

Θεωρία στα Μαθηματικά Προσανατολισμού (παράγραφος 3.1 & 3.4)

1. Έστω μία συνάρτηση f ορισμένη σε ένα διάστημα Δ . Τι ονομάζουμε αρχική ή παράγουσα της f στο Δ .
2. Έστω μία συνάρτηση f ορισμένη σε ένα διάστημα Δ . Αν F είναι μία παράγουσα της f στο Δ , να αποδείξετε ότι:
 - (α') όλες οι συναρτήσεις της μορφής $G(x) = F(x) + c$, $c \in \mathbb{R}$ είναι παράγουσες της f στο Δ
 - (β') κάθε άλλη παράγουσα G της f στο Δ παίρνει τη μορφή $G(x) = F(x) + c$, $c \in \mathbb{R}$.
3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν ως Σωστές ή Λανθασμένες:
 - (α') Κάθε συνάρτηση ορισμένη σε ένα διάστημα Δ , έχει παράγουσα στο διάστημα αυτό.
 - (β') Για κάθε συνάρτηση f , συνεχή στο $[\alpha, \beta]$, ισχύει: αν $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx > 0$, τότε $f(x) > 0$ στο $[\alpha, \beta]$.
 - (γ') Για κάθε συνεχή συνάρτηση $f : [\alpha, \beta] \rightarrow \mathbb{R}$, αν ισχύει $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx = 0$, τότε $f(x) = 0$ για κάθε $x \in [\alpha, \beta]$.
 - (δ') Αν f συνεχής στο διάστημα $[\alpha, \beta]$ και για κάθε $x \in [\alpha, \beta]$ ισχύει $f(x) \geq 0$ τότε $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx > 0$.
 - (ε') Έστω f μια συνεχής σε ένα διάστημα $[\alpha, \beta]$. Αν ισχύει ότι $f(x) \geq 0$ για κάθε $x \in [\alpha, \beta]$ και η συνάρτηση f δεν είναι παντού μηδέν στο διάστημα αυτό, τότε $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx > 0$.
 - (ς') Αν η f είναι μία συνεχής συνάρτηση στο $[\alpha, \beta]$, η οποία δεν είναι παντού μηδέν στο διάστημα αυτό και $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx = 0$, τότε η f παίρνει τουλάχιστον δύο ετερόσημες τιμές στο $[\alpha, \beta]$.
 - (ζ') Αν $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx \geq 0$, τότε κατ' ανάγκη θα είναι $f(x) \geq 0$, για κάθε $x \in [\alpha, \beta]$.