

ΑΠΟΛΥΤΗ ΤΙΜΗ- ΣΥΝΟΨΗ ΘΕΩΡΙΑΣ

ΟΡΙΣΜΟΣ $|a| = \begin{cases} a, & \text{αν } a \geq 0 \\ -a, & \text{αν } a < 0 \end{cases}$ απόσταση του αριθμού a από το 0.

ΑΠΟΛΥΤΟ ΚΑΙ ΠΡΑΞΕΙΣ

I) $|a|^2 = a^2$, II) $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$, III) $\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}, b \neq 0$,

IV) $||a| - |b|| \leq |a + b| \leq |a| + |b|$ (Τριγωνική Ανισότητα)

ΑΠΟΣΤΑΣΗ 2 ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ ΠΑΝΩ ΣΤΟΝ ΑΞΟΝΑ

$$d(a, b) = |a - b|$$

ΕΠΙΛΥΣΗ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ

- $|x| = \theta \Leftrightarrow x = \theta \text{ ή } x = -\theta \text{ για } (\theta > 0)$
- $|x| = |\theta| \Leftrightarrow x = \theta \text{ ή } x = -\theta$

ΕΠΙΛΥΣΗ ΑΝΙΣΩΣΕΩΝ

Με τη βοήθεια της απόστασης μπορούμε να επιλύουμε ανισώσεις με απόλυτα.

Μπορούμε να χρησιμοποιούμε (δεν το προτείνω) τις ακόλουθες ισοδυναμίες

Για $\theta > 0$ και $r > 0$ ισχύουν

- $|x| \leq \theta \Leftrightarrow -\theta \leq x \leq \theta$ (συναλήθευση) $\Leftrightarrow x \in [-\theta, \theta]$
- $|x| \geq \theta \Leftrightarrow x \geq \theta \text{ ή } x \leq -\theta$ (όχι συναλήθευση) $\Leftrightarrow x \in (-\infty, -\theta] \cup [\theta, +\infty)$
- $|x - x_0| \leq r \Leftrightarrow x_0 - r \leq x \leq x_0 + r \Leftrightarrow x \in [x_0 - r, x_0 + r]$
- $|x - x_0| \geq r \Leftrightarrow x \leq x_0 - r \text{ ή } x \geq x_0 + r \Leftrightarrow x \in (-\infty, x_0 - r] \cup [x_0 + r, +\infty)$

ΒΑΣΙΚΗ ΕΞΑΣΚΗΣΗ ΣΤΗΝ ΑΠΟΛΥΤΗ ΤΙΜΗ

1) Αν $1 < x < 2$ να γραφτεί χωρίς απόλυτα η παράσταση $A = |x| + |1-x| - |x-2| + |6-2x|$
(Για να διώξουμε τα απόλυτα πρέπει να βρούμε το πρόσημο της ποσότητας μέσα σε κάθε απόλυτο αξιοποιώντας τα δεδομένα ή διακρίνοντας περιπτώσεις)

2) Να λυθούν οι εξισώσεις

I) $|x| = 0$, II) $|x| = -1$, III) $|x| = 2$, IV) $|x-1| = 2$, V) $|x+1| = 2$, VI) $|x-2| = |2x-3|$

3) Να λυθούν οι ανισώσεις

I) $|x| \leq 1$, II) $|x-1| < 2$, III) $|x| \geq 2$, IV) $|x-2| > 1$, V) $1 < |x| < 2$, VI) $2 \leq |x-1| < 4$

4) Να λυθούν οι εξισώσεις

I) $|2x-4| = 2x-4$, II) $|3x-9| = -3x+9$, III) $|x-1| = 3x-7$

5) Να λυθούν οι ανισώσεις

I) $|2x-1| \leq 3$, II) $|2x-1| \geq 3$