

Πότε δύο συναρτήσεις f και g λέγονται ίσες;

ΟΡΙΣΜΟΣ

Δύο συναρτήσεις f και g λέγονται **ίσες** όταν:

- έχουν το ίδιο πεδίο ορισμού A και
- για κάθε $x \in A$ ισχύει $f(x) = g(x)$.

Πότε λέμε ότι μια συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα κλειστό διάστημα $[a, b]$ του πεδίου ορισμού της;

ΟΡΙΣΜΟΣ

- Μια συνάρτηση f θα λέμε ότι είναι **συνεχής σε ένα κλειστό διάστημα $[a, b]$** , όταν είναι συνεχής σε κάθε σημείο του (a, b) και επιπλέον

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a) \quad \text{και} \quad \lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$$

Να διατυπώσετε το Θεώρημα Μέσης Τιμής του Διαφορικού Λογισμού (Θ.Μ.Τ.) και να το ερμηνεύσετε γεωμετρικά.

ΘΕΩΡΗΜΑ (Μέσης Τιμής Διαφορικού Λογισμού Θ.Μ.Τ.)

Αν μια συνάρτηση f είναι:

- συνεχής στο κλειστό διάστημα $[a, b]$
- παραγωγίσιμη στο ανοικτό διάστημα (a, b)

τότε υπάρχει ένα, τουλάχιστον, $\xi \in (a, b)$ τέτοιο, ώστε:

$$f'(\xi) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

Να διατυπώσετε το θεώρημα του Fermat που αφορά τα τοπικά ακρότατα μιας συνάρτησης. Γεωμετρικά.

ΘΕΩΡΗΜΑ (Fermat)

Έστω μια συνάρτηση f ορισμένη σ' ένα διάστημα Δ και x_0 ένα **εσωτερικό** σημείο του Δ . Αν η f παρουσιάζει **τοπικό ακρότατο** στο x_0 και είναι **παραγωγίσιμη** στο σημείο αυτό, τότε:

$$f'(x_0) = 0$$