Ομαλά Επιβραδυνόμενη Κίνηση όταν:

$\vec{a}$ αντίρροπη της $\vec{u}$, το μέτρο της ταχύτητας ελαττώνεται.



• Ελεύθερη Πτώση



Ελεύθερη Πτώση εκτελεί ένα σώμα όταν αφήνεται ελεύθερο από κάποιο ύψος από την επιφάνεια της Γης σε συνθήκες μηδενικών τριβών. Άρα η μόνη δύναμη που ενεργεί πάνω του είναι το βάρος του.

Από Θεμελιώδη Νόμο του Newton θα έχουμε:

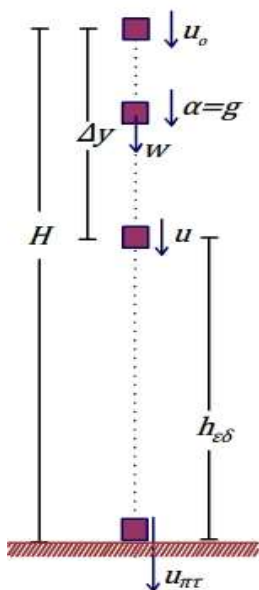
$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{w} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow m \cdot \vec{a} = m \cdot \vec{g} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$$

Για μία τυχαία θέση θα ισχύει:

$$\vec{u} = \vec{g} \cdot \Delta t$$

$$\Delta \vec{y} = \frac{1}{2} \cdot \vec{g} \cdot \Delta t^2$$

• Κατακόρυφη βολή προς τα κάτω



Κατακόρυφη βολή προς τα κάτω εκτελεί ένα σώμα όταν εκτοξεύεται προς τα κάτω από κάποιο ύψος από την επιφάνεια της Γης σε συνθήκες μηδενικών τριβών. Άρα η μόνη δύναμη που ενεργεί πάνω του είναι το βάρος του.

Από Θεμελιώδη Νόμο του Newton θα έχουμε:

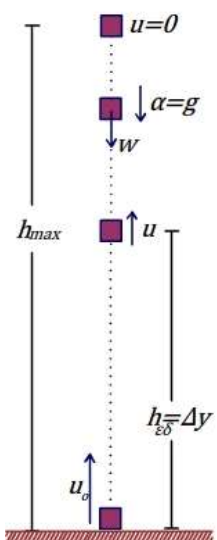
$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{w} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow m \cdot \vec{a} = m \cdot \vec{g} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$$

Για μία τυχαία θέση θα ισχύει:

$$\vec{u} = \vec{u}_o + \vec{g} \cdot \Delta t$$

$$\Delta \vec{y} = \vec{u}_o \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot \vec{g} \cdot \Delta t^2$$

• Κατακόρυφη βολή προς τα πάνω



Κατακόρυφη βολή προς τα πάνω εκτελεί ένα σώμα όταν εκτοξεύεται προς τα πάνω από την επιφάνεια της Γης, ή κοντά σε αυτήν, σε συνθήκες μηδενικών τριβών. Άρα η μόνη δύναμη που ενεργεί πάνω του είναι το βάρος του.

Από Θεμελιώδη Νόμο του Newton θα έχουμε:

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{w} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow m \cdot \vec{a} = m \cdot \vec{g} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$$

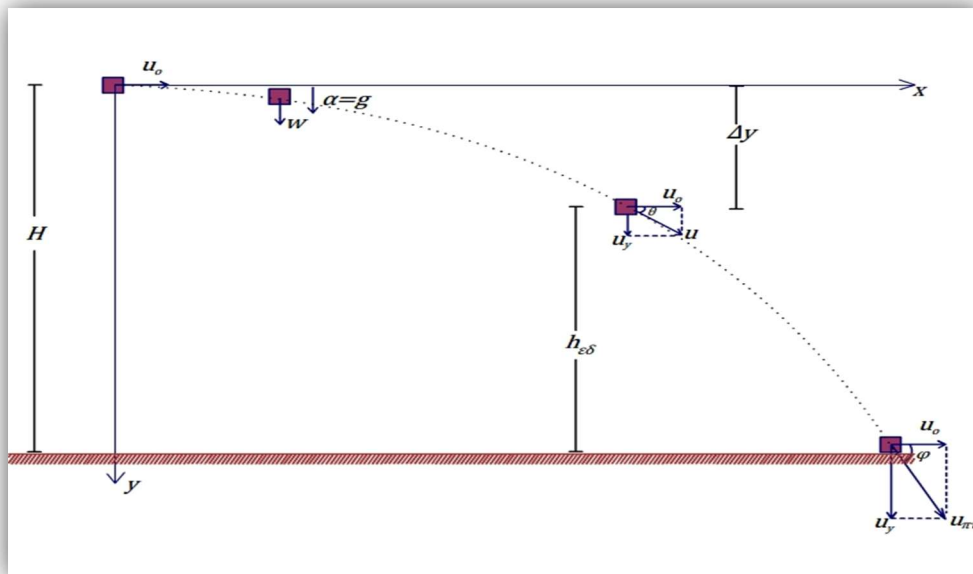
Για μία τυχαία θέση θα ισχύει:

$$\vec{u} = \vec{u}_o + \vec{g} \cdot \Delta t \quad \text{ή} \quad \vec{u} = \vec{u}_o - |\vec{g}| \cdot \Delta t$$

$$\Delta \vec{y} = \vec{u}_o \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot \vec{g} \cdot \Delta t^2 \quad \text{ή} \quad \Delta \vec{y} = \vec{u}_o \cdot \Delta t - \frac{1}{2} \cdot |\vec{g}| \cdot \Delta t^2$$

• Οριζόντια Βολή

Οριζόντια βολή ονομάζεται η κίνηση στην οποία εκτοξεύουμε οριζόντια ένα σώμα από κάποιο ύψος πάνω από την επιφάνεια της Γης σε συνθήκες μηδενικών τριβών.



Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας η οριζόντια βολή μπορεί να χωριστεί σε δύο κινήσεις οι οποίες πραγματοποιούνται ταυτόχρονα.

Άξονας x'x: Στον οριζόντιο άξονα x'x το σώμα δε δέχεται καμία δύναμη. Σύμφωνα με τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα το σώμα θα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση στον άξονα αυτόν, άρα:

$$\Sigma \vec{F}_x = 0 \quad , \quad \vec{a}_x = 0 \quad , \quad \vec{u}_x = \vec{u}_0 = \text{σταθ.} \quad , \quad \Delta \vec{x} = \vec{u}_0 \cdot \Delta t$$

Άξονας γ'γ: Στον κατακόρυφο άξονα γ'γ το σώμα δέχεται μόνο το βάρος του και η αρχική ταχύτητα είναι μηδενική. Συνεπώς στον άξονα αυτόν θα εκτελεί ελεύθερη πτώση, άρα:

$$\Sigma \vec{F}_y = m \cdot \vec{a}_y \quad , \quad \vec{a}_y = \vec{g} \quad , \quad \vec{u}_y = \vec{g} \cdot \Delta t \quad , \quad \Delta \vec{y} = \frac{1}{2} \cdot \vec{g} \cdot \Delta t^2$$

Προσοχή, η ταχύτητα υπολογίζεται σε κάθε μία θέση, ως εξής:

Άξονας x'x: $\vec{u}_x = \vec{u}_0$

Άξονας γ'γ: $\vec{u}_y = \vec{g} \cdot \Delta t$

Ισχύει ότι: $\vec{u} = \vec{u}_x + \vec{u}_y$

Άρα το μέτρο της ταχύτητας θα ισούται με: $|\vec{u}| = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$

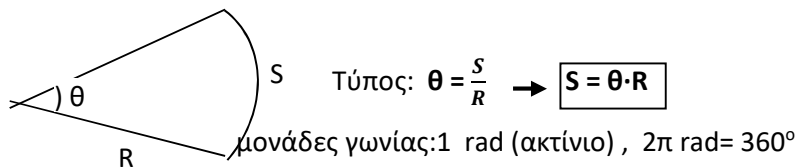
Και η κατεύθυνσή της: $\epsilon\phi\theta = \frac{u_y}{u_x}$

Ο χρόνος πτώσης στην οριζόντια βολή **εξαρτάται μόνο από το αρχικό ύψος** και όχι από την αρχική ταχύτητα εκτόξευσης.

• Ομαλή Κυκλική Κίνηση

Ομαλή κυκλική κίνηση είναι η κίνηση που εκτελεί ένα σώμα όταν η τροχιά του είναι περιφέρεια κύκλου και το μέτρο της γραμμικής ή επιτρόχιας ταχύτητάς του παραμένει σταθερό.

Γωνία (θ): Γωνία ονομάζεται η αναλογία μεταξύ μήκους τόξου και ακτίνας.

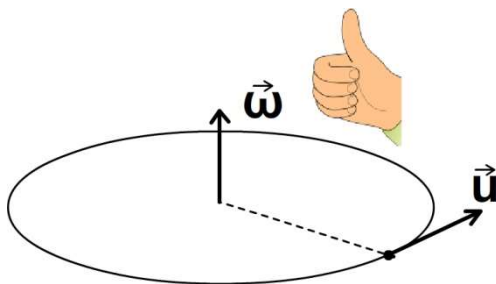


Γραμμική (ή επιτρόχια) ταχύτητα ($u_{\text{γρ}}$ ή u)

Προσοχή! Έχει σταθερό μέτρο, αλλά όχι κατεύθυνση. Χαρακτηριστικά:

- διανυσματικό μέγεθος
- κατεύθυνση εφαπτόμενη στην κυκλική τροχιά
- σημείο εφαρμογής το σώμα ή ένα σημείο του σώματος
- μέτρο που εκφράζει το ρυθμό μεταβολής του μήκους τόξου.

Τύπος: $\boxed{u = \frac{\Delta S}{\Delta t}}$ (m/s)



Γωνιακή ταχύτητα (ω)

Προσοχή! Παραμένει σταθερή κατά μέτρο και κατεύθυνση. Χαρακτηριστικά:

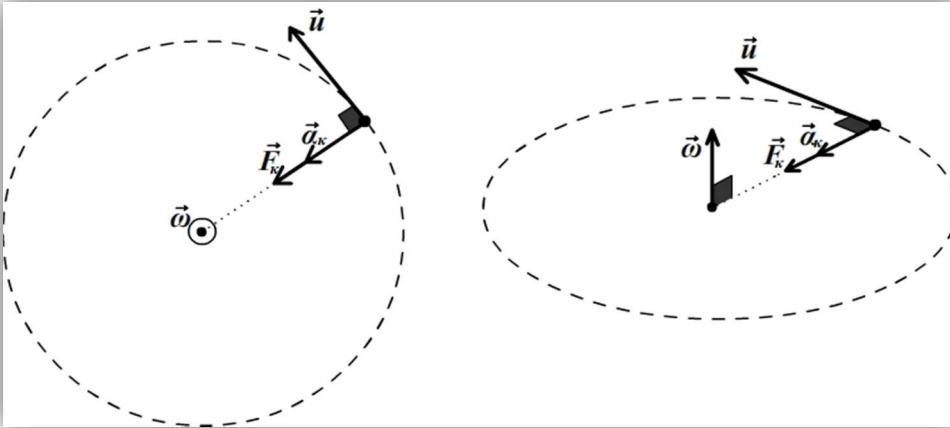
- διανυσματικό μέγεθος
- διεύθυνση αυτή του άξονα περιστροφής
- φορά που προκύπτει με τον κανόνα του δεξιού χεριού
- σημείο εφαρμογής το σημείο τομής άξονα περιστροφής - επίπεδου τροχιάς
- μέτρο που εκφράζει το ρυθμό μεταβολής της γωνίας.

Τύπος: $\boxed{\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t}}$ (rad/s)

Σε χρόνο μίας περιόδου το σώμα διαγράφει έναν πλήρη κύκλο, άρα για $\Delta t = T$ θα ισχύει $\Delta \theta = 2\pi$, οπότε θα έχουμε:

$$\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta \theta = 2\pi]{\Delta t = T} \omega = \frac{2\pi}{T}$$

Αν στον παραπάνω τύπο αντικαταστήσουμε $T = \frac{1}{f}$ θα έχουμε: $\omega = 2\pi f$



Σχέση Γραμμικής - Γωνιακής Ταχύτητας

$$S = \theta \cdot R \Rightarrow \frac{dS}{dt} = \frac{d(\theta \cdot R)}{dt} \Rightarrow \frac{dS}{dt} = R \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow \boxed{u = \omega \cdot R}$$

Από τον παραπάνω τύπο φαίνεται ότι ενώ όλα τα σημεία ενός στρεφόμενου στερεού έχουν την ίδια γωνιακή ταχύτητα η γραμμική τους ταχύτητα εξαρτάται από την ακτίνα τους.

Κεντρομόλος επιτάχυνση

Είναι η επιτάχυνση η οποία στρίβει το σώμα. Σε αυτή οφείλεται η αλλαγή της κατεύθυνσης της ταχύτητας, είναι δηλαδή η υπεύθυνη επιτάχυνση για την κυκλική κίνηση. Προσοχή, η κεντρομόλος επιτάχυνση δεν μπορεί να αλλάξει το μέτρο της ταχύτητας παρά μόνο την κατεύθυνσή της. Έχει κατεύθυνση κάθετη στη γραμμική ταχύτητα με φορά προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς.

Μέτρο κεντρομόλου επιτάχυνσης: $\boxed{\alpha_k = \frac{u^2}{R}} \text{ (m/s}^2\text{)}$

Κεντρομόλος δύναμη (F_k) ή Ακτινική δύναμη (ΣF_R)

Είναι η δύναμη η οποία στρίβει το σώμα. Προσοχή, η κεντρομόλος δύναμη είναι η συνισταμένη των δυνάμεων στον άξονα της ακτίνας και έχει φορά προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς. Η κεντρομόλος δύναμη είναι διαρκώς κάθετη στην ταχύτητα, δηλαδή σε κάθε στοιχειώδη μετατόπιση, άρα έχει μηδενικό έργο.

Μέτρο κεντρομόλου δύναμης: $F_k = \Sigma F_R = m \cdot \alpha_k \Rightarrow F_k = m \cdot \frac{u^2}{R} \text{ (N)}$

Σύστημα Σωμάτων

Σύστημα σωμάτων ονομάζεται το σύνολο δύο ή περισσότερων σωμάτων τα οποία αλληλεπιδρούν μεταξύ τους (με δυνάμεις).

Εσωτερικές θεωρούνται οι δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ των σωμάτων του συστήματος (Είναι όλες ζεύγη δράσης και αντίδρασης, άρα έχουν μηδενική συνισταμένη).

Εξωτερικές θεωρούνται οι δυνάμεις που ασκούνται από σώματα εκτός συστήματος στα σώματα του συστήματος.

Μονωμένο σύστημα λέγεται αυτό στο οποίο η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων είναι μηδενική.

Αρχή Διατήρησης Ορμής (Α.Δ.Ο.)

Σε κάθε μονωμένο σύστημα σωμάτων η συνολική ορμή παραμένει σταθερή. Αυτό φαίνεται και από τη γενίκευση του θεμελιώδους νόμου της Μηχανικής:

$$\Sigma \vec{F}_{\varepsilon\xi} = 0 \Rightarrow \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = 0 \Rightarrow \Delta \vec{p} = 0 \Rightarrow \boxed{\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\epsilon\lambda}} \text{ (Α.Δ.Ο.)}$$

Διανύσματα

Τα περισσότερα μεγέθη στη φυσική είναι διανυσματικά, ας ασχοληθούμε με την ορμή σαν παράδειγμα. Θα μπορούσε στη θέση της ορμής να ήταν η ταχύτητα ή κάποια δύναμη ή οποιοδήποτε διανυσματικό μέγεθος.

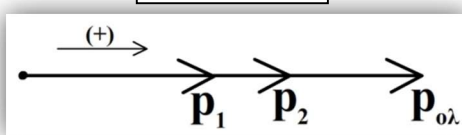
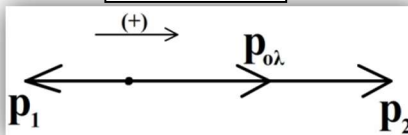
Μεταβολή μέτρου Ορμής:

Η μεταβολή του μέτρου της ορμής δεν έχει διανυσματικό χαρακτήρα, είναι η απλή αφαίρεση δύο αριθμών.

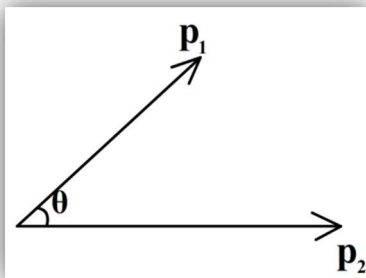
$$\Delta |\vec{p}| = |\vec{p}_{\tau\epsilon\lambda}| - |\vec{p}_{\alpha\rho\chi}|$$

Για παράδειγμα στην ομαλή κυκλική κίνηση το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας παραμένει διαρκώς σταθερό. Έτσι και το μέτρο της ορμής παραμένει συνεχώς σταθερό. Γι αυτό και πάντα στην ομαλή κυκλική κίνηση η μεταβολή του μέτρου της ορμής είναι μηδέν.

Άθροισμα συγγραμμικών Διανυσμάτων. Γίνεται αλγεβρικά.

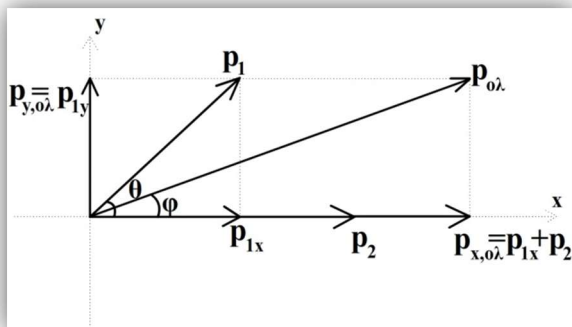
Ομόρροπα  $\vec{p}_{ολ} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \xrightarrow{\text{π.χ.}}$$\vec{p}_{ολ} = 3 + 5 \Rightarrow$$\vec{p}_{ολ} = 8 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$	Αντίρροπα  $\vec{p}_{ολ} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \xrightarrow{\text{π.χ.}}$$\vec{p}_{ολ} = -2 + 6 \Rightarrow$$\vec{p}_{ολ} = 4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$
---	---

Άθροισμα μη συγγραμμικών Διανυσμάτων: Γίνεται μόνο διανυσματικά.



Έστω ότι θέλουμε να αθροίσουμε τις διπλανές ορμές. Αυτό μπορεί να γίνει με δύο τρόπους. Ο ένας είναι να αναλύσουμε τις ορμές σε άξονες, να βρούμε τη συνολική ορμή του κάθε άξονα και να βρούμε μετά τη συνολική ορμή. Ο άλλος γίνεται με τον τύπο αθροίσματος διανυσμάτων.

Α τρόπος: Ανάλυση ορμών σε άξονες x και y



Άξονας x:

$$\vec{p}_{x,ολ} = \vec{p}_{1,x} + \vec{p}_2 \Rightarrow$$

$$p_{x,ολ} = p_1 \cdot \sigma\upsilon\nu\theta + p_2$$

Άξονας y:

$$\vec{p}_{y,ολ} = \vec{p}_{1,y} \Rightarrow$$

$$p_{y,ολ} = p_1 \cdot \eta\mu\theta$$

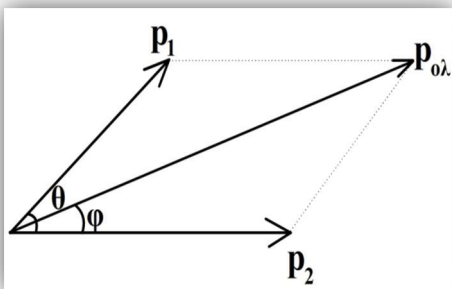
Αφού υπολογίσουμε τις συνολικές ορμές στους άξονες x και y μπορούμε να υπολογίσουμε τη συνολική ορμή.

$$\vec{p}_{ολ} = \vec{p}_{x,ολ} + \vec{p}_{y,ολ}$$

$$\text{Μέτρο: } |p_{ολ}| = \sqrt{p_{x,ολ}^2 + p_{y,ολ}^2}$$

$$\text{Κατεύθυνση: } \epsilon\varphi\varphi = \frac{p_{y,ολ}}{p_{x,ολ}}$$

Β τρόπος: Με κανόνα παραλληλογράμμου και τύπο



Για την ολική ορμή ισχύει ότι:

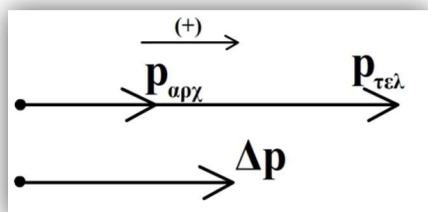
$$\vec{p}_{ολ} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$$

$$\text{Με μέτρο: } |p_{ολ}| = \sqrt{p_1^2 + p_2^2 + 2p_1p_2\sigma\upsilon\nu\theta}$$

$$\text{Και κατεύθυνση: } \epsilon\varphi\varphi = \frac{p_1 \cdot \eta\mu\theta}{p_2 + p_1 \cdot \sigma\upsilon\nu\theta}$$

Αφαίρεση συγγραμμικών διανυσμάτων. Γίνεται αλγεβρικά. Ένα κλασσικό παράδειγμα αφαίρεσης διανυσμάτων είναι ο υπολογισμός της μεταβολής ορμής.

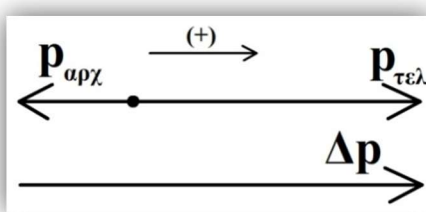
Ομόρροπα



$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_{τελ} - \vec{p}_{αρχ} \xrightarrow{\pi.\chi.}$$

$$\Delta\vec{p} = 6 - 2 = 4kg \cdot m/s$$

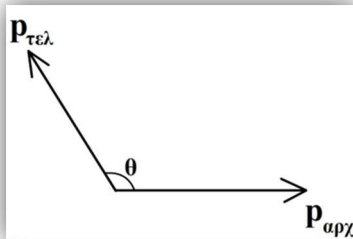
Αντίρροπα



$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_{τελ} - \vec{p}_{αρχ} \xrightarrow{\pi.\chi.}$$

$$\Delta\vec{p} = 7 - (-2) = 9kg \cdot m/s$$

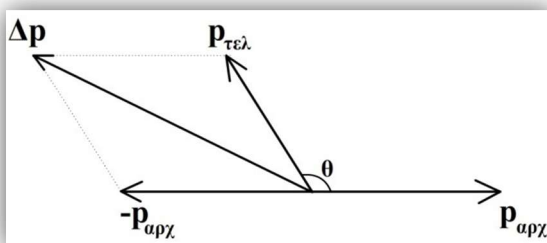
Αφαίρεση μη συγγραμμικών διανυσμάτων. Γίνεται διανυσματικά.



Έστω ότι θέλουμε να υπολογίσουμε τη διπλανή μεταβολή της ορμής. Αυτό γίνεται ως εξής:

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_{τελ} - \vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ} + (-\vec{p}_{αρχ})$$

Έπειτα σχεδιάζοντας τα διανύσματα από κοινή αρχή εφαρμόζουμε τον κανόνα του παραλληλογράμμου.



Για το μέτρο μεταβολής της ορμής θα ισχύει:

$$|\Delta p| = \sqrt{p_{αρχ}^2 + p_{τελ}^2 + 2p_{αρχ}p_{τελ}\cos(\pi - \theta)}$$

Ισχύς – Ενεργειακοί Ρυθμοί

Σύμβολο: P

Μονάδες: W (1Watt=1J/s)

Η ισχύς είναι το μονόμετρο μέγεθος που εκφράζει το ρυθμό προσφοράς, κατανάλωσης έργου ή κάποιας μορφής ενέργειας.

Γενικά: $Ισχύς = \frac{έργο}{χρόνος}$ ή $Ισχύς = \frac{μεταβολή\ ενέργειας}{χρόνος}$

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad P = \frac{\Delta Ενέργειας}{\Delta t}$$

Στιγμιαία ισχύς δύναμης

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} \Rightarrow P = \frac{|F| \cdot |\Delta x| \cdot \cos\theta}{\Delta t} \Rightarrow P = |F| \cdot |u| \cdot \cos\theta$$

Όπου θ η γωνία της δύναμης με τη στιγμιαία ταχύτητα

Μέση ισχύς δύναμης

$$\bar{P} = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

Εδώ κάνουμε κανονικά τη διαίρεση αφού υπολογίσουμε το έργο της δύναμης με την ισχύ της οποίας ασχολούμαστε.

Ρυθμός μεταβολής Κινητικής Ενέργειας

$$\frac{\Delta K}{\Delta t} = \frac{W_{ολ}}{\Delta t} = \frac{W_{\Sigma F}}{\Delta t} = \frac{|\Sigma F| \cdot |\Delta x| \cdot \sigma\upsilon\nu\theta}{\Delta t} = |\Sigma F| \cdot |u| \cdot \sigma\upsilon\nu\theta$$

Όπου θ η γωνία της συνισταμένης δύναμης με τη στιγμιαία ταχύτητα

Ρυθμός μεταβολής Δυναμικής Βαρυτικής Ενέργειας

$$\frac{\Delta U_B}{\Delta t} = \frac{-W_w}{\Delta t} = \frac{-\pm |m \cdot g \cdot \Delta y|}{\Delta t} = \pm |m \cdot g \cdot u_y|$$

+ βάζουμε όταν η δυναμική βαρυτική ενέργεια αυξάνεται, άρα στην άνοδο σώματος

- βάζουμε όταν η δυναμική βαρυτική ενέργεια ελαττώνεται, άρα στην κάθοδο σώματος