

ΒΑΣΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΠΟΛΥΩΝΥΜΙΚΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = 3x^3 - 3x^2 - 5x - 2$, $g(x) = 4x^3 - 3x - 1$, $x \in \mathbb{R}$. Να βρείτε τα σημεία τομής τους με τον άξονα $x'x$.

ΘΕΜΑ 2

Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = x^4 - 5x^3 + 3x^2 + x$, $x \in \mathbb{R}$ βρίσκεται κάτω από τον άξονα $x'x$.

ΘΕΜΑ 3

Δίνονται τα γινόμενα

$P(x) = (2 - 3x)(x^2 - x - 2)(x^2 - x + 1)$, $Q(x) = (-x^2 + 4)(x^2 - 3x + 2)(x^2 + x + 1)$. Να βρεθούν τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων $f(x) = \sqrt{P(x)}$, $g(x) = \sqrt{Q(x)}$.

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η πολυωνυμική συνάρτηση f με τύπο

$f(x) = x^4 + \alpha x^3 + \beta x^2 - 16x - 12$, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, $x \in \mathbb{R}$. Το πολώνυμο $f(x)$ έχει παράγοντες τους $x+1$, $x-2$.

I) Να βρεθούν οι τιμές των α, β .

II) Να βρεθούν τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f με τον άξονα $x'x$.

III) Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της συνάρτησης βρίσκεται πάνω από τον άξονα $x'x$.

ΘΕΜΑ 5

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 + x^2$ και τα σημεία $A(1,2)$, $B(1/2, -1/2)$.

A) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας AB .

B) Να βρείτε τα σημεία τομής της ευθείας AB με τη γραφική παράσταση της f .

Γ) Για ποιές τιμές του x , η γραφική παράσταση της f είναι πάνω από την ευθεία AB ;

Δ) Για ποιές τιμές του x , η γραφική παράσταση της f δεν είναι κάτω από την ευθεία AB ;

ΘΕΜΑ 6

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 + \frac{2}{2x-1} - \frac{1}{x(2x-1)}$.

A) Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f και να απλοποιηθεί ο τύπος της.

B) Για ποιές τιμές του x η γραφική παράσταση της f δεν είναι πάνω από τον άξονα $x'x$;

ΘΕΜΑ 7

A) Να βρεθούν τα σημεία τομής της παραβολής $y = \sqrt{x}$ με την ευθεία $y = x - 2$.

B) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{2x+7}$. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της f και να προσδιορίσετε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με την ευθεία $y = x + 2$.

Γ) Δίνεται η συνάρτηση $g(x) = \sqrt{2x+6} - \sqrt{x+4}$. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της g και να προσδιορίσετε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της g με την ευθεία $y=1$.

ΘΕΜΑ 8

Δίνονται οι ρητές συναρτήσεις $R_1(x) = \frac{(x-1)(2x^2+x+1)}{x^2+x-6}$, $R_2(x) = \frac{x^2-4x+3}{x^2+3x-4}$.

A) Να βρεθούν τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων $R_1(x), R_2(x)$.

B) Να προσδιορίσετε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = \sqrt{R_2(x)} + \frac{1}{\sqrt{R_1(x)}}$.

ΘΕΜΑ 9

A) Για ποιες τιμές του x η γραφική παράσταση της $f(x) = \frac{x}{3x-5}$ δεν είναι κάτω από

τη γραφική παράσταση της $g(x) = \frac{2}{x-1}$;

B) Για ποιες τιμές του x η γραφική παράσταση της $f(x) = \frac{x}{2x-1}$ δεν είναι πάνω από

τη γραφική παράσταση της $g(x) = \frac{3}{x+1}$;

ΘΕΜΑ 10

A) Για ποιες τιμές του x η γραφική παράσταση της $f(x) = \sqrt{2x+3}$ είναι κάτω από τη γραφική παράσταση της $g(x) = \sqrt{1-3x}$;

B) Για ποιες τιμές του x η γραφική παράσταση της $f(x) = \sqrt{x-3}$ είναι πάνω από τη γραφική παράσταση της $g(x) = x-5$;