

ΘΕΜΑΤΑ**ΘΕΜΑ Α**

A1. Αν $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ είναι σημεία του επιπέδου και $M(x, y)$ είναι το μέσο του ευθυγράμμου τμήματος AB , να δείξετε ότι:

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} \text{ και } y = \frac{y_1 + y_2}{2} \quad (\text{Μονάδες 10})$$

A2. Να χαρακτηρίσετε κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή/Λάθος:

- 1) Η γενική μορφή εξίσωσης ευθείας είναι : $Ax + By + \Gamma = 0$ με $A \neq 0$ και $B \neq 0$
 - 2) Ο κύκλος με εξίσωση $(x + 2)^2 + (y + 3)^2 = 1$ έχει κέντρο το σημείο $A(2,3)$
 - 3) Αν $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 0$ τότε $\vec{\alpha} = 0$ ή $\vec{\beta} = 0$
 - 4) Για την κλίση λ της ευθείας με εξίσωση: $2x + 3y + 4 = 0$, ισχύει: $\lambda = -\frac{2}{3}$
 - 5) Για τα σημεία $A(2,5)$, $B(-2, -5)$, $\Gamma(5,8)$, $\Delta(-5, -8)$ ισχύει ότι: $\overrightarrow{AB} // \overrightarrow{\Gamma\Delta}$
- (Μονάδες 5)

A3. Συμπληρώστε τα κενά:

- 1) Αν $\vec{\alpha} = \kappa \cdot \vec{i} + \lambda \cdot \vec{j}$ και $\vec{\beta} = (\mu, \nu)$ τότε $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = \dots\dots\dots$
 - 2) Για τα σημεία $A(\alpha, \beta)$ και $B(\gamma, \delta)$, ισχύει ότι $(AB) = \dots\dots\dots$
 - 3) Αν η ευθεία $\alpha x + \beta y + \gamma = 0$ είναι κάθετη στην ευθεία ε , τότε η κλίση της ευθείας ε είναι ίση με $\dots\dots\dots$
 - 4) Το κέντρο του κύκλου $x^2 + y^2 - 2\beta y + \beta^2 = \rho^2$ είναι $\dots\dots\dots$
 - 5) Η εξίσωση της εφαπτομένης του κύκλου $C: x^2 + y^2 = \rho^2$ στο σημείο $A(x_1, y_1)$ είναι $\dots\dots\dots$
- (Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται τα σημεία $A(3,2)$ και $B(-1,-6)$. Να βρεθούν:

- α) Οι συντεταγμένες του μέσου M του ευθύγραμμου τμήματος AB . (Μονάδες 8)
- β) Ο συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία A και B . (Μονάδες 8)
- γ) Η εξίσωση της μεσοκαθέτου ευθείας (ε) του ευθύγραμμου τμήματος AB . (Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ Γ

Θεωρούμε τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ με $|\vec{\alpha}| = 2, |\vec{\beta}| = 4, (\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \frac{\pi}{3}$ και τα διανύσματα $\vec{\gamma} = \vec{\alpha} - \vec{\beta}$ και $\vec{\delta} = 2\vec{\alpha} + \vec{\beta}$.

α) Να βρείτε το $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$. (Μονάδες 5)

β) Να βρείτε το $\vec{\gamma} \cdot \vec{\delta}$. (Μονάδες 7)

γ) Να βρείτε τα $|\vec{\gamma}|, |\vec{\delta}|$ (Μονάδες 8)

δ) Να βρείτε τη γωνία $(\vec{\gamma}, \vec{\delta})$. (Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ Δ

Τα σημεία $A(-7, -1)$ και $B(3, -5)$ είναι σημεία ενός κύκλου C κέντρου K . Το σημείο M είναι το μέσο της χορδής AB και μία ευθεία ε διέρχεται από τα σημεία K και M .

α) Να βρείτε:

i. Τις συντεταγμένες του σημείου M . (Μονάδες 4)

ii. Την εξίσωση της ευθείας KM . (Μονάδες 8)

β) Αν από το κέντρο K του κύκλου διέρχεται η ευθεία $(\delta): x+y = -12$, τότε:

i. Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου K . (Μονάδες 7)

ii. Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου C . (Μονάδες 6)

Ο Διευθυντής

Οι καθηγητές

Δημήτριος Καλλέργης

Θεοχάρη Σ.

Χαλδαίου Γ.

Μελέκης Ε.