

1

ΚΡΟΥΣΕΙΣ - ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ

Κωστούλας Χρήστος

tetradiafysikhs.blogspot.com

6973285995

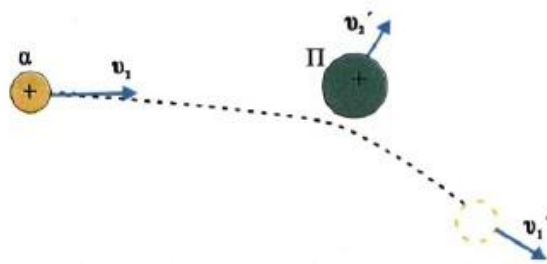
Στο φυλλάδιο αυτό περιέχονται:

- α) Θεωρία με ερωτήσεις ανά παράγραφο*
- β) ερωτήσεις από τον ιστότοπο study4exams*
- γ) ασκήσεις από τον ιστότοπο study4exams*

ΚΡΟΥΣΕΙΣ

Κρούση ονομάζεται το φαινόμενο κατά το οποίο δύο ή περισσότερα σώματα έρχονται σε επαφή για πολύ μικρό χρονικό διάστημα και αλληλεπιδρούν μεταξύ τους με πολύ ισχυρές δυνάμεις

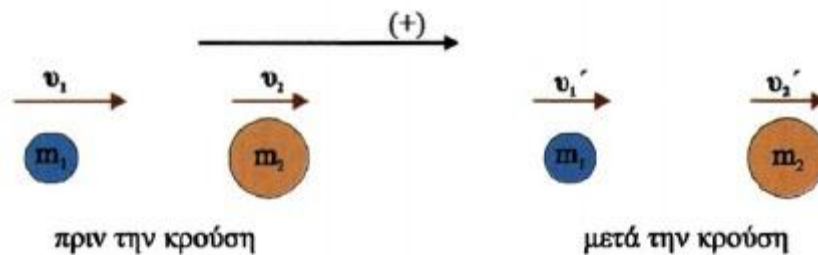
Στο μικρόκοσμο, η έννοια της κρούσης διευρύνεται και περιλαμβάνει και περιπτώσεις κατά τις οποίες τα σωματίδια δεν έρχονται απαραίτητα σε επαφή. Όταν για παράδειγμα ένα **σωμάτιο α** ¹ εκτοξεύεται εναντίον ενός ακίνητου πυρήνα, ασκούνται μεταξύ τους πολύ ισχυρές δυνάμεις για πολύ σύντομο χρονικό διάστημα, χωρίς τα σωματίδια να έρθουν σε επαφή. Το φαινόμενο αυτό στη σύγχρονη φυσική ονομάζεται **σκέδαση**.



Είδη κρούσεων

A. Με κριτήριο τις διευθύνσεις των ταχυτήτων πριν την κρούση, οι κρούσεις διακρίνονται σε **κεντρικές**, **έκκεντρες** και **πλάγιες**

α. Κεντρική ή **μετωπική** ονομάζεται η κρούση κατά την οποία οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων πριν την κρούση βρίσκονται πάνω στην ίδια ευθεία.



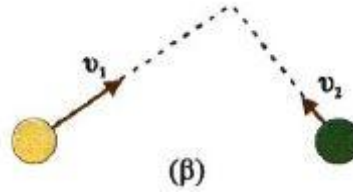
Αν τα σώματα που συγκρούονται είναι σφαίρες και η κρούση τους είναι κεντρική, τότε οι ταχύτητές τους και μετά την κρούση θα βρίσκονται πάνω στην ίδια ευθεία με τις αρχικές ταχύτητες.

β. Έκκεντρη ονομάζεται η κρούση κατά την οποία οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων πριν την κρούση είναι παράλληλες.



¹ Τα σωματίδια α είναι πυρήνες ηλίου (${}^4\text{He}^{2+}$)

γ. Πλάγια ονομάζεται η κρούση κατά την οποία οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων πριν την κρούση έχουν τυχαίες διευθύνσεις.



Β. Με κριτήριο τη διατήρηση ή μη της κινητικής ενέργειας του συστήματος, οι κρούσεις διακρίνονται σε **ελαστικές** και **ανελαστικές**

α. Ελαστική ονομάζεται η κρούση κατά την οποία η κινητική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων που συγκρούονται παραμένει σταθερή².

$$\text{Δηλαδή: } K_{\text{αρχ}} = K_{\text{τελ}}^3$$

β. Ανελαστική ονομάζεται η κρούση κατά την οποία ένα μέρος της αρχικής κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων μετατρέπεται σε θερμότητα.

$$\text{Δηλαδή: } K_{\text{αρχ}} = K_{\text{τελ}} + Q$$

Μία ειδική περίπτωση ανελαστικής κρούσης είναι η **πλαστική κρούση**, κατά την οποία τα σώματα που συγκρούονται ενώνονται και σχηματίζουν ένα σώμα, που ονομάζεται **συσσωμάτωμα**.

Η Διατήρηση της ορμής

Κατά τη σύγκρουση δύο σωμάτων οι δυνάμεις που αναπτύσσονται μεταξύ τους είναι δυνάμεις εσωτερικές και είναι πολύ ισχυρότερες από κάποιες πιθανές υπάρχουσες εξωτερικές δυνάμεις, όπως π.χ η βαρύτητα.

Έτσι το σύστημα μπορεί να θεωρηθεί μονωμένο για τη διάρκεια της κρούσης, οπότε ισχύει η **Αρχή Διατήρησης της Ορμής (Α.Δ.Ο)**

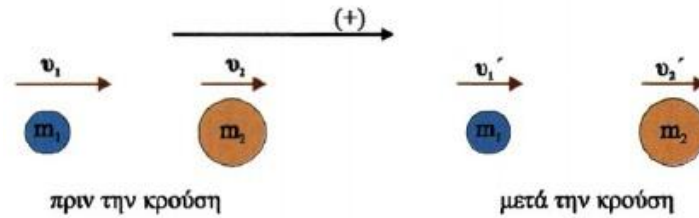
$$p_{\text{αρχ}} = p_{\text{τελ}}$$

² Στο μακρόκοσμο, καμία κρούση δεν είναι απολύτως ελαστική. Κατά προσέγγιση, η κρούση μεταξύ δύο πολύ σκληρών σωμάτων, όπως οι μπάλες του μπιλιάρδου, μπορεί να θεωρηθεί ελαστική. Στο μικρόκοσμο, αντίθετως, υπάρχουν απολύτως ελαστικές κρούσεις όπως η σκέδαση του σωματίου α από έναν ακίνητο πυρήνα.

³ Πρακτικά, κατά την πολύ μικρή χρονική διάρκεια μιας κρούσης δύο σωμάτων τα σώματα δεν προλαβαίνουν να μετακινηθούν. Έτσι η δυναμική ενέργεια των σωμάτων παραμένει σταθερή κατά τη διάρκεια της κρούσης και γι' αυτό πολλές φορές αναφερόμαστε στη διατήρηση ή μη της **μηχανικής** ενέργειας του συστήματος αντί για διατήρηση της **κινητικής** ενέργειάς του.

Κεντρική ελαστική κρούση δύο σφαιρών

Έστω δύο ελαστικές σφαίρες Σ_1 και Σ_2 με μάζες m_1 και m_2 που κινούνται με ταχύτητες u_1 και u_2 και συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά.



Όπως συμβαίνει σε κάθε κρούση, θα ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής:

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 u_1' + m_2 u_2'$$

Επειδή η κρούση είναι ελαστική, θα ισχύει επιπλέον και η διατήρηση της κινητικής ενέργειας του συστήματος:

$$\frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 = \frac{1}{2} m_1 u_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2'^2$$

Μετά την κρούση, οι δύο σφαίρες θα έχουν ταχύτητες που θα βρίσκονται πάνω στην ίδια ευθεία και οι αλγεβρικές τους τιμές προκύπτουν από την επίλυση του συστήματος των δύο παραπάνω εξισώσεων:

$$u_1' = \frac{2m_2}{m_1 + m_2} u_2 + \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} u_1 \quad (\text{εξ.1})$$

$$u_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} u_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} u_2 \quad (\text{εξ.2})$$

Στις εξισώσεις αυτές, οι αρχικές ταχύτητες u_1 και u_2 μπαίνουν με το πρόσημό τους με βάση τη φορά που έχουμε ορίσει ως θετική. Αν κάποια από τις τελικές ταχύτητες u_1' και u_2' προκύψει αρνητική, αυτό θα σημαίνει ότι έχει φορά προς την αρνητική κατεύθυνση.

Ειδικές περιπτώσεις

Α) Όταν τα σώματα έχουν ίσες μάζες ($m_1 = m_2$)

Από τις εξισώσεις (1) και (2) προκύπτει ότι $u_1' = u_2$ και $u_2' = u_1$

Δηλαδή: Κατά την ελαστική κρούση δύο σφαιρών ίσης μάζας, οι σφαίρες ανταλλάσσουν ταχύτητες.

B) Όταν το ένα από τα δύο σώματα είναι αρχικά ακίνητο ($u_2' = 0$)

Από τις εξισώσεις (1) και (2) προκύπτει ότι $u_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} u_1$ (εξ.3)

$$u_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} u_1 \quad (\text{εξ.4})$$

Η περίπτωση αυτή δίνει τις παρακάτω υποπεριπτώσεις :

B₁) Όταν τα σώματα έχουν ίσες μάζες ($m_1 = m_2$)

Από τις εξ.3 και εξ.4 προκύπτει ότι $u_1' = 0$ και $u_2' = u_1$

Δηλαδή, όπως αναμέναμε, τα σώματα ίσων μαζών ανταλλάσσουν ταχύτητες

B₂) Όταν $m_1 > m_2$

Από την εξ.3 προκύπτει ότι η ταχύτητα u_1' είναι ομόσημη της u_1 , δηλαδή η m_1 συνεχίζει να κινείται προς την ίδια κατεύθυνση.

B₃) Όταν $m_1 < m_2$

Από την εξ.3 προκύπτει ότι η ταχύτητα u_1' είναι ετερόσημη της u_1 , δηλαδή η m_1 αλλάζει φορά κίνησης.

B₄) Όταν $m_1 \gg m_2$

Από τις εξισώσεις (3) και (4) προκύπτει ότι $u_1' \simeq u_1$ και $u_2' \simeq 2u_1$

Δηλαδή, η πολύ μεγάλη μάζα συνεχίζει να κινείται με την ίδια ταχύτητα, ενώ η πολύ μικρή μάζα εκτοξεύεται με διπλάσια ταχύτητα

B₅) Όταν $m_1 \ll m_2$

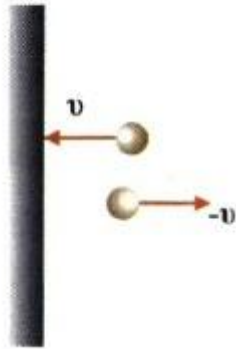
Από τις εξισώσεις (3) και (4) προκύπτει ότι $u_1' \simeq -u_1$ και $u_2' \simeq 0$

Δηλαδή, η πολύ μικρή μάζα επιστρέφει με ταχύτητα ίδιου μέτρου, ενώ η πολύ μεγάλη μάζα παραμένει ακίνητη

Ελαστική κρούση σφαίρας με τοίχο

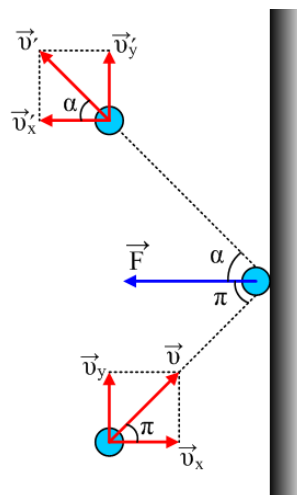
Α) Όταν η σφαίρα πέφτει κάθετα στον τοίχο

Η περίπτωση αυτή μπορεί να θεωρηθεί ότι ανήκει στην περίπτωση που ένα σώμα πολύ μικρής μάζας συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με άλλο σώμα πολύ μεγαλύτερης μάζας (τοίχος). Μπορούμε εύκολα να αντιληφθούμε ότι η σφαίρα θα επιστρέψει με ταχύτητα ίσου μέτρου. Δηλαδή: $\mathbf{u}' = -\mathbf{u}$



Β) Όταν η σφαίρα πέφτει πλάγια στον τοίχο

Στην περίπτωση αυτή πρέπει να δουλέψουμε σε άξονες x και y .



Στον άξονα x θα ισχύει αυτό που αναφέραμε στην περίπτωση (Α), δηλαδή ότι $\mathbf{u}'_x = -\mathbf{u}_x$

Στον άξονα y , η ορμή της σφαίρας διατηρείται καθώς η δύναμη που δέχεται από τον τοίχο είναι κάθετη σε αυτόν, δηλαδή βρίσκεται πάνω στον άξονα x . Άρα: $\mathbf{u}'_y = \mathbf{u}_y$

8

$$v' = \sqrt{v_x'^2 + v_y'^2} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = v$$

Άρα, η ταχύτητα της σφαίρας μετά την κρούση είναι ίση κατά μέτρο με την ταχύτητα της σφαίρας πριν την κρούση.

Για τη γωνία πρόσπτωσης π έχουμε : $\varepsilon_{\pi} = \frac{|v_y|}{|v_x|}$

ενώ για τη γωνία ανάκλασης α έχουμε $\varepsilon_{\alpha} = \frac{|v_y'|}{|v_x'|} = \frac{|v_y|}{|v_x|}$

Από τα παραπάνω συμπεραίνουμε ότι η γωνία ανάκλασης είναι ίση με τη γωνία πρόσπτωσης

Ερωτήσεις

1. Σώμα Σ_1 μάζας m που κινείται προς τα δεξιά στη θετική κατεύθυνση με ταχύτητα μέτρου u συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα Σ_2 διπλάσιας μάζας. Η μεταβολή της ορμής του σώματος Σ_1 κατά την κρούση έχει αλγεβρική τιμή:

α. $-mu/3$ β. $-2mu/3$

γ. 0

2. Μια σφαίρα Α μάζας m κινούμενη οριζόντια με ταχύτητα μέτρου u συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με άλλη ακίνητη σφαίρα Β ίσης μάζας. Η μεταβολή της ορμής της σφαίρας Α, λόγω της κρούσης,

α. έχει ίδια κατεύθυνση με την αρχική ορμή και μέτρο mu β. έχει αντίθετη κατεύθυνση με την αρχική ορμή και μέτρο mu γ. έχει αντίθετη κατεύθυνση με την αρχική ορμή και μέτρο $2mu$

3. Ένα σώμα Α μάζας m_1 κινούμενο με ταχύτητα u_1 συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα Β μάζας m_2 . Το σώμα Α συνεχίζει μετά την κρούση να κινείται κατά την ίδια φορά με ταχύτητα $u_1' = u_1/2$. Ο λόγος των μαζών των δύο σωμάτων, m_1/m_2 , είναι ίσος με

α. 3

β. 2

γ. $1/3$

4. Σώμα μάζας $m_1 = 1 \text{ kg}$ κινείται προς τη θετική κατεύθυνση και προσπίπτει με ταχύτητα μέτρου $u_1 = 10 \text{ m/s}$ σε ακίνητη σφαίρα (2) μάζας m_2 και συγκρούεται ελαστικά και κεντρικά με αυτή. Μετά την κρούση η (1) κινείται με ταχύτητα μέτρου $u_1' = 6 \text{ m/s}$ αλλά αντίθετης φοράς από την u_1 . Η μάζα του σώματος m_2 είναι:

α. $m_2 = 1 \text{ kg}$ β. $m_2 = 1/4 \text{ kg}$ γ. $m_2 = 4 \text{ kg}$

5. Μια μικρή σφαίρα Σ_1 , μάζας m_1 , συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη μικρή σφαίρα Σ_2 , μάζας m_2 . Μετά την κρούση οι σφαίρες κινούνται με αντίθετες κατευθύνσεις και τα μέτρα των ταχυτήτων τους u_1' και u_2' αντίστοιχα συνδέονται με τη σχέση $|u_1'| = 2|u_2'|$. Ο λόγος των μαζών των δύο σφαιρών m_1/m_2 , είναι ίσος με:

α. 1

β. $1/5$

γ. 5

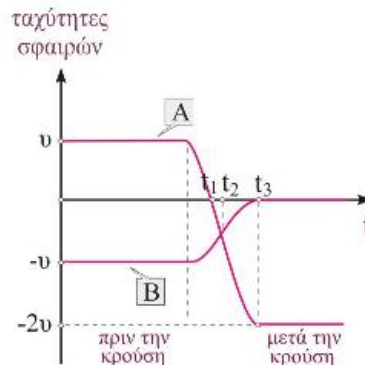
6. Ένα σώμα μάζας m_1 κινείται με ταχύτητα μέτρου u_1 και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με δεύτερο σώμα που είναι αρχικά ακίνητο. Είναι δυνατόν μετά την κρούση η ταχύτητα του 1ου σώματος να έχει μέτρο $u_1' = 3 \text{ m/s}$ ίδιας φοράς με την αρχική του ταχύτητα και η ταχύτητα του 2ου σώματος να έχει μέτρο $u_2' = 4 \text{ m/s}$;

α. Ναι

β. Όχι

γ. Μόνο αν τα σώματα έχουν ίδιες μάζες

7. Στο διάγραμμα του σχήματος φαίνονται οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων δυο σφαιρών Α και Β πριν και μετά τη μεταξύ τους κεντρική κρούση. Οι μάζες των δύο σφαιρών συνδέονται με τη σχέση



α. $m_B = 3m_A$

β. $m_B = 2m_A$

γ. $m_B = m_A$

8. Σφαίρα Α που κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα μέτρου u και κινητική ενέργεια K , συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με άλλη ακίνητη σφαίρα Β, ίσης μάζας με την Α, που βρίσκεται στο ίδιο επίπεδο. Η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος μετά την κρούση είναι ίση με

α. $0,25K$

β. $0,5K$

γ. $0,75K$

9. Ένα σώμα Α μάζας M είναι ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Ένα άλλο σώμα Β μάζας m , που κινείται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται πλαστικά κεντρικά με το σώμα Α. Αν μετά την κρούση το συσσωμάτωμα έχει το $1/3$ της κινητικής ενέργειας που είχε ελάχιστα πριν την κρούση το σύστημα των δύο σωμάτων, τότε μεταξύ των μαζών των σωμάτων ισχύει η σχέση

α. $M/m = 6$

β. $M/m = 2$

γ. $M/m = 3$

10. Ένα σώμα Α μάζας $m_1 = 2m$, το οποίο έχει ταχύτητα u_1 συγκρούεται πλαστικά με σώμα Β μάζας $m_2 = m$. Μετά την κρούση, το συσσωμάτωμα μένει ακίνητο. Ο λόγος των μέτρων των ταχυτήτων u_1/u_2 των δύο σωμάτων πριν την κρούση είναι:

α. $1/2$

β. 2

γ. 4

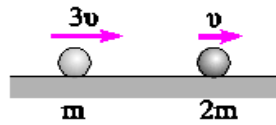
11. Ένα σώμα Α μάζας $m_1 = 2m$, το οποίο έχει κινητική ενέργεια $K_A = K$, συγκρούεται πλαστικά με σώμα Β μάζας $m_2 = m$. Μετά την κρούση, το συσσωμάτωμα μένει ακίνητο. Η μηχανική ενέργεια που μετατράπηκε σε θερμότητα κατά τη διάρκεια της κρούσης, είναι ίση με

α. $4K$

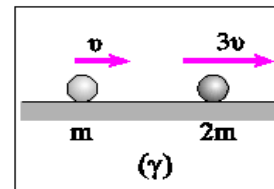
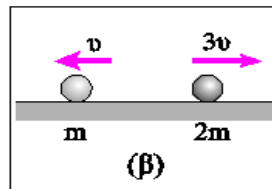
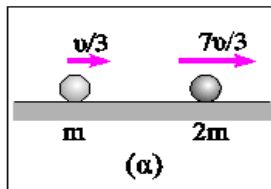
β. $K/3$

γ. $3K$

12. Η κρούση μεταξύ των δύο σφαιρών του σχήματος είναι κεντρική και ελαστική.



Οι σφαίρες μετά την κρούση θα κινηθούν όπως στο σχήμα:



13. Σώμα μάζας m κινείται οριζόντια με ταχύτητα u . Στην πορεία του συγκρούεται πλαστικά με ακίνητο σώμα μάζας $M=3m$. Η απόλυτη τιμή της μεταβολής της ορμής $\Delta p_{ολ}$ και της κινητικής ενέργειας $\Delta K_{ολ}$ του συστήματος είναι αντίστοιχα:

α. $|\Delta p_{ολ}| = 0$ και $|\Delta K_{ολ}| = \frac{mv^2}{3}$

β. $|\Delta p_{ολ}| = mu$ και $|\Delta K_{ολ}| = \frac{mv^2}{3}$

γ. $|\Delta p_{ολ}| = 0$ και $|\Delta K_{ολ}| = \frac{3mv^2}{8}$

δ. $|\Delta p_{ολ}| = \frac{3mv}{4}$ και $|\Delta K_{ολ}| = \frac{3mv^2}{8}$

14. Ένα σώμα μάζας m_1 συγκρούεται μετωπικά με δεύτερο ακίνητο σώμα μάζας m_2 . Αν η σύγκρουση θεωρηθεί ελαστική και η αρχική κινητική ενέργεια του m_1 είναι K_1 , η κινητική ενέργεια που χάνει το m_1 είναι:

α. $\Delta K_1 = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} K_1$

β. $\Delta K_1 = \frac{(m_1 + m_2)^2}{2m_1 m_2} K_1$

γ. $\Delta K_1 = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} K_1$

Έκρηξη

15. Ένα βλήμα μάζας m εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα u_0 . Όταν το βλήμα φτάνει στο ψηλότερο σημείο της τροχιάς του εκρήγνυται σε τρία κομμάτια. Αμέσως μετά την έκρηξη, η ολική ορμή και των τριών κομματιών είναι

α. μηδέν

β. mu_0

γ. διάφορη του μηδενός και διάφορη του mu_0

16. Ένα αρχικά ακίνητο σώμα που βρίσκεται σε λείο οριζόντιο δάπεδο εκρήγνυται σε δύο κομμάτια Α και Β με μάζες $m_A = m$ και $m_B = 2m$ αντίστοιχα, όπως στο σχήμα.



Αν με K συμβολίσουμε την κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο κομματιών μετά την έκρηξη, τότε για την κινητική ενέργεια του κομματιού Α, ισχύει

α. $K_A = K/3$

β. $K_A = 2K/3$

γ. $K_A = K/2$

17. Ένα ακίνητο βλήμα εκρήγνυται σε τρία μέρη Α, Β και Γ. Τα μέρη Α και Β έχουν ορμές που βρίσκονται σε διευθύνσεις κάθετες μεταξύ τους με μέτρα που είναι ίσα με: $p_1 = p_2 = p = 20 \text{ kg.m/s}$. Το μέτρο της ορμής του τρίτου κομματιού είναι:

α. 10 kg.m/s

β. 20 kg.m/s

γ. $20\sqrt{2} \text{ kg.m/s}$

Δύναμη κατά την κρούση

18. Μια μπάλα αφήνεται να πέσει κατακόρυφα στο έδαφος με ορμή 10 kg.m/s και αναπηδά με την ίδια κατά μέτρο ταχύτητα. Ο χρόνος πρόσκρουσης είναι $0,5 \text{ s}$. Ο μέσος ρυθμός μεταβολής της ορμής της μπάλας στη διάρκεια της κρούσης σε kg.m/s^2 έχει μέτρο ίσο με

α. 40

β. 20

γ. 10

19. Τα σώματα Α και Β του σχήματος με μάζες m_A και m_B αντίστοιχα είναι ακίνητα πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο.



Εκτοξεύουμε το σώμα Α με ταχύτητα u_0 προς το Β, η κρούση που ακολουθεί είναι κεντρική πλαστική και διαρκεί χρονικό διάστημα Δt . Το μέτρο της μέσης δύναμης που άσκησε το σώμα Α στο σώμα Β δίνεται από τη σχέση

α. $F = \frac{m_B m_A u_0}{(m_A - m_B) \Delta t}$

β. $F = \frac{m_B m_A u_0}{(m_A + m_B) \Delta t}$

γ. $F = \frac{(m_B + m_A) u_0}{m_A m_B \Delta t}$

Διαδοχικές κρούσεις

20. Οι σφαίρες Σ_1, Σ_2 του σχήματος είναι ελαστικές. Η σφαίρα Σ_1 κινούμενη με ταχύτητα u_1 συγκρούεται κεντρικά με την ακίνητη Σ_2 που βρίσκεται μπροστά από λείο κατακόρυφο τοίχο με τον οποίο στην συνέχεια συγκρούεται ελαστικά. Η σφαίρα Σ_1 επιστρέφει με ταχύτητα $u_1/2$. Η ταχύτητα της Σ_2 μετά την κρούση με τον τοίχο είναι:

α. u_1 β. $u_1/2$

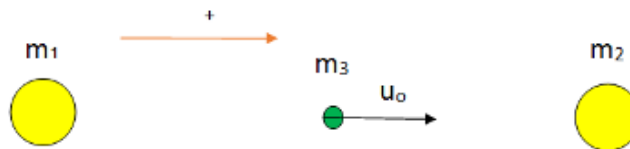
γ. 0

21. Τρεις μικρές σφαίρες Σ_1, Σ_2 και Σ_3 βρίσκονται ακίνητες πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Οι σφαίρες έχουν μάζες $m_1 = m$, $m_2 = m$ και $m_3 = 3m$ αντίστοιχα. Δίνουμε στη σφαίρα Σ_1 ταχύτητα μέτρου u_1 και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με τη δεύτερη ακίνητη σφαίρα Σ_2 . Στη συνέχεια η δεύτερη σφαίρα Σ_2 συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με την τρίτη ακίνητη σφαίρα Σ_3 . Η τρίτη σφαίρα αποκτά τότε ταχύτητα μέτρου u_3 . Ο λόγος των μέτρων των ταχυτήτων u_3/u_1 είναι:

α. $1/3$ β. $1/2$

γ. 1

22. Όλες οι σφαίρες του σχήματος βρίσκονται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο είναι ελαστικές και αρχικά είναι ακίνητες.



Οι μάζες των σφαιρών συνδέονται με τη σχέση: $m_1 = m_2 = 4m_3$. Στη σφαίρα μάζας m_3 δίνουμε αρχική ταχύτητα u_0 και οι κρούσεις που ακολουθούν είναι κεντρικές. Ο αριθμός των κρούσεων που θα γίνουν συνολικά είναι

α. 2

β. 3

γ. 4

Ποσοστά ενέργειας και ορμής

23. Μια σφαίρα Σ_1 , μάζας $m_1 = m$, συγκρούεται κεντρικά πλαστικά με ακίνητη σφαίρα Σ_2 , μάζας $m_2 = m$. Στη σφαίρα Σ_1 μετά την κρούση μένει το

α. 50% της αρχικής ενέργειάς της

β. 100% της αρχικής ενέργειάς της

γ. 25 % της αρχικής ενέργειάς της

24. Σώμα Σ_1 κινούμενο προς ακίνητο σώμα Σ_2 , ίσης μάζας με το Σ_1 , συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με αυτό. Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του Σ_1 που έγινε θερμότητα κατά την κρούση είναι:

α. 0

β. 25 %

γ. 50 %

25. Μεταλλική συμπαγής σφαίρα Σ_1 κινούμενη προς ακίνητη μεταλλική συμπαγή σφαίρα Σ_2 , τριπλάσιας μάζας από τη Σ_1 , συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με αυτή. Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας της Σ_1 που μεταβιβάζεται στη Σ_2 κατά την κρούση είναι:

α. 30%

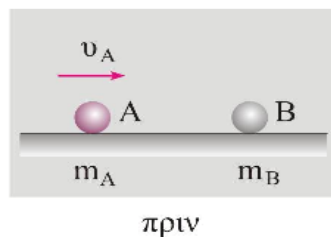
β. 75%

γ. 100%

26. Κατά την μετωπική ελαστική κρούση δύο σωμάτων m_1 και m_2 εκ των οποίων η m_2 είναι ακίνητη, το ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της m_1 (επί της αρχικής κινητικής ενέργειάς της) είναι -36%. Ο λόγος m_1/m_2 είναι:

α. $m_1/m_2 = 9$ ή $m_1/m_2 = 1/9$ β. $m_1/m_2 = 4$ ή $m_1/m_2 = 1/4$ γ. $m_1/m_2 = 2$ ή $m_1/m_2 = 1/2$

27. Η σφαίρα Α του σχήματος, μάζας m_A , προσπίπτει με ταχύτητα μέτρου u στην ακίνητη σφαίρα Β, μάζας $m_B = m_A / 3$, σχηματίζοντας συσσωμάτωμα



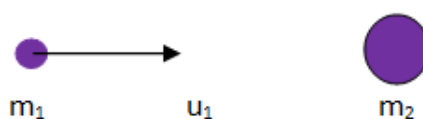
Κατά την κρούση το 25% της αρχικής κινητικής ενέργειας του συστήματος γίνεται θερμότητα. Αν η σφαίρα Α προσπέσει στη σφαίρα Β με ταχύτητα μέτρου $2u$, το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του συστήματος που θα γίνει θερμότητα είναι

α. 25%

β. 50%

γ. 75%.

28. Ένα σώμα μάζας m_1 κινούμενο με ταχύτητα u_1 συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα μάζας m_2



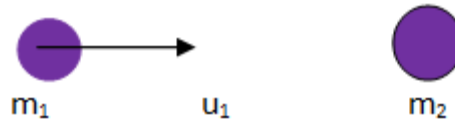
Το ποσοστό % της ορμής, που μεταφέρεται από το σώμα μάζας m_1 στο σώμα μάζας m_2 κατά την κρούση είναι μεγαλύτερο όταν για τις μάζες ισχύει η σχέση

α. $m_1 / m_2 = 1$

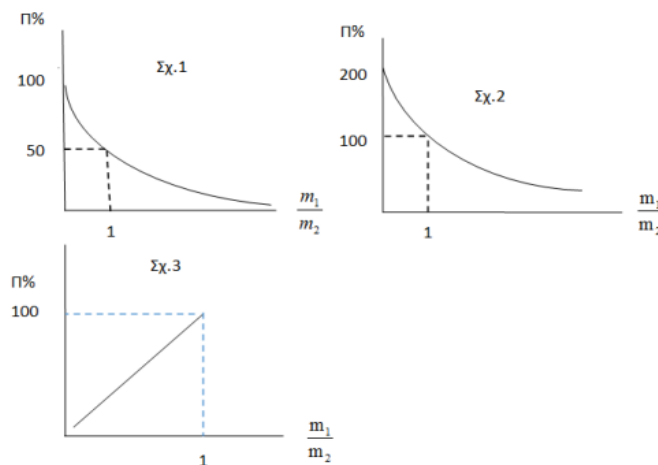
β. $m_1 / m_2 \gg 1$

γ. $m_1 / m_2 \ll 1$

29. Ένα σώμα, Σ_1 , μάζας m_1 κινούμενο με ταχύτητα u_1 συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα, Σ_2 , μάζας m_2 .



Η γραφική παράσταση του ποσοστού % της ορμής του σώματος Σ_1 που μεταφέρεται στο Σ_2 κατά την κρούση, σε συνάρτηση με το λόγο των μαζών m_1 / m_2 απεικονίζεται στο διάγραμμα



α. 1

β. 2

γ. 3

Μη κεντρικές κρούσεις

30. Δύο σώματα με ίσες μάζες ($m_1 = m_2 = m$) και ορμές των οποίων τα μέτρα είναι ίσα ($p_1 = p_2 = p$), κινούνται σε διευθύνσεις κάθετες μεταξύ τους και συγκρούονται πλαστικά. Αν η κινητική ενέργεια και η ορμή ενός σώματος συνδέονται με τη σχέση $K = \frac{p^2}{2m}$, τότε η μείωση της κινητικής ενέργειας του συστήματος είναι ίση με

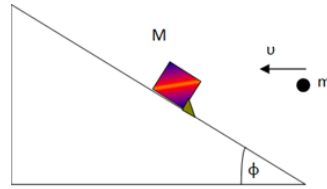
α. $\frac{p^2}{m}$

β. $\frac{p^2}{2m}$

γ. $\frac{p^2}{4m}$

16

31. Το βλήμα μάζας m του σχήματος κινείται παράλληλα με το οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται πλαστικά με το κιβώτιο μάζας M που ισορροπεί με τη βοήθεια μικρού εμποδίου πάνω σε λείο ακλόνητο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης ϕ .



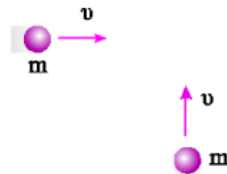
Αν η ταχύτητα του βλήματος έχει μέτρο u , τότε το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση θα είναι:

α. $V_K = \frac{mu}{m+M}$

β. $V_K = \frac{mu \sin \phi}{m+M}$

γ. $V_K = \frac{mu \eta \mu \phi}{m+M}$

32. Οι δύο σφαίρες του σχήματος κινούνται σε κάθετες μεταξύ τους διευθύνσεις με ταχύτητες ίδιου μέτρου και συγκρούονται πλαστικά. Η κίνηση γίνεται σε οριζόντιο λείο επίπεδο.



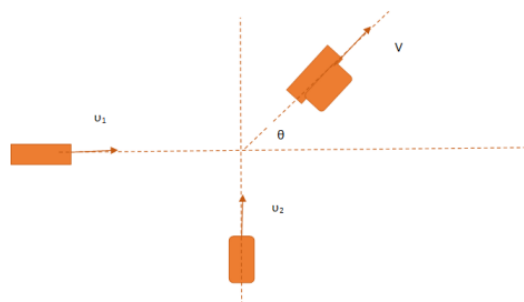
Το μέτρο της ταχύτητας V_K του δημιουργούμενου συσσωματώματος είναι

α. $V_K = u\sqrt{2}$

β. $V_K = \frac{u\sqrt{2}}{2}$

γ. $V_K = 2u$

33. Σε μια πλαγιομετωπική σύγκρουση δύο αυτοκινήτων 1, 2, που κινούνται σε κάθετους δρόμους, δημιουργείται συσσωμάτωμα, το οποίο αποκτά κοινή ταχύτητα V που σχηματίζει γωνία $\theta=45^\circ$ με τη διεύθυνση κίνησης του αυτοκινήτου 1



17

Ο εμπειρογνώμονας ζυγίζει τα αυτοκίνητα και βρίσκει ότι το αυτοκίνητο 2 είναι 20% βαρύτερο από το 1. Ο λόγος των ταχυτήτων u_1 / u_2 είναι

- α. ίσος με ένα β. μεγαλύτερος του ένα γ. μικρότερος του ένα

34. Σε πείραμα στο CERN, δύο πρωτόνια επιταχύνονται σε μεγάλες ταχύτητες, κινούμενα αντίθετα σε παράλληλες διευθύνσεις με ταχύτητες ίσων μέτρων, και αλληλεπιδρούν με δυνάμεις ηλεκτρομαγνητικές.

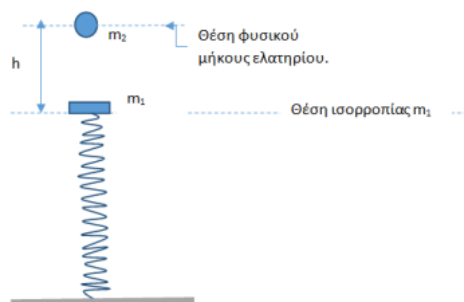


Στη φάση της αλληλεπίδρασης δεν επιδρούν στο σύστημά των δύο πρωτονίων εξωτερικά αίτια π.χ. πεδία. Μετά την αλληλεπίδρασή τους τα πρωτόνια κινούνται

- α. σε παράλληλες διευθύνσεις, διαφορετικές των αρχικών.
β. στις ίδιες διευθύνσεις με πριν.
γ. οπωσδήποτε σε κάθετες διευθύνσεις.

Κρούση και ελατήριο

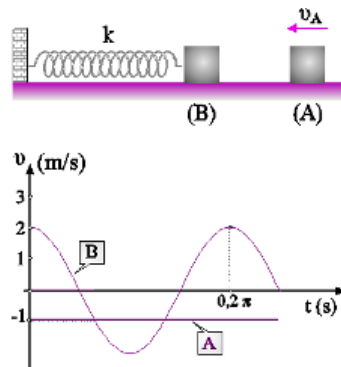
35. Στο σχήμα το σώμα μάζας m_1 ισορροπεί χαμηλότερα κατά h από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου.



Από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου αφήνουμε σώμα ίσης μάζας ($m_2 = m_1 = m$) να κάνει ελεύθερη πτώση στην κατακόρυφο που διέρχεται από τον άξονα του ελατηρίου. Η κρούση των σωμάτων είναι κεντρική ελαστική, και αμέσως μετά την κρούση, απομακρύνεται η μάζα m_2 , ενώ το σώμα m_1 εκτελεί α.α.τ. Το πλάτος ταλάντωσης του m_1 είναι

- α. h β. $2h$ γ. $h\sqrt{2}$

36. Το σώμα Β του σχήματος είναι ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο και δεμένο στην άκρη ιδανικού ελατηρίου.



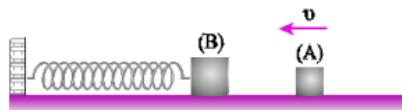
Το σώμα Α, μάζας m_A , κινούμενο με ταχύτητα $v_A = 3 \text{ m/s}$ κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου, συγκρούεται μετωπικά με το σώμα Β τη χρονική στιγμή $t=0$. Οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων των σωμάτων μετά την κρούση (θετική φορά προς τα αριστερά) φαίνονται στο διπλανό διάγραμμα ταχυτήτων-χρόνου. Οι μάζες των σωμάτων Α και Β συνδέονται με τη σχέση

α. $m_B = m_A$

β. $m_B = 2m_A$

γ. $m_B = 3m_A$

37. Τα σώματα (Α) και (Β) του σχήματος βρίσκονται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και έχουν μάζες που συνδέονται με τη σχέση $m_B = 3m_A$. Το σώμα (Α) κινούμενο με ταχύτητα μέτρου u συγκρούεται κεντρικά ελαστικά με το ακίνητο σώμα (Β) το οποίο είναι δεμένο στην άκρη του οριζώντιου ιδανικού ελατηρίου, όπως στο σχήμα. Μετά την κρούση, το σώμα (Β) ταλαντώνεται με περίοδο T και πλάτος A για το οποίο ισχύει

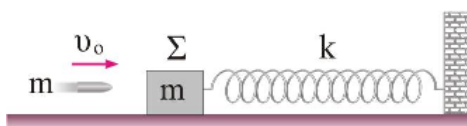


α. $A = uT / 2$

β. $A = uT / 2\pi$

γ. $A = uT / 4\pi$

38. Το σώμα Σ του σχήματος, μάζας m , είναι ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και δεμένο στην άκρη ιδανικού οριζώντιου ελατηρίου σταθεράς k .



Ένα βλήμα μάζας m κινούμενο με ταχύτητα u_0 κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου, συγκρούεται πλαστικά με το σώμα Σ. Το ποσοστό της ενέργειας του βλήματος που μετατράπηκε σε ενέργεια ταλάντωσης είναι ίσο με

α. 50%

β. $200/3 \%$

γ. 75%

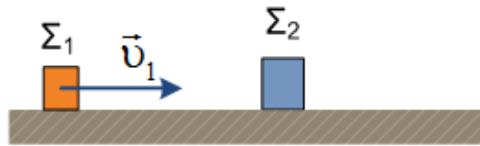
Απαντήσεις

1.β	2.β	3.α	4.γ	5.β	6.β	7.α	8.β	9.β	10.α	11.γ
12.α	13.γ	14.γ	15.α	16.β	17.γ	18.α	19.β	20.β	21.β	22.α
23.γ	24.γ	25.β	26.α	27.α	28.γ	29.β	30.β	31.β	32.β	33.β
34.α	35.γ	36.β	37.γ	38.α						

Προσοχή στις : 4, 6, 11, 12, 14, 16, 17, 19, 20, 22, 26, 28, 29, 30, 33, 34, 35

Ασκήσεις

1. Σώμα Σ_1 με μάζα $m_1=2 \text{ kg}$ και ταχύτητα μέτρου $u_1=20 \text{ m/s}$, κινείται σε οριζόντιο επίπεδο χωρίς τριβές, προς τη θετική κατεύθυνση, όπως στο σχήμα. Το σώμα Σ_1 συγκρούεται με σώμα Σ_2 μάζας $m_2=3 \text{ kg}$ που αρχικά είναι ακίνητο. Η κρούση οδηγεί στη συγκόλληση των σωμάτων. Η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα.

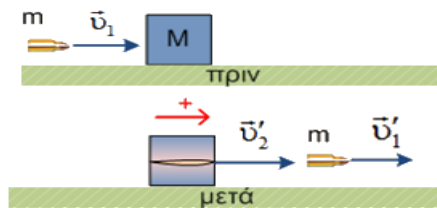


Να υπολογίσετε:

- την ταχύτητα του συσσωματώματος που δημιουργείται μετά την κρούση.
- την απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος κατά την κρούση.
- το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_1 που μεταφέρθηκε στο σώμα Σ_2 .
- τη μεταβολή της ορμής του σώματος Σ_1 .

[Απ. α) 8 m/s β) 240 J γ) 24% δ) 24 kg.m/s]

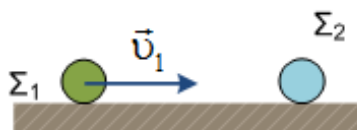
2. Σώμα μάζας $M=5 \text{ kg}$ ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Βλήμα κινούμενο οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $u_1=100 \text{ m/s}$ και μάζας $m=0,2 \text{ kg}$, διαπερνά το σώμα χάνοντας το 75% της κινητικής του ενέργειας και εξέρχεται με ταχύτητα u_1' . Να υπολογιστεί:



- το μέτρο της ταχύτητας u_1' του βλήματος και της ταχύτητας u_2' του σώματος αμέσως μετά την έξοδο του βλήματος.
- Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του βλήματος που μεταφέρθηκε στο σώμα κατά την κρούση.
- Η μεταβολή της ορμής του βλήματος και του σώματος από τη στιγμή που ηρεμούσε το σώμα μέχρι την έξοδο του βλήματος.
- Η μέση δύναμη που δέχεται το σώμα κατά τη διάρκεια της διέλευσης του βλήματος, αν αυτή διαρκεί $\Delta t=0,01 \text{ s}$

[Απ. α) 50 m/s , 2 m/s β) 1% γ) 10 kg.m/s δ) 1000 N]

3. Σώμα Σ_1 μάζας m_1 κινούμενο προς τη θετική φορά σε λείο οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται με ταχύτητα μέτρου $u_1=8 \text{ m/s}$ κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας m_2 . Η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα.

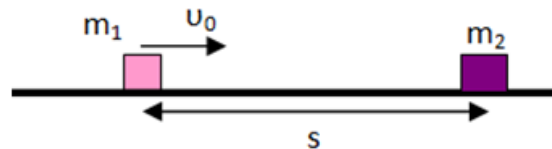


Αμέσως μετά την κρούση, το σώμα μάζας m_1 κινείται αντίρροπα με ταχύτητα μέτρου $u_1=4$ m/s . Να υπολογίσετε:

- το λόγο των μαζών m_2/m_1
- το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m_2 αμέσως μετά την κρούση.
- το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας m_1 που μεταβιβάστηκε στο σώμα μάζας m_2 λόγω της κρούσης.
- την αλγεβρική τιμή της μεταβολής της ορμής των δύο σωμάτων, αν $m_2=2$ kg. Τι παρατηρείτε; Δίνεται $g=10$ m/s².

[Απ. α)3 β) 4 m/s γ)75% δ) 8 kg.m/s]

4. Το σώμα μάζας $m_1=2$ kg του παρακάτω σχήματος βάλλεται με αρχική ταχύτητα μέτρου $u_0=10$ m/s πάνω σε οριζόντιο δάπεδο που παρουσιάζει συντελεστή τριβής $\mu=0,2$. Αφού διανύσει απόσταση $s=9$ m συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το ακίνητο σώμα μάζας $m_2=6$ kg που είναι αρχικά ακίνητο.



Να βρείτε:

- την ταχύτητα του σώματος μάζας m_1 λίγο πριν την κρούση.
- τις ταχύτητες των σωμάτων αμέσως μετά την κρούση.
- το ποσοστό της ενέργειας του σώματος m_1 που μεταβιβάστηκε στο σώμα μάζας m_2 .
- το διάστημα d που θα διανύσει το σώμα μάζας m_2 μέχρι να σταματήσει. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10$ m/s².

[Απ. α)8 m/s β) -4 m/s , 4 m/s γ)75% δ)4 m]

5. Μικρή σφαίρα Σ_1 , μάζας $m_1=2$ kg που κινείται πάνω σε λείο επίπεδο με ταχύτητα $u_1=10$ m/s συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα Σ_2 μάζας $m_2=8$ kg. Να υπολογίσετε:

- τις ταχύτητες των σωμάτων μετά την κρούση.
- τη μεταβολή της ορμής κάθε σφαίρας καθώς και τη μεταβολή της ορμής του συστήματος των σφαιρών.
- τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_1 .
- το ποσοστό επί τοις εκατό της αρχικής κινητικής ενέργειας της σφαίρας Σ_1 που μεταφέρθηκε κατά την κρούση στη σφαίρα Σ_2 .

[Απ. α) -6 m/s , 4 m/s β) -32 kg.m/s , 32 kg.m/s γ) -64 J δ) 64%]

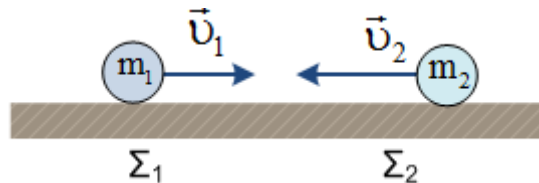
6. Δύο τελείως ελαστικές σφαίρες με μάζες $m_1=m=1$ kg και $m_2=3m=3$ kg αντίστοιχα, κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και πλησιάζουν η μία την άλλη με ταχύτητες μέτρου $u_1=u_2=u_0=10$ m/s . Να βρείτε:

- Τις ταχύτητές των μαζών μετά την κρούση.
- Τη μεταβολή της ορμής της m_2 .
- Το ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της σφαίρας m_2 .

6. Τη μέση δύναμη που ασκήθηκε στη σφαίρα m_1 κατά την κρούση αν αυτή διαρκεί χρόνο $\Delta t = 0,02$ s.

[Απ. α) 0, -20 m/s β) -30 kg.m/s γ) -100% δ) 1500 N]

7. Δυο σφαίρες Σ_1 και Σ_2 , που έχουν μάζες $m_1 = 1$ kg και $m_2 = 2$ kg αντίστοιχα, κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο κατά μήκος της ίδιας ευθείας και πλησιάζουν η μια την άλλη με ταχύτητες μέτρων $u_1 = 6$ m/s και $u_2 = 9$ m/s, αντίστοιχα. Οι δυο σφαίρες συγκρούονται μετωπικά. Μετά την κρούση η σφαίρα Σ_1 αλλάζει κατεύθυνση κινούμενη με ταχύτητα μέτρου $u_1' = 14$ m/s.



- Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας u_2' της σφαίρας Σ_2 μετά την κρούση.
- Να εξετάσετε αν η κρούση είναι ελαστική.
- Να υπολογίσετε:
 - τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας κάθε σφαίρας κατά την κρούση. Τι παρατηρείτε;
 - τη μεταβολή της ορμής κάθε σφαίρας κατά την κρούση. Τι παρατηρείτε;

[Απ. α) 1 m/s β) ελαστική γ) 80 J δ) 20 kg.m/s]

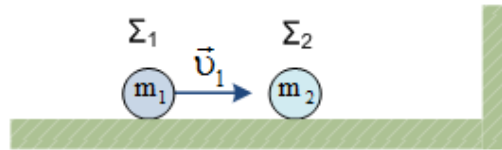
8. Τρεις μικρές σφαίρες Σ_1 , Σ_2 και Σ_3 βρίσκονται ακίνητες πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο όπως στο σχήμα. Οι σφαίρες έχουν μάζες $m_1 = m$, $m_2 = m$ και $m_3 = 3m$ αντίστοιχα. Δίνουμε στη σφαίρα Σ_1 ταχύτητα μέτρου u_1 . Όλες οι κρούσεις που ακολουθούν ανάμεσα στις σφαίρες είναι κεντρικές και ελαστικές. Να βρεθούν:



- ο αριθμός των κρούσεων που θα γίνουν συνολικά.
- Αφού ολοκληρωθούν όλες οι κρούσεις των σφαιρών μεταξύ τους, να υπολογισθεί:
- η τελική ταχύτητα κάθε σφαίρας.
 - το μέτρο της μεταβολής της ορμής της πρώτης σφαίρας.
 - το ποσοστό της κινητικής ενέργειας της σφαίρας Σ_1 που μεταφέρθηκε στη τρίτη σφαίρα Σ_3 . Δίνονται: η μάζα $m_1 = 2$ kg και $u_1 = 10$ m/s.

[Απ. α) 3 β) 5 m/s προς τα αριστερά, 0,5 m/s προς τα δεξιά γ) 30 kg.m/s δ) 75%]

9. Μια σφαίρα Σ_1 μάζας m_1 κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα u_1 και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα Σ_2 μάζας m_2 με $m_2 > m_1$. Μετά την κρούση η σφαίρα Σ_2 συγκρούεται ελαστικά με κατακόρυφο επίπεδο τοίχο, που είναι κάθετος στη διεύθυνση της κίνησης των δυο σφαιρών.



α. Αν ο λόγος των μαζών των δυο σφαιρών είναι $\lambda = m_2/m_1$ να εκφράσετε τις αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων των σφαιρών Σ_1 και Σ_2 σε συνάρτηση με το λ και το μέτρο της ταχύτητας u_1 . Να βρεθεί:

β. για ποιες τιμές του λ η σφαίρα Σ_1 μετά την κρούση της με τη σφαίρα Σ_2 κινείται προς τα αριστερά.

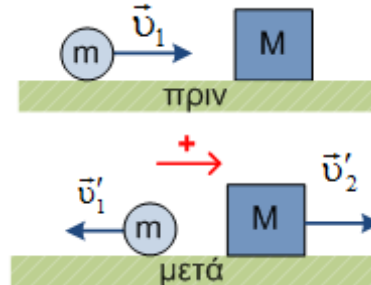
γ. για ποια τιμή του λ , η σφαίρα Σ_2 , μετά τη κρούση της με τον τοίχο θα διατηρεί σταθερή απόσταση από την σφαίρα Σ_1 .

Με βάση την παραπάνω τιμή του λ , να υπολογισθεί:

δ. ο λόγος της τελικής κινητικής ενέργειας της σφαίρας Σ_2 , που έχει μετά την κρούση της με τον τοίχο, προς την αρχική κινητική ενέργεια της σφαίρας Σ_1 .

$$[\text{Απ. α)} \frac{1-\lambda}{1+\lambda} u_1, \frac{2}{1+\lambda} u_1, \text{ β)} \lambda > 1, \text{ γ)} \lambda = 3 \text{ δ)} 0,75]$$

10. Σώμα μάζας $M=2 \text{ kg}$ ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,2$. Μια μικρή μπάλα μάζας $m=100 \text{ g}$ κινούμενη οριζόντια προς τα δεξιά, με ταχύτητα μέτρου $u_1=100 \text{ m/s}$, συγκρούεται με το σώμα και επιστρέφει με ταχύτητα μέτρου $u_1'=20 \text{ m/s}$. Να υπολογιστεί:



α. το μέτρο της ταχύτητας u_2' του σώματος M αμέσως μετά την κρούση.

β. η απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων κατά την κρούση. Σε ποιες μορφές ενέργειας μετατρέπεται;

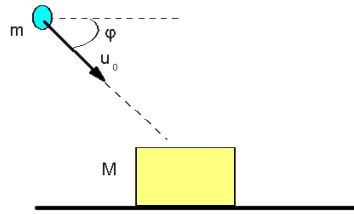
γ. η μετατόπιση του σώματος μάζας M μέχρι να σταματήσει εξαιτίας της τριβής του με το επίπεδο.

δ. ο λόγος $\lambda = M/m$ των μαζών των δύο σωμάτων, αν η κρούση ήταν ελαστική.

Δίνεται: $g=10 \text{ m/s}^2$.

$$[\text{Απ. α)} 6 \text{ m/s} \text{ β)} 444 \text{ J} \text{ γ)} 9 \text{ m} \text{ δ)} 3/2]$$

11. Ένας ξύλινος κύβος μάζας $M=0,9 \text{ kg}$ ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Ένα μικρό βλήμα μάζας $m=0,1 \text{ kg}$ το οποίο, λίγο πριν να συγκρουστεί, κινείται με ταχύτητα μέτρου $u_0=50 \text{ m/s}$, σχηματίζοντας με τον ορίζοντα γωνία ϕ , σφηνώνεται στον κύβο. Να υπολογίσετε:



- α. την ταχύτητα V του συσσωματώματος.
 β. τη θερμότητα που αναπτύχθηκε κατά την κρούση.
 γ. το ποσοστό της μηχανικής ενέργειας του βλήματος το οποίο μεταφέρθηκε στον κύβο.
 δ. τη μεταβολή της ορμής του συστήματος των σωμάτων κατά την κρούση.
 Δίνονται: $\eta\mu\phi=0,6$, $\sigma\upsilon\nu\phi=0,8$

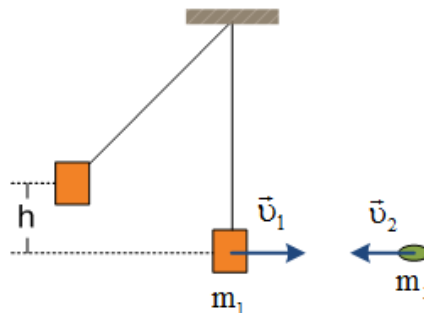
[Απ. α) 4 m/s β) 117 J γ) 5,76% δ) -3 kg.m/s]

12. Ένας ξύλινος κύβος μάζας $M=4,5$ kg είναι δεμένος στο άκρο ενός αβαρούς και μη εκτατού νήματος μήκους $L=0,2$ m, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε οροφή. Ο κύβος ηρεμεί με το νήμα κατακόρυφο. Ένα βλήμα μάζας $m=0,5$ kg κινείται οριζόντια με ταχύτητα $u_0=20$ m/s και συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με τον κύβο. Να υπολογίσετε:

- α. το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
 β. το ποσό θερμότητας που αναπτύσσεται κατά την κρούση των σωμάτων.
 γ. τη μέγιστη ανύψωση που επιτυγχάνει το συσσωμάτωμα μετά την κρούση.
 δ. την τάση του νήματος αμέσως μετά την κρούση των σωμάτων.
 Δίνεται $g=10$ m/s²

[Απ. α) 2 m/s β) 90 J γ) 0,2 m δ) 150 N]

13. Σώμα μάζας $m_1=0,9$ kg που είναι προσδεμένο στο άκρο τεντωμένου νήματος μήκους $L=2$ m, αφήνεται ελεύθερο από ύψος h , όπως φαίνεται στο σχήμα. Όταν το νήμα βρίσκεται στην κατακόρυφη θέση, το σώμα έχει ταχύτητα μέτρου $u_1=2$ m/s και συγκρούεται πλαστικά με βλήμα μάζας $m_2=0,1$ kg και ταχύτητας μέτρου $u_2=48$ m/s με φορά προς το σώμα. Η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα.

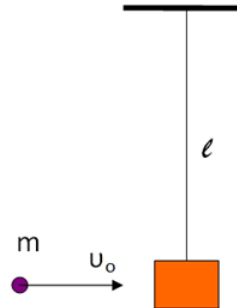


Να υπολογίσετε:

- α. το ύψος h από το οποίο αφέθηκε ελεύθερο το σώμα μάζας m_1 .
 β. το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος που δημιουργείται μετά την κρούση.
 γ. το ύψος h' στο οποίο θα φτάσει το συσσωμάτωμα μετά την κρούση.
 δ. τη μεταβολή της μηχανικής ενέργειας του συστήματος κατά την κρούση. Σε τι μορφή ενέργειας μετατράπηκε αυτή; Δίνεται: $g=10$ m/s².

[Απ. α) 0,2 m β) 3 m/s γ) 0,45 m δ) 112,5 J]

14. Το σώμα του παρακάτω σχήματος έχει μάζα $M=0,98 \text{ kg}$ και ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου νήματος μήκους $l=2\text{m}$. Κάποια χρονική στιγμή βλήμα μάζας $m=0,02 \text{ kg}$ σφηνώνεται στο σώμα μάζας M και το συσσωμάτωμα που προκύπτει, εκτελώντας κυκλική κίνηση, φτάνει σε θέση όπου το νήμα σχηματίζει με την κατακόρυφη γωνία ϕ τέτοια ώστε $\sin\phi=0,6$ και σταματά στιγμιαία.

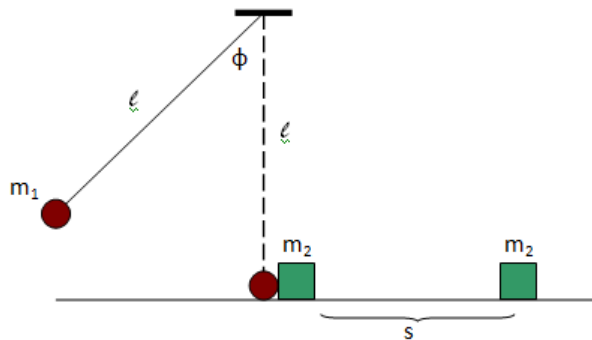


Να υπολογίσετε:

- α. Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
 - β. Την αρχική ταχύτητα u_0 του βλήματος.
 - γ. Την τάση του νήματος πριν την κρούση.
 - δ. Την τάση του νήματος αμέσως μετά την κρούση.
 - ε. Τη μηχανική ενέργεια, που μετατράπηκε σε θερμότητα στην πλαστική κρούση.
- Δίνεται η επιτάχυνση βαρύτητας $g=10 \text{ m/s}^2$

[Απ. α) 4 m/s β) 200 m/s γ) $9,8 \text{ N}$ δ) 18 N ε) 392 J]

15. Αρχικά η σφαίρα m_1 βρίσκεται ακίνητη και το νήμα σε κατακόρυφη θέση.



Εκτρέπουμε τη σφαίρα μάζας $m_1=m$ από την αρχική της θέση ώστε το νήμα μήκους $l=1,6\text{m}$ να σχηματίζει με την κατακόρυφο γωνία $\phi=60^\circ$ και την αφήνουμε ελεύθερη. Όταν αυτή περάσει από την αρχική της θέση ισορροπίας συγκρούεται ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας $m_2=3m$ που βρισκόταν πάνω σε οριζόντιο επίπεδο με τριβές. Το σώμα m_2 μετά την κρούση, αφού διανύσει διάστημα s σταματάει. Να βρεθούν:

- α. Το μέτρο της ταχύτητας u_1 του σώματος μάζας m ελάχιστα πριν την κρούση.
- β. Το συνημίτονο της τελικής γωνίας απόκλισης θ που θα σχηματίσει το νήμα με την κατακόρυφο μετά την ελαστική κρούση.
- γ. Το διάστημα s μέχρι να σταματήσει το σώμα m_2 .
- δ. Το ποσοστό απώλειας της κινητικής ενέργειας του m_1 κατά την κρούση.

Δίνονται ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου $\mu=0,2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10 \text{ m/s}^2$

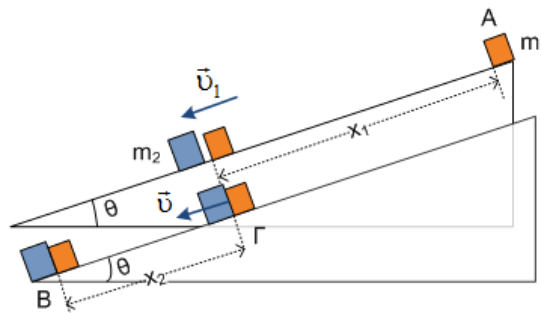
[Απ. α) 4 m/s β) $7/8$ γ) 1 m δ) 75%]

16. Σώμα Α μάζας $m_1=2 \text{ kg}$ αφήνεται να γλιστρήσει από απόσταση $l=20 \text{ m}$ από την κορυφή λείου κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης $\phi=30^\circ$. Ταυτόχρονα δεύτερο σώμα Β μάζας $m_2=m_1$ βάλλεται με αρχική ταχύτητα $u_0=10 \text{ m/s}$ από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου. Τα σώματα συγκρούονται κεντρικά και πλαστικά. Να υπολογίσετε:

- τις ταχύτητες των σωμάτων λίγο πριν την κρούση.
- την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
- το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος Α κατά τη διάρκεια της κρούσης.
- την ταχύτητα με την οποία το συσσωμάτωμα θα επανέλθει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου. Δίνεται η επιτάχυνση βαρύτητας: $g=10 \text{ m/s}^2$.

[Απ. α) 10 m/s β) 0 γ) 5 m/s δ) 30 kg.m/s ε) $5\sqrt{5} \text{ m/s}$]

17. Από την κορυφή (Α) ενός κεκλιμένου επιπέδου μεγάλου μήκους και γωνίας κλίσης θ αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί ένα σώμα Σ_1 μάζας $m_1=1 \text{ kg}$ το οποίο εμφανίζει με το κεκλιμένο επίπεδο συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,5$. Αφού διανύσει διάστημα $ΑΓ=x_1=4 \text{ m}$ κινούμενο στο κεκλιμένο επίπεδο, συναντά ακίνητο σώμα Σ_2 μάζας $m_2=3 \text{ kg}$, με το οποίο συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά (σημείο Γ). Το συσσωμάτωμα που δημιουργείται από την κρούση των δύο σωμάτων διανύει διάστημα $x_2=2 \text{ m}$ και φτάνει στη βάση (Β) του κεκλιμένου επιπέδου



Να υπολογίσετε:

- την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
- τη συνολική θερμότητα λόγω τριβών που παράχθηκε από τη στιγμή που αφήσαμε ελεύθερο το σώμα μάζας m_1 μέχρι τη στιγμή που το συσσωμάτωμα έφτασε στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου.
- την απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος των δύο μαζών κατά τη κρούση.
- το ποσοστό της αρχικής δυναμικής ενέργειας των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 που έγινε θερμότητα μέχρι το συσσωμάτωμα να φτάσει στη βάση (Β) του κεκλιμένου επιπέδου.

Να θεωρηθεί:

- Το επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας ταυτίζεται με το οριζόντιο επίπεδο που περνά από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου.

(ii) Όλη η απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος κατά τη κρούση γίνεται θερμότητα.

(iii) Το έργο που καταναλώνει η τριβή μετατρέπεται σε θερμότητα.

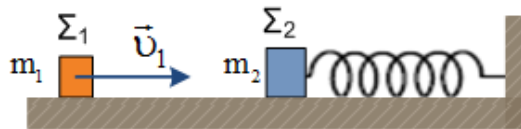
(iv) Τα σώματα έχουν αμελητέες διαστάσεις.

(v) Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης πριν και μετά την κρούση παραμένει ίδιος.

Δίνονται: $\mu\theta=0,6$ $\sin\theta=0,8$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10 \text{ m/s}^2$.

[Απ. α) 1 m/s β) 48 J γ) 6 J δ) 75%]

18. Σώμα Σ_2 μάζας $m_2=4 \text{ kg}$ βρίσκεται ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο και είναι δεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Ένα δεύτερο σώμα Σ_1 μάζας $m_1=1 \text{ kg}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $u_1=10 \text{ m/s}$ και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με το Σ_2 .



Να υπολογίσετε:

α. τις ταχύτητες των δύο σωμάτων μετά την κρούση.

β. το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_2 .

γ. το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_1 που μεταφέρθηκε στο σώμα Σ_2 .

δ. τη μέγιστη συσπίρωση Δl του ελατηρίου.

Δίνεται η σταθερά του ελατηρίου $k=100 \text{ N/m}$.

[Απ. α) -6 m/s 4 m/s β) $16 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$ γ) 64% δ) $0,8 \text{ m}$]

19. Ένα σώμα μάζας $M=35 \text{ kg}$ ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=20 \text{ N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο σε οροφή. Κάποια στιγμή ένα βλήμα μάζας $m=5 \text{ kg}$ βάλλεται από απόσταση $h=3,2 \text{ m}$ κάτω από το σώμα M με αρχική ταχύτητα μέτρου $u_0=16 \text{ m/s}$ και με φορά προς τα πάνω και συγκρούεται πλαστικά με το σώμα μάζας M . Να υπολογίσετε:

α. Το μέτρο της ταχύτητας του βλήματος λίγο πριν την κρούση.

β. Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

γ. Τη θερμότητα που αναπτύχθηκε κατά την διάρκεια της κρούσης.

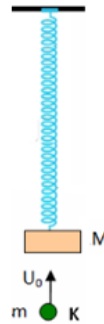
δ. Τη μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου από την αρχική του θέση.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10 \text{ m/s}^2$.

[Απ. α) $8\sqrt{3} \text{ m/s}$ β) $\sqrt{3} \text{ m/s}$ γ) 420 J δ) 1 m]

20. Ένα σώμα μάζας $M=3 \text{ kg}$ ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=100 \text{ N/m}$. Δεύτερο σώμα μάζας $m=1,5 \text{ kg}$, βάλλεται από το έδαφος από το σημείο K με αρχική ταχύτητα $u_0=10 \text{ m/s}$ και μετά από χρόνο $t=0,8 \text{ sec}$ συγκρούεται

ανελαστικά με το Μ. Μετά την κρούση το σώμα m αφού εξέλθει από το Μ με ταχύτητα μέτρου $u'=1 \text{ m/s}$ απομακρύνεται χωρίς να επηρεάζει την εξέλιξη του φαινομένου.

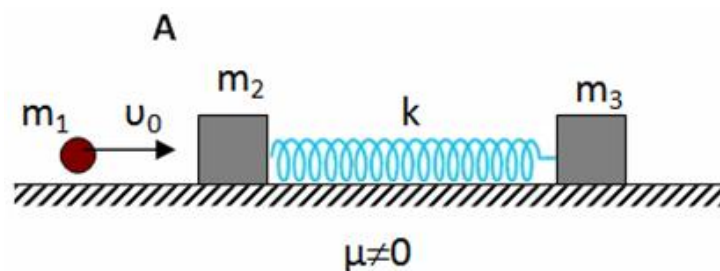


Να υπολογίσετε:

- α. το μέτρο της ταχύτητας του σώματος m ελάχιστα πριν την κρούση.
- β. το μέτρο της ταχύτητας του σώματος M αμέσως μετά την κρούση.
- γ. τη μέγιστη μετατόπιση του σώματος M μέχρι να σταματήσει στιγμιαία.
- δ. την αρχική μηχανική ενέργεια του συστήματος ελατήριο – σώμα μάζας m – σώμα μάζας M θεωρώντας σαν επίπεδο μηδενικής δυναμικής βαρυτικής ενέργειας αυτό που διέρχεται από το σημείο Κ. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10 \text{ m/s}^2$.

[Απ. α) 2 m/s β) $0,5 \text{ m/s}$ γ) $\frac{\sqrt{3}}{20} \text{ m}$ δ) $198,5 \text{ J}$]

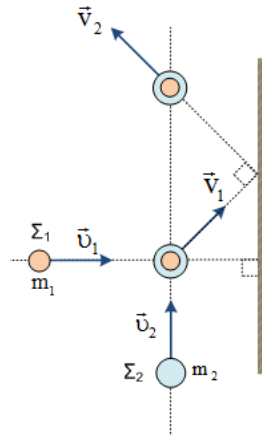
21. Στο σχήμα το σώμα μάζας $m_1=5 \text{ kg}$ συγκρούεται ελαστικά και κεντρικά με το σώμα μάζας $m_2=5 \text{ kg}$. Αν είναι γνωστό ότι το ιδανικό ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό μήκος του, ότι η μάζα του σώματος m_3 είναι $m_3=10 \text{ kg}$, η σταθερά του ελατηρίου είναι $k=10 \text{ N/m}$, ο συντελεστής τριβής μεταξύ σωμάτων και επιπέδου είναι $\mu=0,4$ και ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g=10 \text{ m/s}^2$, να υπολογίσετε:



- α. τη μέγιστη επιτρεπτή παραμόρφωση του ελατηρίου ώστε να μην κινηθεί το m_3 .
- β. τη μέγιστη ταχύτητα που μπορεί να έχει το m_1 ώστε να μην κινηθεί το m_3 .
- γ. το μέτρο της μεταβολής της ορμής του m_1 στη διάρκεια της κρούσης.
- δ. τη θερμότητα που αναπτύχθηκε κατά τη διάρκεια του φαινομένου του ερωτήματος (α).

[Απ. α) 4 m β) 8 m/s γ) 40 kg.m/s δ) 80 J]

22. Σώμα Σ_1 μάζας $m_1=1$ kg κινείται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $u_1=12$ m/s με κατεύθυνση κάθετη σε κατακόρυφο τοίχο και συγκρούεται πλαστικά με σώμα Σ_2 μάζας $m_2=2$ kg που κινείται παράλληλα προς τον τοίχο με οριζόντια ταχύτητα u_2 . Το συσσωμάτωμα αποκτά ταχύτητα v_1 . Στη συνέχεια το συσσωμάτωμα συγκρούεται ελαστικά με τον κατακόρυφο τοίχο. Μετά την ελαστική κρούση αποκτά ταχύτητα μέτρου $v_2=4\sqrt{2}$ m/s, η διεύθυνση της οποίας είναι κάθετη με τη v_1 . Οι κινήσεις των σωμάτων Σ_1 , Σ_2 και του συσσωματώματος γίνονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο. Να υπολογίσετε:



- α. το μέτρο και την κατεύθυνση της ταχύτητας v_1
- β. το μέτρο της ταχύτητας u_2
- γ. τη μεταβολή της ορμής του συσσωματώματος εξαιτίας της ελαστικής κρούσης με τον τοίχο.
- δ. το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκήθηκε στο συσσωμάτωμα κατά τη διάρκεια της κρούσης, αν η χρονική διάρκεια της κρούσης του συσσωματώματος με τον τοίχο είναι $\Delta t=0,01$ s. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10$ m/s²

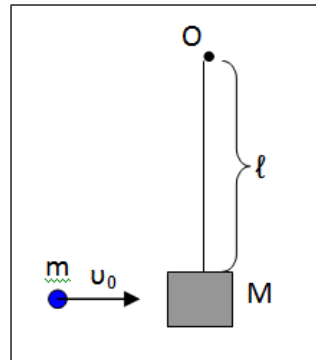
[Απ. α) $4\sqrt{2}$ m/s 45° β) 6 m/s γ) 24 kg.m/s δ) 2400 N]

23. Ένα βλήμα μάζας $m=1$ kg, βάλλεται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $u_0=100\sqrt{2}$ m/s και διαπερνά ένα κιβώτιο μάζας $M=8$ kg που ήταν αρχικά ακίνητο στη θέση $x=0$ μη λείου οριζόντιου δαπέδου. Το βλήμα εξέρχεται από το κιβώτιο με ταχύτητα $u=20\sqrt{2}$ m/s. Αν ο συντελεστής τριβής μεταξύ δαπέδου και κιβωτίου είναι $\mu=0,5+x$, όπου x η θέση του κιβωτίου στο (S.I.), να υπολογίσετε:

- α. Την ταχύτητα του κιβωτίου αμέσως μετά την κρούση.
- β. Το ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του βλήματος κατά τη διάρκεια της κρούσης.
- γ. Το διάστημα που θα διανύσει το κιβώτιο μέχρι να σταματήσει.
- δ. Το μέτρο του στιγμιαίου ρυθμού μεταβολής της ορμής του κιβωτίου στη θέση $x=2$ m.
- ε. Τη συνολική θερμότητα που μεταφέρθηκε στο περιβάλλον στη διάρκεια του φαινομένου. Δίνεται η επιτάχυνση βαρύτητας $g=10$ m/s²

[Απ. α) $10\sqrt{2}$ m/s β) -96% γ) 4 m δ) 200 N ε) 9600 J]

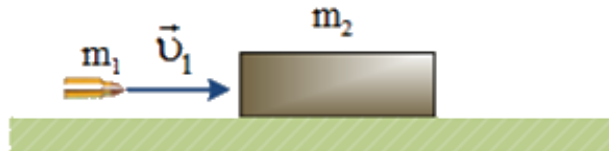
24. Το σώμα του παρακάτω σχήματος έχει μάζα $M=4,8 \text{ kg}$ και ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου μη εκτατού νήματος μήκους $l=0,18 \text{ m}$. Σώμα μάζας $m=0,2 \text{ kg}$ κινείται με ταχύτητα u_0 και συγκρούεται πλαστικά με το σώμα M . Να υπολογίσετε:



- α. Την ελάχιστη ταχύτητα που πρέπει να έχει το σώμα m ώστε μετά την πλαστική τους κρούση, το συσσωμάτωμα να διαγράψει μία πλήρη κυκλική τροχιά (να κάνει ανακύκλωση).
- β. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής της μάζας m πριν και μετά την κρούση.
- γ. Την τάση T_0 του νήματος πριν την κρούση.
- δ. Την τάση T του νήματος αμέσως μετά την κρούση. Δίνεται η επιτάχυνση βαρύτητας $g=10 \text{ m/s}^2$.

[Απ. α) 75 m/s β) $14,4 \text{ kg.m/s}$ γ) 48 N δ) 300 N]

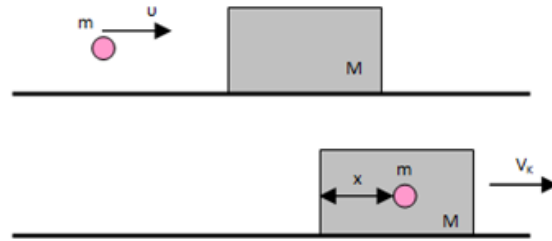
25. Ένα ξύλινο σώμα μάζας $m_2=0,96 \text{ kg}$ είναι ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Ένα βλήμα μάζας $m_1=40 \text{ g}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $u_1=200 \text{ m/s}$ και σφηνώνεται στο σώμα, σε βάθος $d=7,68 \text{ cm}$. Να υπολογιστεί:



- α. το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος μετά την κρούση.
- β. το ποσοστό της μηχανικής ενέργειας που μετατρέπεται σε θερμότητα (να θεωρήσετε ότι όλη η απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος γίνεται θερμότητα και ότι το επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας είναι το οριζόντιο επίπεδο).
- γ. η μέση δύναμη που ασκεί η σφαίρα στο ξύλο καθώς εισχωρεί σε αυτό.
- δ. η μετατόπιση του συστήματος ξύλο-βλήμα μέχρι να σφηνωθεί το βλήμα στο ξύλο.

[Απ. α) 8 m/s β) 96% γ) 10^4 N δ) $0,3 \text{ cm}$]

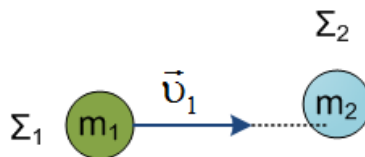
26. Ένα βλήμα μάζας $m=0,1 \text{ kg}$ σφηνώνεται με ταχύτητα $u=100 \text{ m/s}$ σε ακίνητο κιβώτιο μάζας $M=0,9 \text{ kg}$ όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Το κιβώτιο μπορεί να ολισθαίνει σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Αν η δύναμη αντίστασης που εμφανίζεται μεταξύ βλήματος και κιβωτίου κατά την κρούση θεωρηθεί σταθερού μέτρου $F=4500 \text{ N}$, να υπολογίσετε:



- α. Την κοινή ταχύτητα του συσσωματώματος.
 β. Τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος (βλήμα – κιβώτιο) κατά τη διάρκεια της κρούσης.
 γ. Το χρόνο που διαρκεί η κίνηση του βλήματος σε σχέση με το κιβώτιο.
 δ. Πόσο βαθιά εισχωρεί το βλήμα στο κιβώτιο.

[Απ. α) 10 m/s β) -450 J γ) $2 \cdot 10^{-3}$ sec δ) 0,1 m]

27. Σφαίρα Σ_1 μάζας $m_1=m$ κινείται με ταχύτητα μέτρου $u_1=6$ m/s και συγκρούεται με άλλη σφαίρα Σ_2 μάζας $m_2=2m$, που είναι αρχικά ακίνητη. Η κρούση είναι έκκεντρη και ελαστική και η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα. Μετά την κρούση, η σφαίρα Σ_1 κινείται με ταχύτητα u_1' που έχει διεύθυνση κάθετη στη διεύθυνση της u_1' . Να υπολογιστεί:



- α. το μέτρο και η διεύθυνση της ταχύτητας u_2' της σφαίρας Σ_2 , μετά την κρούση.
 β. το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας Σ_1 , μετά την κρούση.
 γ. το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας της σφαίρας μάζας m_1 που μεταβιβάστηκε στη σφαίρα μάζας m_2 λόγω της κρούσης.
 δ. το μέτρο της μεταβολής της ορμής της σφαίρας Σ_1 κατά τη κρούση, αν $m_2=2$ kg.
 Δίνεται η μαθηματική ιδιότητα $\eta\mu^2\theta + \sigma\upsilon\nu^2\theta = 1$.

[Απ. α) $2\sqrt{3}$ m/s $\theta=30^\circ$ β) $2\sqrt{3}$ m/s γ) 66,7% δ) $4\sqrt{3}$ m/s]