**1.** Το κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς k=100N/m, είναι ακλόνητα στερεωμένο στο έδαφος. Στο πάνω άκρο του ηρεμούν δίσκος μάζας Μ=3kg, προσαρτημένος στο ελατήριο, επάνω στον οποίο είναι τοποθετημένος μικρός κύβος μάζας m =1kg. Απομακρύνουμε τα δύο σώματα προς τα επάνω κατά d=0,2m από την αρχική τους θέση και δίνουμε στο σύστημα των δύο σωμάτων αρχική ταχύτητα υ= m/s με φορά προς τα κάτω οπότε το σύστημα αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. **Α.** Να γράψετε την χρονική εξίσωση του ρυθμού μεταβολής της ορμής του συστήματος των δύο σωμάτων. **Β.** Για ποιες τιμές του πλάτους της ταλάντωσης ο κύβος δεν χάνει την επαφή του με το δίσκο.

Κάποια στιγμή που το σύστημα των δύο σωμάτων βρίσκεται στην επάνω ακραία θέση της απομακρύνουμε ακαριαία τον κύβο και ο δίσκος ξεκινά νέα Α.Α.Τ. **Γ.** Να υπολογίσετε τη μέγιστη ταχύτητα που αποκτά ο δίσκος. **Δ.** Να γράψετε την εξίσωση που δίνει τη δύναμη του ελατηρίου σε συνάρτηση με τον χρόνο. Δίνεται g=10m/s2. Να θεωρήσετε ως θετική τη φορά προς τα επάνω.

**2.** Το σώμα μάζας m=10kg του **σχ.1** ισορροπεί δεμένο στο ένα άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k=100N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο ακλόνητα στην οροφή ενός δωματίου. Με τη βοήθεια αβαρούς νήματος ασκούμε στο σώμα σταθερή κατακόρυφη δύναμη F με φορά προς τα κάτω η οποία καταργείται την στιγμή (t=0) που το ελατήριο έχει επιμηκυνθεί κατά 1,2m από το φυσικό του μήκος. Μετά την κατάργηση της δύναμης το σύστημα σώμα – ελατήριο εκτελεί κατακόρυφη απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους Α=0,4m. Να υπολογίσετε:

 **ΘΙ** 

 **ΑΘ**

1

2

 **(+) υ2**

 **Σχήμα 1 Σχήμα 2 Σχήμα 3**

**Α.** το μέτρο της δύναμης F. **Β.** την ταχύτητα του σώματος την στιγμή της κατάργησης της δύναμης F. **Γ.** το έργο της δύναμης του ελατηρίου κατά την μετατόπιση του σώματος υπό την επίδραση της δύναμης F.

Κάποια στιγμή που το σώμα βρίσκεται στην κάτω ακραία θέση της ταλάντωσης **(Σχ. 2)** και με τη βοήθεια του κατάλληλου μηχανισμού διασπάται ακαριαία σε δύο κομμάτια 1 και 2 με μάζες m1 =4Kg και m2=6kg. Το κομμάτι 2 αποκτά μετά την διάσπαση κατακόρυφη ταχύτητα υ2=m/s με φορά προς τα κάτω, όπως φαίνεται και στο **σχ. 3,** και το 1 εκτελεί κατακόρυφη απλή αρμονική ταλάντωση. Θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα κάτω και ως χρονική στιγμή t=0 τη στιγμή της διάσπασης του σώματος μάζας m. **Δ.** να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της ορμής και τον ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος 1 αμέσως μετά τη στιγμή της διάσπασης του σώματος μάζας m. **Δίνονται:** g=10m/s2, ημ(π/4)= και =1,4

**3.** Το πάνω άκρο του κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου του **σχ.3**, σταθεράς k=100Ν/m, είναι ακλόνητα στερεωμένο στην οροφή ενός εργαστηρίου, ενώ στο κάτω άκρο του προσαρτάται κύβος μάζας m1=8kg. Στην κάτω έδρα του κύβου είναι ακλόνητα δεμένο αβαρές νήμα. Αρχικά το σύστημα ηρεμεί. Τη χρονική στιγμή t0=0 κρεμάμε από το αβαρές νήμα δεύτερο σώμα μάζας m2=4kg και το νέο σύστημα αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Αν ως θετική θεωρηθεί η φορά προς τα κάτω και g=10m/s2:

 **+**

 **k 1** **2**

 **m1**

 **(+)**

 **d**

 **σχ.3** **σχ.4**

**Α.** Να γράψετε την χρονική εξίσωση της επιτάχυνσης του συστήματος. **Β.** Να βρείτε τη σχέση που συνδέει την τάση του νήματος με την απομάκρυνση του συστήματος από τη θέση ισορροπίας και να τη παραστήσετε γραφικά. **Γ.** Αν το όριο θραύσης του νήματος είναι Τθρ=Ν να υπολογίσετε για ποιες τιμές του πλάτους της ταλάντωσης κόβεται το νήμα και να αποδείξετε ότι αυτό συμβαίνει στη θέση όπου η απομάκρυνση του συστήματος από τη θέση ισορροπίας είναι x12= + 0,2m.

Μετά το κόψιμο του το σώμα m1 εκτελεί νέα αρμονική ταλάντωση. **Δ.** Να υπολογίσετε τη μέγιστη τιμή του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σώματος m1.

**4.** Τα σώματα του **σχήματος 4** έχουν μάζες m1=2kg και m2=1kg και η απόσταση των θέσεων ισορροπίας αυτών είναι d=12cm. Απομακρύνουμε το σώμα 2 κατά 24cm προς τα δεξιά και το αφήνουμε ελεύθερο. Η ΘΙ του συσσωματώματος είναι μεταξύ των ΘΙ 1 και 2. Αν k1=200N/m και k2=400N/m και η θετική φορά προς τα δεξιά: **Α.** Να υπολογιστεί έπειτα από πόσο χρόνο από τη στιγμή που το σώμα 2 αφέθηκε ελεύθερο τα δύο σώματα θα συγκρουστούν. **Β.** Να αποδείξετε ότι το συσσωμάτωμα θα εκτελέσει ΑΑΤ. **Γ.** Να υπολογίσετε την περίοδο και το πλάτος της.

**5.** Σώμα μάζας Μ = 3kg **(σχ.5)** ισορροπεί δεμένο στο άκρο ελατηρίου, σταθεράς k = 100 Ν/m, που βρίσκεται κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου γωνίας θ = 30ο, όπως στο πάνω δεξιά σχήμα. Η σφαίρα, μάζας m1 = 1kg, κινούμενη οριζόντια με την ταχύτητα υ1 =2/ 3 m/s , σφηνώνεται στο σώμα Μ.

**Α.** Να βρείτε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων (Μ, m1) κατά την κρούση. **Β.** Δεδομένου ότι το συσσωμάτωμα (Μ, m1) μετά την κρούση εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, να βρείτε το πλάτος Α της ταλάντωσης αυτής. **Γ.** Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος τις χρονικές στιγμές που η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης ισούται με το 44% της κινητικής του ενέργειας. **Δ.** Πόσο είναι το έργο της δύναμης του ελατηρίου από την στιγμή της κρούσης μέχρι το συσσωμάτωμα να ακινητοποιηθεί για πρώτη φορά;

**Δίνονται:** η επιτάχυνση βαρύτητας g=10 m/s2, ημ30ο=1/2 ,συν30ο=/2 και  ή 

 **σχ.5 ** **σχ.7**

**6. k d=16cm k**

 **1 2 άξονες**

 **ελατηρίων**

Στο παραπάνω σχήμα τα δύο ιδανικά και όμοια ελατήρια 1 και 2 σταθεράς k = 100N/m βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος και το ένα άκρο τους είναι στερεωμένο ακλόνητα σε κατακόρυφο τοίχο ώστε οι οριζόντιοι άξονες των ελατηρίων να συμπίπτουν. Τα ελεύθερα άκρα των ελατηρίων, όταν τα ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος, απέχουν απόσταση d=16cm. Σε αυτά τα άκρα προσαρτάται σώμα μάζας m = 2kg το οποίο αρχικά ισορροπεί ακίνητο όπως φαίνεται στο επόμενο σχήμα.

 **m (+)**

 **F**

Ασκούμε στο σώμα οριζόντια δύναμη μέτρου F = 12,5N που η διεύθυνση της συμπίπτει με τους άξονες των ελατηρίων και η φορά της είναι όπως του σχήματος. Το σώμα αρχίζει να κινείται στο λείο οριζόντιο επίπεδο. Η δύναμη F ενεργεί στο σώμα για d1= 8cm και καταργείται τη στιγμή που το σώμα διέρχεται από την θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου 2 (δεξιά στο σχήμα).

**Α.** Να υπολογίσετε την ολική δυναμική ενέργεια των ελατηρίων τη στιγμή αμέσως μετά την κατάργηση της δύναμης F. **Β.** Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος τη στιγμή αμέσως μετά την κατάργηση της δύναμης F. **Γ.** Να γράψετε την χρονική εξίσωση του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σώματος αν ως χρονική στιγμή t0=0 θεωρηθεί η στιγμή αμέσως μετά την κατάργηση της δύναμης F και ως θετική η φορά της F (σχήμα). Δίνεται: ημ530=0,8

**7.** Λείο κεκλιμένο επίπεδο έχει γωνία κλίσης φ=30ο. Στα σημεία Α και Β στερεώνουμε τα άκρα δύο ιδανικών ελατηρίων με σταθερές k1=60 Ν/m και k2=140 Ν/m αντίστοιχα. Στα ελεύθερα άκρα των ελατηρίων, δένουμε σώμα Σ1, μάζας m1=2 kg και το κρατάμε στη θέση όπου τα ελατήρια έχουν το

φυσικό τους μήκος (όπως φαίνεται στο σχήμα). Τη χρονική στιγμή t0=0 δίνουμε στο σώμα Σ1 αρχική ταχύτητα υ0=****m/s με φορά από το Β προς το Α.

**Α.** Να αποδείξετε ότι το σώμα Σ1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. **Β.** Να γράψετε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση του σώματος Σ1 από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με το χρόνο. Να θεωρήσετε ως θετική τη φορά από το Α προς το Β. **Γ.** Να υπολογίσετε το συνολικό έργο των δυνάμεων των δύο ελατηρίων από την στιγμή που το σώμα εκτοξεύτηκε έως ότου σταματήσει για πρώτη φορά.

Κάποια χρονική στιγμή που το σώμα Σ1 βρίσκεται στην αρνητική (κάτω) ακραία θέση, τοποθετούμε πάνω του (χωρίς αρχική ταχύτητα) ένα άλλο σώμα Σ2 μικρών διαστάσεων μάζας m2=6 kg. Το σώμα Σ2 δεν ολισθαίνει πάνω στο σώμα Σ1 λόγω της τριβής που δέχεται από αυτό. Το σύστημα των δύο σωμάτων κάνει απλή αρμονική ταλάντωση. **Δ.** Να βρείτε τον ελάχιστο συντελεστή οριακής στατικής τριβής που πρέπει να υπάρχει μεταξύ των σωμάτων Σ1 και Σ2, ώστε το Σ2 να μην ολισθαίνει σε σχέση με το Σ1. Δίνονται: ημ 300=1/2, συν 300=/2, g=10m/s2. **Οδηγία για Δ4: Πρέπει Τστατική,max  Τολίσθησης = μΝ**

**8.** Ένας κύβος μάζας Μ=10kg ισορροπεί τοποθετημένος πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Στη μια κατακόρυφη έδρα του κύβου είναι δεμένη η μια άκρη ιδανικού οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k = 250N/m, του οποίου η άλλη άκρη είναι δεμένη σε ακλόνητο σημείο κατακόρυφου τοίχου. Το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος. Στην απέναντι κατακόρυφη έδρα του κύβου είναι δεμένο μη ελαστικό και αβαρές νήμα το οποίο έχει όριο θραύσεως Tθρ = 120Ν. **σχ.8**

Μέσω του νήματος ασκούμε στο σώμα δύναμη κατά τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου και με φορά τέτοια ώστε το ελατήριο να επιμηκύνεται. Το μέτρο της δύναμης μεταβάλλεται σε συνάρτηση με την επιμήκυνση x του ελατηρίου σύμφωνα με την εξίσωση F=80+200x (SI). **Α.** Να βρείτε τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου τη στιγμή που κόβεται το νήμα. **Β.** Να βρείτε την ταχύτητα του κύβου τη στιγμή που κόβεται το νήμα. **Γ.** Να γράψετε την χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης . Να θεωρήσετε t0=0 τη στιγμή που κόβεται το νήμα και άξονα xx’ με αρχή τη θέση ισορροπίας του κύβου και θετική φορά εκείνη κατά την οποία το ελατήριο επιμηκύνεται. **Δ.** Να βρείτε μετά από πόσο χρόνο από τη στιγμή που κόβεται το νήμα, θα περάσει ο κύβος από τη θέση ισορροπίας του για πρώτη φορά.

**9.** Σώμα μάζας m= 2kg εκτελεί ταλάντωση που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, οι οποίες εξελίσσονται πάνω στην ίδια διεύθυνση, γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας και περιγράφονται από τις εξισώσεις: χ1=2ημ(2πt+π/6) και χ2=2ημ(2πt+5π/6), (SΙ)

**Α.** Να υπολογίσετε το πλάτος Α της σύνθετης ταλάντωσης. **Β.** Να βρείτε τη συνάρτηση που δίνει τη θέση του σώματος σε σχέση με το χρόνο. **Γ.** Να υπολογίσετε τη μεταβολή της ορμής του σώματος από τη χρονική στιγμή t1= 1,25 s μέχρι τη χρονική στιγμή t2= 23/12 s. **Δ.** Να υπολογίσετε τη μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του σώματος από τη θέση 1, όπου η κινητική ενέργεια είναι τριπλάσια της δυναμικής μέχρι τη θέση 2, όπου ο ρυθμός μεταβολής της ορμής είναι ίσος με 8π2 kg·m/s2.

**10.** Ένα σώμα εκτελεί ταλάντωση που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων ίδιου πλάτους, οι οποίες εξελίσσονται πάνω στην ίδια διεύθυνση, γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας και χωρίς αρχική φάση. Οι δύο ταλαντώσεις έχουν παραπλήσιες συχνότητες f1, f2 με f1 < f2 και η απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας του περιγράφεται από τη σχέση:


Να υπολογίσετε: **A.** το πλάτος Α και τις συχνότητες f1 και f2 της κάθε αρμονικής ταλάντωσης. **B.** τον αριθμό των μηδενισμών του πλάτους μέσα σε 10 δευτερόλεπτα. **Γ.** τον αριθμό των ταλαντώσεων του σώματος σε χρόνο ίσο με την περίοδο του διακροτήματος. **Δ.** το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης και τη θέση του σώματος τη χρονική στιγμή t= 2/9 s.

**11.** Ένα σώμα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση στην οποία η δύναμη απόσβεσης είναι της μορφής F΄= - bυ. Τη χρονική στιγμή t=0 το πλάτος της ταλάντωσης είναι Α0 =10 cm. Το σώμα μέχρι τη χρονική στιγμή t=10s εκτελεί πέντε πλήρεις ταλαντώσεις, ενώ το πλάτος του μειώνεται κατά 50%.
Να υπολογίσετε: **A.** τη σταθερά Λ της φθίνουσας ταλάντωσης. **B.** τη συχνότητα και το πλάτος ταλάντωσης μετά από 15 πλήρεις ταλαντώσεις. **Γ.** τη χρονική στιγμή κατά την οποία το πλάτος θα γίνει Α= 2,5cm. **Δ**. το έργο της δύναμης απόσβεσης από τη χρονική στιγμή t=0s μέχρι τη χρονική στιγμή t=10 s, αν η ενέργεια της ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά σε σχέση με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση Ε=10·e-2Λt (J).