

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8^ο: ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΚΒΑΝΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Β

Ερώτηση 1.

Στο φωτοηλεκτρικό φαινόμενο αν συμβολίσουμε την τάση αποκοπής με V_0 , το έργο εξαγωγής με ϕ και με e την απόλυτη τιμή του φορτίου του ηλεκτρονίου, τότε η μέγιστη ταχύτητα των εξερχομένων ηλεκτρονίων είναι ίση με

α. $v_{\max} = \sqrt{\frac{2eV_0}{m}}.$

β. $v_{\max} = \sqrt{\frac{2eV_0 - \phi}{m}}.$

γ. $v_{\max} = \sqrt{\frac{2eV_0 + \phi}{m}}.$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Λύση

Σωστή απάντηση είναι η α.

Η ροή των ηλεκτρονίων μηδενίζεται μόνο όταν η αντίστροφη διαφορά δυναμικού V_0 είναι αρκετά μεγάλη, ώστε η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια που αποκτούν τα ηλεκτρόνια στην άνοδο, να είναι ίση με τη μέγιστη κινητική ενέργεια των φωτοηλεκτρονίων,

$$K_{\max} = eV_0 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_{\max}^2 = eV_0 \Rightarrow v_{\max}^2 = \frac{eV_0}{\frac{1}{2}m} \Rightarrow$$

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2eV_0}{m}}$$

Ερώτηση 2.

Στο φωτοηλεκτρικό φαινόμενο για συχνότητα ακτινοβολίας σταθερή και μεγαλύτερη της συχνότητας κατωφλίου, όταν η ένταση της φωτεινής ακτινοβολίας αυξάνεται, τότε η μέγιστη κινητική ενέργεια που μπορούν να έχουν τα εξερχόμενα ηλεκτρόνια

α. μένει σταθερή.

β. αυξάνεται.

γ. μειώνεται.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

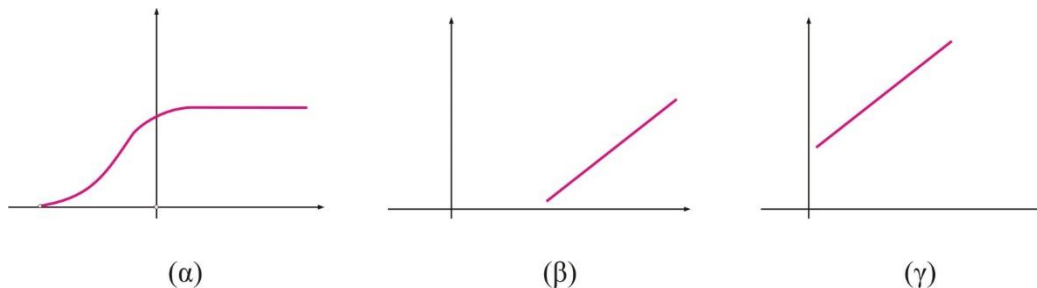
Λύση

Σωστή απάντηση είναι η α.

Από τη φωτοηλεκτρική εξίσωση, $K_{\max} = h \cdot f - \phi$, προκύπτει άμεσα, ότι η μέγιστη κινητική ενέργεια που μπορούν να έχουν τα εξερχόμενα ηλεκτρόνια $K_{\max}$, εξαρτάται από τη συχνότητα της ακτινοβολίας f και από το έργο εξαγωγής ϕ , ενώ είναι ανεξάρτητη από την ένταση της φωτεινής ακτινοβολίας. Άρα, όταν η ένταση της φωτεινής ακτινοβολίας αυξάνεται, η μέγιστη κινητική ενέργεια παραμένει σταθερή.

Ερώτηση 3.

Στο φωτοηλεκτρικό φαινόμενο, η γραφική παράσταση του δυναμικού αποκοπής σε συνάρτηση με τη συχνότητα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας είναι όπως στο σχήμα



Να

επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Λύση

Σωστή απάντηση είναι η β.

Η ροή των ηλεκτρονίων μηδενίζεται μόνο όταν η αντίστροφη διαφορά δυναμικού V_0 είναι αρκετά μεγάλη, ώστε η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια που αποκτούν τα ηλεκτρόνια στην άνοδο, να είναι ίση με τη μέγιστη κινητική ενέργεια των φωτοηλεκτρονίων, $K_{\max} = eV_0$

Συνδυάζοντας την τελευταία σχέση με τη φωτοηλεκτρική εξίσωση του Einstein

$$K_{\max} = h \cdot f - \phi$$

Βρίσκουμε το δυναμικό αποκοπής σε συνάρτηση με τη συχνότητα της ακτινοβολίας

$$eV_0 = h \cdot f - \phi \Rightarrow V_0 = \frac{h}{e} f - \frac{\phi}{e}$$

Παρατηρούμε ότι είναι μια σχέση γραμμική, άρα σωστή είναι η επιλογή β ή γ.

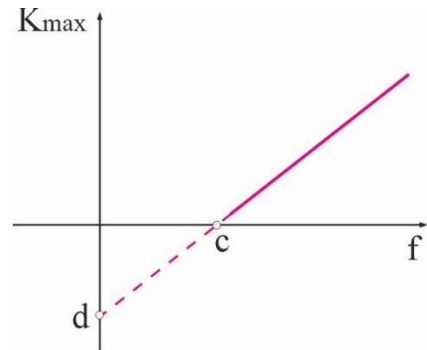
Επίσης παρατηρούμε ότι για $f = 0$ ισχύει $V_0 < 0$, άρα σωστή επιλογή μπορεί να είναι μόνο η β.

Ερώτηση 4.

Στο σχήμα δείχνεται η γραφική παράσταση της μέγιστης κινητικής ενέργειας των φωτοηλεκτρονίων σε συνάρτηση με τη συχνότητα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας, για ένα μέταλλο.

- α. Η συχνότητα κατωφλίου είναι ίση με d .
- β. Το έργο εξαγωγής είναι κατά απόλυτη τιμή ίσο με d .
- γ. Η σταθερά του Planck είναι ίση με c/d .

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.



Λύση

Σωστή απάντηση είναι η β.

Αν η ενέργεια των φωτονίων, hf , είναι μεγαλύτερη από το έργο εξαγωγής, ϕ , τότε τα ηλεκτρόνια εγκαταλείπουν το μέταλλο με μέγιστη κινητική ενέργεια που είναι ίση

$$K_{\max} = h \cdot f - \phi$$

Η γραφική παράσταση της μέγιστης κινητικής ενέργειας $K_{\max}$ των φωτοηλεκτρονίων σε συνάρτηση με τη συχνότητα f δείχνεται στο σχήμα. Η συχνότητα κατωφλίου υπολογίζεται αν στην τελευταία σχέση αντικαταστήσουμε $K_{\max} = 0$:

$$h \cdot f_0 - \phi = 0 \Rightarrow h \cdot f_0 = \phi \Rightarrow f_0 = \frac{\phi}{h} = c$$

Η σταθερά του Planck μπορεί να υπολογιστεί από την κλίση της γραφικής παράστασης, ενώ το έργο εξαγωγής υπολογίζεται από τη γραφική παράσταση αν θέσουμε $f=0$:

$$K_{\max} = h \cdot f - \phi \xrightarrow{f=0} K_{\max} = -\phi$$

Άρα το έργο εξαγωγής είναι κατ' απόλυτη τιμή ίσο με d .

Η παραπάνω τιμή για τη μέγιστη κινητική ενέργεια που προκύπτει από το διάγραμμα με τη φωτοηλεκτρική εξίσωση, δεν έχει φυσική σημασία, καθώς δεν μπορεί η κινητική ενέργεια να πάρει αρνητικές τιμές. Δείχνει όμως έμμεσα το έργο εξαγωγής.

Ερώτηση 5.

Το έργο εξαγωγής του καλίου, K , είναι $\phi_K = 2,2 \text{ eV}$ και του καισίου, $\phi_{Cs} = 1,4 \text{ eV}$. Το μήκος κύματος που αντιστοιχεί στη συχνότητα κατωφλίου του καλίου είναι

- α. ίσο με αυτό του καισίου.
- β. μικρότερο από αυτό του καισίου.
- γ. μεγαλύτερο από αυτό του καισίου.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Λύση

Σωστή απάντηση είναι η β.

Για να εξέλθει ένα ηλεκτρόνιο από το μέταλλο θα πρέπει το φωτόνιο να του μεταφέρει ενέργεια μεγαλύτερη ή ίση με το έργο εξαγωγής

$$h \cdot f - \phi \geq 0 \Rightarrow f \geq \frac{\phi}{h},$$

Αυτή την ελάχιστη τιμή της συχνότητας για να εμφανιστεί το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο, την ονομάζουμε συχνότητα κατωφλίου και είναι ίση με $f_0 = \frac{\phi}{h}$. Γνωρίζουμε όμως για τη συχνότητα και το μήκος κύματος τη σχέση $c = \lambda_0 \cdot f_0$, άρα

$$f_0 = \frac{\phi}{h} \Rightarrow \frac{c}{\lambda_0} = \frac{\phi}{h} \Rightarrow \lambda_0 = \frac{c \cdot h}{\phi}$$

Παρατηρούμε ότι το έργο εξαγωγής και το μήκος κύματος που αντιστοιχεί στη συχνότητα κατωφλίου είναι μεγέθη αντιστρόφως ανάλογα, οπότε

$$\phi_K > \phi_{Cs} \Rightarrow \lambda_K < \lambda_{Cs}$$

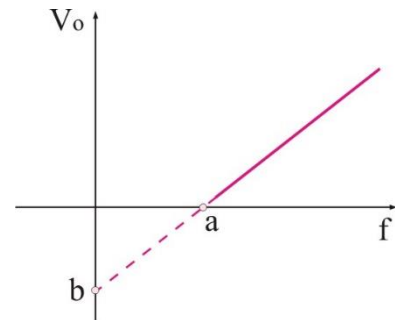
Ερώτηση 6.

Σε ένα πείραμα φωτοηλεκτρικού φαινομένου, το δυναμικό αποκοπής των φωτοηλεκτρονίων σε συνάρτηση με τη συχνότητα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας μεταβάλλεται όπως στο διάγραμμα του σχήματος. Αν με e συμβολίζεται η απόλυτη τιμή του φορτίου του ηλεκτρονίου, τότε από τα δεδομένα του σχήματος προκύπτει ότι η σταθερά του Planck είναι ίση με

α. $h = \frac{|b|e}{a}$.

β. $h = \frac{ae}{|b|}$.

γ. $h = \frac{|b|}{ae}$.



Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Λύση

Σωστή απάντηση είναι η α.

Η ροή των ηλεκτρονίων μηδενίζεται μόνο όταν η αντίστροφη διαφορά δυναμικού V_0 είναι αρκετά μεγάλη, ώστε η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια που αποκτούν τα ηλεκτρόνια στην άνοδο, να είναι ίση με τη μέγιστη κινητική ενέργεια των φωτοηλεκτρονίων, $K_{\max} = eV_0$

Συνδυάζοντας την τελευταία σχέση με τη φωτοηλεκτρική εξίσωση του Einstein, $K_{\max} = h \cdot f - \phi$,

Βρίσκουμε το δυναμικό αποκοπής σε συνάρτηση με τη συχνότητα της ακτινοβολίας.

$$e \cdot V_0 = h \cdot f - \phi \Rightarrow V_0 = \frac{h}{e} f - \frac{\phi}{e}$$

Παρατηρούμε ότι στη γραφική παράσταση $V_0 = f(f)$ η κλίση ισούται με την ποσότητα $\frac{h}{e}$

Η κλίση της γραφικής παράστασης είναι

$$\text{κλίση} = \frac{\Delta V_0}{\Delta f} = \frac{h}{e} \Rightarrow \frac{0-b}{a-0} = \frac{h}{e} \Rightarrow h = -\frac{be}{a} \Rightarrow h = \frac{|b|e}{a}$$

αφού το b είναι αρνητικός αριθμός.

Ερώτηση 7.

Μονοχρωματική ακτινοβολία συχνότητας f_1 προσπίπτει σε μεταλλική επιφάνεια και αυτή εκπέμπει φωτοηλεκτρόνια μέγιστης κινητικής ενέργειας K_1 . Αν στην ίδια επιφάνεια προσπέσει μονοχρωματική ακτινοβολία συχνότητας f_2 , αυτή εκπέμπει φωτοηλεκτρόνια μέγιστης κινητικής ενέργειας K_2 . Το έργο εξαγωγής της μεταλλικής επιφάνειας ϕ είναι

α. $\phi = \frac{K_2 f_1 - f_2 K_1}{f_2 - f_1}.$

β. $\phi = \frac{K_2 f_2 - f_1 K_1}{f_2 - f_1}.$

γ. $\phi = \frac{K_2 f_1 + f_2 K_1}{f_2 - f_1}.$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Λύση

Σωστή απάντηση η α.

Γράφουμε τη φωτοηλεκτρική εξίσωση του Einstein για κάθε μονοχρωματική ακτινοβολία και απαλείφουμε τη σταθερά h

$$K_1 = h \cdot f_1 - \phi \Rightarrow h = \frac{K_1 + \phi}{f_1} \quad (1)$$

$$K_2 = h \cdot f_2 - \phi \xrightarrow{(1)} K_2 = \frac{K_1 + \phi}{f_1} \cdot f_2 - \phi \Rightarrow$$

$$K_2 \cdot f_1 = K_1 \cdot f_2 + \phi \cdot f_2 - \phi \cdot f_1 \Rightarrow$$

$$\phi = \frac{K_2 f_1 - K_1 f_2}{f_2 - f_1}$$

Ερώτηση 8.

Σε μια μεταλλική επιφάνεια, παρατηρούμε ότι μόλις που εξέρχονται φωτοηλεκτρόνια αν προσπέσει σε αυτήν ακτινοβολία συχνότητας f_1 . Αν η συχνότητα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας αυξηθεί κατά 50%, τα φωτοηλεκτρόνια εξέρχονται από αυτήν με μέγιστη κινητική ενέργεια K_1 . Το έργο εξαγωγής για την επιφάνεια αυτή είναι

α. K_1 .

β. $2K_1$.

γ. $0,5K_1$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Λύση

Σωστή απάντηση είναι η β.

Για να εξέλθει ένα ηλεκτρόνιο από το μέταλλο θα πρέπει το φωτόνιο να του μεταφέρει ενέργεια μεγαλύτερη ή ίση με το έργο εξαγωγής $h \cdot f_1 - \phi \geq 0$, άρα για την οριακή εξαγωγή ισχύει η ισότητα, δηλαδή $h \cdot f_1 = \phi$ (1).

Αφού η συχνότητα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας αυξάνεται κατά 50% γίνεται

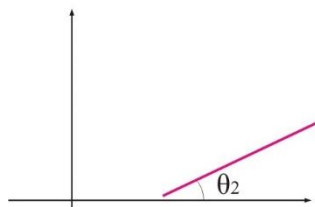
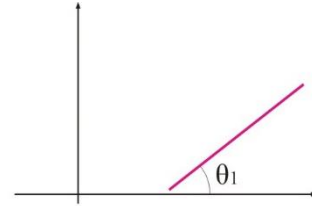
$$f_2 = f_1 + 0,5f_1 \Rightarrow f_2 = 1,5 \cdot f_1 \quad (2)$$

οπότε από τη φωτοηλεκτρική εξίσωση του Einstein έχουμε

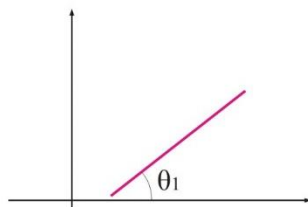
$$K_1 = h \cdot f_2 - \phi \xrightarrow{(2)} K_1 = 1,5h \cdot f_1 - \phi \xrightarrow{(1)} K_1 = 1,5\phi - \phi \Rightarrow K_1 = 0,5 \cdot \phi \Rightarrow \phi = 2 \cdot K_1$$

Ερώτηση 9.

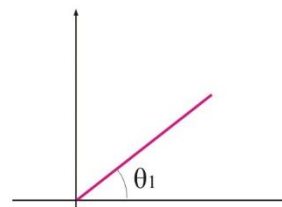
Σε ένα πείραμα φωτοηλεκτρικού φαινομένου, το δυναμικό αποκοπής των φωτοηλεκτρονίων σε συνάρτηση με τη συχνότητα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας μεταβάλλεται όπως το διάγραμμα του σχήματος. Αλλάζουμε το υλικό και επαναλαμβάνουμε το πείραμα. Η νέα γραφική παράσταση του δυναμικού αποκοπής σε συνάρτηση με τη συχνότητα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας μπορεί να παριστάνεται από το σχήμα



(α)



(β)



(γ)

Να

επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Λύση

Σωστή απάντηση είναι η β.

Η ροή των ηλεκτρονίων μηδενίζεται μόνο όταν η αντίστροφη διαφορά δυναμικού V_0 είναι αρκετά μεγάλη, ώστε η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια που αποκτούν τα ηλεκτρόνια στην άνοδο, να είναι ίση με τη μέγιστη κινητική ενέργεια των φωτοηλεκτρονίων, $K_{\max} = eV_0$

Από τη φωτοηλεκτρική εξίσωση του Einstein έχουμε: $K_{\max} = h \cdot f - \phi$

Συνδυάζοντας τις δύο προηγούμενες σχέσεις υπολογίζουμε το δυναμικό αποκοπής σε συνάρτηση με τη συχνότητα της ακτινοβολίας

$$e \cdot V_0 = h \cdot f - \phi \Rightarrow V_0 = \frac{h}{e} f - \frac{\phi}{e}$$

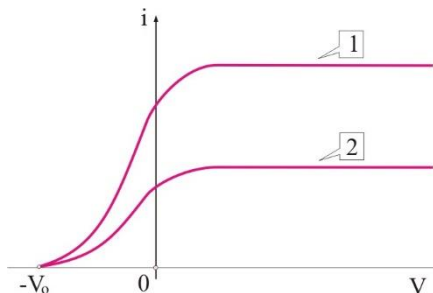
Εάν αλλάξουμε το υλικό της καθόδου αλλάζει το έργο εξαγωγής ϕ , άρα δε μεταβάλλεται η κλίση $\frac{h}{e}$ της συνάρτησης, αλλά μεταβάλλεται ο όρος $\frac{\phi}{e}$.

Από τις προτεινόμενες απαντήσεις ίδια κλίση με αυτήν της εκφώνησης έχουν οι επιλογές β και γ. Η απάντηση γ προϋποθέτει μηδενικό έργο εξαγωγής, οπότε απορρίπτεται.

Άρα η σωστή απάντηση είναι η επιλογή β, που έχει σχήμα ίδιο με αυτό της εκφώνησης, αλλά η γραφική παράσταση είναι μετατοπισμένη λόγω μεταβολής του έργου εξαγωγής.

Ερώτηση 10.

Στο φωτοηλεκτρικό φαινόμενο, το διάγραμμα (1) του σχήματος δείχνει πώς μεταβάλλεται το φωτοηλεκτρικό ρεύμα σε συνάρτηση με την εφαρμοζόμενη τάση για σταθερή ένταση φωτεινής ακτινοβολίας σε ένα συγκεκριμένο υλικό. Το διάγραμμα (2) αναφέρεται στο ίδιο υλικό όταν έχουμε



α. την ίδια ένταση προσπίπτουσας ακτινοβολίας, αλλά μεγαλύτερης συχνότητας.

β. την ίδια συχνότητα, αλλά ακτινοβολία μεγαλύτερης έντασης.

γ. την ίδια συχνότητα, αλλά ακτινοβολία μικρότερης έντασης.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Λύση

Σωστή απάντηση είναι η γ.

Στο φωτοηλεκτρικό φαινόμενο η τάση αποκοπής εξαρτάται από το έργο εξαγωγής και τη συχνότητα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας,

$$e \cdot V_0 = h \cdot f - \phi \Rightarrow V_0 = \frac{h}{e} f - \frac{\phi}{e}.$$

Το διάγραμμα (2) έχει ίδια τάση αποκοπής με το διάγραμμα (1), άρα αφού αναφερόμαστε στο ίδιο υλικό έχουμε το ίδιο έργο εξαγωγής άρα και την ίδια συχνότητα προσπίπτουσας ακτινοβολίας.

Η μεγαλύτερη ένταση ακτινοβολίας περιέχει περισσότερα φωτόνια, οπότε ελευθερώνει περισσότερα φωτοηλεκτρόνια τα οποία δημιουργούν μεγαλύτερη ένταση ρεύματος. Το διάγραμμα (2) για μεγάλες τάσεις έχει μικρότερη ένταση ρεύματος από το διάγραμμα (1), άρα αντιστοιχεί σε μικρότερη ένταση ακτινοβολίας.

Ερώτηση 11.

Σε μια απόλυτα ανακλαστική μεταλλική επιφάνεια προσπίπτει κάθετα μονοχρωματική ακτινοβολία μήκους κύματος λ . Αν στην επιφάνεια αυτή προσπίπτουν n φωτόνια/sec ($n=N/t$), το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκούν τα φωτόνια της δέσμης στην επιφάνεια είναι

α. $F = \frac{2n \cdot h}{\lambda}$.

β. $F = \frac{n \cdot h}{\lambda}$.

γ. $F = \frac{2n\lambda}{h}$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Λύση

Σωστή απάντηση είναι η α.

Στην επιφάνεια αυτή προσπίπτουν n φωτόνια/sec άρα $n = \frac{N}{t}$ (1)

Έστω F_i η δύναμη που ασκεί κάθε ένα φωτόνιο της δέσμης στην επιφάνεια. Επειδή η επιφάνεια είναι απόλυτα ανακλαστική, θεωρούμε ότι το φωτόνιο πριν και μετά την κρούση έχει ορμή με το ίδιο μέτρο p . Σύμφωνα με το γενικευμένο δεύτερο νόμο του Νεύτωνα έχουμε για τη δύναμη που δέχεται κάθε φωτόνιο από την ανακλαστική επιφάνεια

$$F_i = \frac{\Delta p}{t} = \frac{p - (-p)}{t} \xrightarrow{(1)} F_i = \frac{2p}{\frac{N}{n}} \Rightarrow F_i = \frac{2p \cdot n}{N} \quad (2)$$

Όμως η ορμή του φωτονίου δίνεται από τη σχέση $p = \frac{h}{\lambda}$ (3)

Η μέση δύναμη που ασκούν όλα τα φωτόνια της δέσμης στην επιφάνεια λόγω του τρίτου νόμου του Νεύτωνα και των σχέσεων (2) και (3) είναι

$$F = N \cdot F_i = N \cdot \frac{2p \cdot n}{N} = N \cdot \frac{2 \frac{h}{\lambda} n}{N} = \frac{2h \cdot n}{\lambda}$$

Ερώτηση 12.

Όταν η φωτεινή ακτινοβολία που προσπίπτει στη διάταξη του φωτοηλεκτρικού φαινομένου έχει μήκος κύματος λ_0 , τα ηλεκτρόνια που εξάγονται από τη μεταλλική επιφάνεια δεν έχουν κινητική ενέργεια. Για να εξέρχονται με κινητική ενέργεια διπλάσια από το έργο εξαγωγής ϕ του μετάλλου πρέπει το μήκος κύματος λ της προσπίπτουσας ακτινοβολίας, να γίνει

α. $\lambda = \lambda_0/2$.

β. $\lambda = \lambda_0/3$.

γ. $\lambda = \lambda_0/4$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Λύση

Σωστή απάντηση είναι η β.

Σύμφωνα με τη φωτοηλεκτρική εξίσωση Einstein στην πρώτη περίπτωση ισχύει

$$K_e = E_\phi - \phi \Rightarrow 0 = h \frac{c}{\lambda_0} - \phi \Rightarrow \phi = h \frac{c}{\lambda_0} \quad (1)$$

Στη δεύτερη περίπτωση ισχύει

$$K_e = E_\phi - \phi \Rightarrow 2\phi = h \frac{c}{\lambda} - \phi \Rightarrow 3\phi = h \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \phi = h \frac{c}{3\lambda} \quad (2)$$

Εξισώνοντας τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε

$$h \frac{c}{3\lambda} = h \frac{c}{\lambda_0} \Rightarrow \lambda = \frac{\lambda_0}{3}$$

Ερώτηση 13.

Στη διάταξη του φωτοηλεκτρικού φαινομένου η τάση ενίσχυσης V του φωτορεύματος έχει τέτοια τιμή, ώστε να διπλασιάζει την ταχύτητα των ηλεκτρονίων κατά την κίνησή τους από την κάθοδο μέχρι την άνοδο. Αν h η σταθερά του Planck, e η απόλυτη τιμή του φορτίου του ηλεκτρονίου, f η συχνότητα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας και f_0 η συχνότητα κατωφλίου, τότε η τάση V ισούται με

α. $V = \frac{3h}{e} f$.

β. $V = \frac{3h}{e} f_0$.

γ. $V = \frac{3h}{e} (f - f_0)$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Λύση

Σωστή απάντηση είναι η γ.

Ο διπλασιασμός της ταχύτητας από u_0 σε $u=2u_0$, δηλώνει τον τετραπλασιασμό της κινητικής ενέργειας του ηλεκτρονίου, καθώς η κινητική ενέργεια είναι ανάλογη του τετραγώνου της ταχύτητας, $K=\frac{1}{2}mv^2$.

Αν χρησιμοποιήσουμε το ΘΜΚΕ για την επιταχυνόμενη κίνηση του ηλεκτρονίου, υπό τάση V , μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο και τη φωτοηλεκτρική εξίσωση Einstein έχουμε

$$K_{\text{τελ}} - K_e = W_{\text{ηγλ}} \Rightarrow K_{\text{τελ}} - K_e = eV \Rightarrow 4K_e - K_e = eV \Rightarrow 3K_e = eV \Rightarrow V = \frac{3K_e}{e} \Rightarrow$$

$$V = \frac{3(hf - \phi)}{e} = \frac{3(hf - hf_0)}{e} \Rightarrow V = \frac{3h}{e} (f - f_0)$$

Ερώτηση 14.

Σε μια διάταξη φωτοηλεκτρικού φαινομένου, η τάση αποκοπής V_0 ισούται με $V_0 = \phi/e$, όπου ϕ το έργο εξαγωγής και e η απόλυτη τιμή του φορτίου του ηλεκτρονίου. Η συχνότητα f της προσπίπτουσας ακτινοβολίας είναι μεγαλύτερη από τη συχνότητα κατωφλίου f_0 , σε ποσοστό

α. 100%.

β. 200%.

γ. 300%.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Λύση

Σωστή είναι η απάντηση α.

Αν χρησιμοποιήσουμε το ΘΜΚΕ για την επιβραδυνόμενη κίνηση του ηλεκτρονίου, υπό τάση V_0 , μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο και τη φωτοηλεκτρική εξίσωση Einstein έχουμε

$$K_{\text{τελ}} - K_e = W_{\text{ηγλ}} \Rightarrow 0 - K_e = -eV_0 \Rightarrow K_e = eV_0 \Rightarrow hf - \phi = eV_0 \Rightarrow$$

$$hf - \phi = e \frac{\phi}{e} \Rightarrow hf = 2\phi \Rightarrow f = \frac{2\phi}{h}$$

$$\text{Όμως } \frac{\phi}{h} = f_0, \text{ οπότε έχουμε } f = 2f_0$$

Άρα, η συχνότητα f της προσπίπτουσας ακτινοβολίας είναι μεγαλύτερη από τη συχνότητα κατωφλίου f_0 , σε ποσοστό

$$\pi\% = \frac{f - f_0}{f_0} 100\% = \frac{2f_0 - f_0}{f_0} 100\% = 100\%$$

Ερώτηση 15.

Στη διάταξη του φωτοηλεκτρικού φαινομένου η συχνότητα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας f είναι τετραπλάσια της συχνότητας κατωφλίου, f_0 . Η πολικότητα της πηγής είναι τέτοια ώστε να επιταχύνει τα ηλεκτρόνια προς την άνοδο και η τάση V , μεταξύ ανόδου - καθόδου, έχει τιμή ίση με την τάση αποκοπής. Αν h η σταθερά του Planck, τα ηλεκτρόνια φτάνουν στην άνοδο με μέγιστη κινητική ενέργεια ίση με

α. $K_{\text{τελ}} = 4hf_0$.

β. $K_{\text{τελ}} = 5hf_0$.

γ. $K_{\text{τελ}} = 6hf_0$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Λύση

Σωστή είναι η απάντηση γ.

Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ για την επιβραδυνόμενη κίνηση του ηλεκτρονίου, υπό τάση V_0 , μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο και τη φωτοηλεκτρική εξίσωση Einstein για να προσδιορίσουμε την τάση αποκοπής

$$K_{\text{τελ}} - K_e = W_{\text{F}_{\eta\lambda}} \Rightarrow 0 - K_e = -eV_0 \Rightarrow K_e = eV_0 \Rightarrow hf - \phi = eV_0 \Rightarrow$$

$$V_0 = \frac{hf - \phi}{e} = \frac{hf}{e} - \frac{hf_0}{e} \Rightarrow V_0 = \frac{h4f_0}{e} - \frac{hf_0}{e} \Rightarrow V_0 = 3\frac{hf_0}{e}$$

Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ για την επιταχυνόμενη κίνηση του ηλεκτρονίου, υπό τάση $V = V_0$, μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο και τη φωτοηλεκτρική εξίσωση Einstein για να βρούμε την μέγιστη κινητική ενέργεια με την οποία φθάνουν τα ηλεκτρόνια στην άνοδο.

$$K_{\text{τελ}} - K_e = W_{\text{F}_{\eta\lambda}} \Rightarrow K_{\text{τελ}} - K_e = eV \Rightarrow K_{\text{τελ}} = K_e + eV_0 \Rightarrow K_{\text{τελ}} = hf - \phi + e\frac{3hf_0}{e} \Rightarrow$$

$$K_{\text{τελ}} = h4f_0 - hf_0 + 3hf_0 \Rightarrow K_{\text{τελ}} = 6hf_0$$

Ερώτηση 16.

Στη διάταξη του φωτοηλεκτρικού φαινομένου η συχνότητα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας f είναι μεγαλύτερη της συχνότητας κατωφλίου, f_0 . Διπλασιάζουμε την ένταση της προσπίπτουσας ακτινοβολίας, διατηρώντας σταθερή τη συχνότητά της. Η ορμή κάθε φωτονίου της προσπίπτουσας ακτινοβολίας

α. μένει σταθερή.

β. διπλασιάζεται.

γ. υποδιπλασιάζεται.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Λύση

Σωστή απάντηση είναι η α.

Η ορμή των φωτονίων εξαρτάται από το μήκος κύματος, άρα και από τη συχνότητα της ακτινοβολίας, σύμφωνα με τις σχέσεις

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{hf}{c}$$

Εφόσον η συχνότητα παραμένει σταθερή και η ορμή των φωτονίων της προσπίπτουσας ακτινοβολίας θα παραμένει σταθερή, δηλαδή ο διπλασιασμός της έντασης της προσπίπτουσας ακτινοβολίας δεν επηρεάζει την ορμή των φωτονίων.

Ερώτηση 17.

Στη διάταξη του φωτοηλεκτρικού φαινομένου η συχνότητα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας f είναι μεγαλύτερη της συχνότητας κατωφλίου, f_0 . Διπλασιάζουμε την ένταση της προσπίπτουσας ακτινοβολίας, διατηρώντας σταθερή τη συχνότητά της και θεωρούμε ότι κάθε φωτόνιο μεταφέρει όλη του την ενέργεια σε ένα ηλεκτρόνιο του μετάλλου και το εξάγει απ' αυτό. Η ένταση του φωτορεύματος

α. μένει σταθερή.

β. διπλασιάζεται.

γ. υποδιπλασιάζεται.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Λύση

Σωστή απάντηση είναι η β.

Η ένταση ακτινοβολίας εξαρτάται από τη συχνότητά της, αλλά και τον αριθμό φωτονίων που εκπέμπονται ανά μονάδα χρόνου

$$I = \frac{E_{ολ}}{S \cdot t} = \frac{Nhf}{S \cdot t} = \frac{hf}{S} \cdot \frac{N}{t}$$

Για να διπλασιάσουμε την ένταση της προσπίπτουσας ακτινοβολίας, διατηρώντας σταθερή τη συχνότητά της, πρέπει να διπλασιάσουμε τον αριθμό φωτονίων που εκπέμπονται ανά μονάδα χρόνου. Κάθε φωτόνιο μεταφέρει όλη του την ενέργεια σε ένα ηλεκτρόνιο του μετάλλου και το εξάγει απ' αυτό, άρα διπλασιάζεται κι ο αριθμός ηλεκτρονίων που εξέρχονται στη μονάδα χρόνου.

Η ένταση του φωτορεύματος δίνεται από τη σχέση

$$i = \frac{q}{t} = \frac{Ne}{t}$$

και είναι ανάλογη του αριθμού των ηλεκτρονίων που εξέρχονται στη μονάδα χρόνου, άρα διπλασιάζεται κι αυτή.

Ερώτηση 18.

Δέσμη φωτεινής μονοχρωματικής ακτινοβολίας αποτελείται από N φωτόνια που εκπέμπονται από μεταλλική επιφάνεια εμβαδού S , σε χρονικό διάστημα Δt . Για να διπλασιάσουμε την ένταση της ακτινοβολίας, τετραπλασιάζοντας ταυτόχρονα την ορμή του κάθε φωτονίου πρέπει από την ίδια επιφάνεια και στο ίδιο χρονικό διάστημα να εκπεμφθούν N' φωτόνια που ισούνται με

α. $2N$.

β. $4N$.

γ. $N/2$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Λύση

Σωστή απάντηση είναι η γ.

Η ορμή και η συχνότητα ενός φωτονίου συνδέονται με τη σχέση

$$p = \frac{h}{\lambda} \Rightarrow p = \frac{hf}{c}$$

Ο τετραπλασιασμός της ορμής θα προκαλέσει τετραπλασιασμό της συχνότητας, άρα

$$f' = 4f$$

Η ένταση ακτινοβολίας βρίσκεται από τη σχέση

$$I = \frac{E_{\text{ολ}}}{S \cdot t} = \frac{Nhf}{S \cdot t} \Rightarrow I = \frac{h}{S \cdot t} Nf \quad (1)$$

Παρατηρούμε ότι η ένταση ακτινοβολίας εξαρτάται από τη συχνότητά της, αλλά και τον αριθμό φωτονίων που εκπέμπονται ανά μονάδα χρόνου.

Για τη δεύτερη περίπτωση έχουμε

$$I' = \frac{h}{S \cdot t} N'f' \quad (2)$$

Διαιρώντας τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε

$$\frac{I}{I'} = \frac{Nf}{N'f'} \Rightarrow \frac{I}{2I} = \frac{Nf}{N'4f} \Rightarrow N' = \frac{N}{2}$$

Ερώτηση 19.

Όταν στην κάθοδο ενός κυκλώματος φωτοηλεκτρικού φαινομένου προσπίπτουν φωτόνια με συχνότητα, f , διπλάσια της συχνότητας κατωφλίου, f_0 , τότε η τάση αποκοπής είναι V_0 . Αν υποδιπλασιαστεί το μήκος κύματος των φωτονίων που προσπίπτουν στην κάθοδο, τότε η τάση αποκοπής V_0' είναι

α. $2V_0$.

β. $3V_0$.

γ. $4V_0$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Λύση

Σωστή απάντηση είναι η β.

Η συχνότητα και το μήκος κύματος ενός φωτονίου συνδέονται με τη σχέση $f = \frac{c}{\lambda}$

Ο υποδιπλασιασμός του μήκους κύματος θα προκαλέσει διπλασιασμό της συχνότητας, άρα

$$f' = 2f = 2 \cdot 2f_0 \Rightarrow f' = 4f_0$$

Η τάση αποκοπής, V_0 , συνδέεται με τη συχνότητα φωτονίου, f , με τη σχέση

$$K_{\text{τελ}} - K_e = W_{F_{\eta\lambda}} \Rightarrow 0 - K_e = -eV_0 \Rightarrow K_e = eV_0 \Rightarrow hf - \phi = eV_0 \Rightarrow$$

$$V_0 = \frac{hf - \phi}{e} = \frac{hf}{e} - \frac{\phi}{e} \quad \text{με} \quad f \geq f_0$$

Έχοντας υπόψη ότι το έργο εξαγωγής, ϕ και η συχνότητα κατωφλίου, f_0 , συνδέονται με τη σχέση $f_0 = \phi/h$, για προσπίπτοντα φωτόνια συχνότητας $f = 2f_0$ η τελευταία σχέση δίνει

$$V_0 = \frac{hf}{e} - \frac{\phi}{e} \Rightarrow V_0 = \frac{h2f_0}{e} - \frac{hf_0}{e} \Rightarrow V_0 = \frac{hf_0}{e} \quad (1)$$

Ομοίως, για τη δεύτερη περίπτωση

$$V_0' = \frac{hf'}{e} - \frac{\phi}{e} \Rightarrow V_0' = \frac{h4f_0}{e} - \frac{hf_0}{e} \Rightarrow V_0' = \frac{3hf_0}{e} \quad (2)$$

$$\text{Διαιρώντας τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε} \quad \frac{V_0}{V_0'} = \frac{\frac{hf_0}{e}}{\frac{3hf_0}{e}} \Rightarrow \frac{V_0}{V_0'} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_0' = 3V_0$$

Ερώτηση 20.

Στο φαινόμενο Compton το μήκος κύματος της σκεδαζόμενης και της προσπίπτουσας ακτίνας συνδέονται με τη σχέση $\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\varphi)$ με την ποσότητα $\frac{h}{mc}$ να ονομάζεται μήκος κύματος Compton και να συμβολίζεται με λ_c . Σε ένα πείραμα σκέδασης φωτονίων σε πρακτικώς ακίνητα ηλεκτρόνια, τα φωτόνια της προσπίπτουσας ακτινοβολίας έχουν μήκος κύματος τετραπλάσιο από το μήκος κύματος Compton, δηλαδή με $\lambda = 4\lambda_c = \frac{4h}{mc}$.

Η μέγιστη δυνατή κινητική ενέργεια των ανακρουόμενων ηλεκτρονίων είναι

α. $\frac{1}{2}mc^2$.

β. $\frac{1}{12}mc^2$.

γ. $\frac{1}{4}mc^2$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Λύση

Σωστή απάντηση είναι η β.

Η μεγαλύτερη μεταβολή που μπορεί να προκληθεί στο μήκος κύματος παρατηρείται για σκέδαση υπό γωνία 180° . Τότε, το συννημίτονο παίρνει την τιμή $\cos\varphi = -1$ και το μήκος κύματος των σκεδαζόμενων φωτονίων είναι μέγιστο

$$\lambda'_{\max} - \lambda = \frac{h}{mc}[1 - (-1)] \Rightarrow \lambda'_{\max} = \lambda + \frac{2h}{mc} = \frac{4h}{mc} + \frac{2h}{mc} \Rightarrow \lambda'_{\max} = \frac{6h}{mc}$$

Σ' αυτήν την περίπτωση τα σκεδαζόμενα φωτόνια έχουν την ελάχιστη ενέργεια, καθώς αυτή είναι αντιστρόφως ανάλογη του μήκους κύματος των φωτονίων

$$E'_\phi = hf' = \frac{hc}{\lambda'}$$

Τη μέγιστη κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου θα τη βρούμε με εφαρμογή της αρχής διατήρησης της ενέργειας κατά τη σκέδαση

$$E_\phi = E'_\phi + K_{e,\max} \Rightarrow K_{e,\max} = E_\phi - E'_\phi = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'_{\max}} = \frac{hc}{\frac{4h}{mc}} - \frac{hc}{\frac{6h}{mc}} \Rightarrow K_{e,\max} = \frac{1}{12}mc^2$$

Ερώτηση 21.

Στο φαινόμενο Compton το μήκος κύματος της σκεδαζόμενης και της προσπίπτουσας ακτίνας συνδέονται με τη σχέση $\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\varphi)$. Για προσπίπτοντα φωτόνια σταθερής συχνότητας, όταν αυξάνεται η γωνία σκέδασης φ ($0 < \varphi \leq \pi$), τότε διαφορά ενέργειας μεταξύ προσπίπτοντος και σκεδαζόμενου φωτονίου, $E - E'$,

α. αυξάνεται.

β. μειώνεται.

γ. παραμένει η ίδια.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Λύση

Σωστή απάντηση είναι η α.

Η ζητούμενη διαφορά είναι ίση με

$$E - E' = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'} \quad (1)$$

Στη σχέση αυτή ο όρος $\frac{hc}{\lambda}$ είναι σταθερός, αφού έχουμε προσπίπτοντα φωτόνια σταθερής συχνότητας, άρα και σταθερού μήκους κύματος.

Το μήκος κύματος του σκεδαζόμενου φωτονίου, λ' , δίνεται από τη σχέση

$$\lambda' = \lambda + \frac{h}{mc}(1 - \cos\varphi)$$

Καθώς αυξάνεται η γωνία φ (από 0 έως π rad) το συνημίτονό της ελαττώνεται (από 1 έως

-1), οπότε η τιμή της παράστασης $\lambda + \frac{h}{mc}(1 - \cos\varphi)$ αυξάνεται, αφού η σταθερά του Planck, η μάζα του ηλεκτρονίου και η ταχύτητα του φωτός είναι ποσότητες σταθερές.

Αφού το μήκος κύματος του σκεδαζόμενου φωτονίου αυξάνεται, αυτό σημαίνει ότι η ενέργειά του ελαττώνεται, $E' = \frac{hc}{\lambda'}$ και σύμφωνα με τη σχέση (1) η διαφορά ενέργειας των δύο φωτονίων αυξάνεται.

Ερώτηση 22.

Στο φαινόμενο Compton το μήκος κύματος της σκεδαζόμενης και της προσπίπτουσας ακτίνας συνδέονται με τη σχέση $\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\varphi)$. Σε ένα πείραμα σκέδασης φωτονίου σε πρακτικώς ακίνητο ηλεκτρόνιο, η μεγαλύτερη μεταβολή που μπορεί να προκληθεί στο μήκος κύματος του φωτονίου είναι

α. $\frac{h}{mc}$.

β. $\frac{2h}{mc}$.

γ. $\frac{1}{2} \frac{h}{mc}$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Λύση

Σωστή απάντηση είναι η β.

Στο φαινόμενο της σκέδασης Compton η μεταβολή του μήκους κύματος του φωτονίου είναι

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\varphi)$$

Η μεγαλύτερη μεταβολή που μπορεί να προκληθεί στο μήκος κύματος, παρατηρείται για τη γωνία των 180° , όπου το σκεδαζόμενο φωτόνιο ανακρούεται πλήρως. Τότε, το συνημίτονο παίρνει την τιμή $\cos\varphi = -1$, οπότε η μεταβολή του μήκους κύματος δίνεται από τη σχέση

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}[1 - (-1)] \Rightarrow \lambda' - \lambda = \frac{2h}{mc}$$

Ερώτηση 23.

Στο φαινόμενο Compton το μήκος κύματος της σκεδαζόμενης και της προσπίπτουσας ακτίνας συνδέονται με τη σχέση $\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\varphi)$. Σε ένα πείραμα σκέδασης φωτονίου σε ηλεκτρόνιο, για σταθερή γωνία σκέδασης $\varphi = 90^\circ$, η επί τοις εκατό μεταβολή του μήκους κύματος είναι μεγαλύτερη, όταν το προσπίπτον φωτόνιο ανήκει στην περιοχή

α. του υπέρυθρου.

β. του ορατού φωτός.

γ. των ακτίνων Χ.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Λύση

Σωστή απάντηση είναι η γ.

Για τη μεταβολή του μήκους κύματος του φωτονίου ισχύει

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda \Rightarrow \Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1 - 0) \Rightarrow \Delta\lambda = \frac{h}{mc}$$

Για την ίδια γωνία σκέδασης, η επί τοις εκατό μεταβολή του μήκους κύματος είναι

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \cdot 100\% = \frac{\frac{h}{mc}}{\lambda} \cdot 100\% = \frac{h}{\lambda \cdot mc} \cdot 100\%$$

Παρατηρούμε ότι η επί τοις εκατό μεταβολή του μήκους κύματος είναι αντιστρόφως ανάλογη του μήκους κύματος του προσπίπτοντος φωτονίου. Τα φωτόνια των ακτίνων Χ έχουν το μικρότερο μήκος κύματος σε σχέση με τα φωτόνια της ορατής και της υπέρυθρης ακτινοβολίας. Άρα, στα πειράματα σκέδασης, τα φωτόνια που ανήκουν στην περιοχή των ακτίνων Χ έχουν τη μεγαλύτερη επί τοις εκατό μεταβολή του μήκους κύματός τους.

Ερώτηση 24.

Όταν διπλασιάζεται η ορμή ενός σωματιδίου, τότε η κινητική του ενέργεια, σύμφωνα με την κλασική φυσική, τετραπλασιάζεται. Όταν διπλασιάζεται η ορμή ενός φωτονίου, τότε η ενέργειά του

α. διπλασιάζεται.

β. τετραπλασιάζεται.

γ. υποδιπλασιάζεται.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Λύση

Σωστή απάντηση είναι η α.

Για την κινητική ενέργεια και την ορμή ενός σωματιδίου, σύμφωνα με την κλασική φυσική, ισχύει η σχέση

$$p = m \cdot v \Rightarrow v = \frac{p}{m}$$

$$K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow K = \frac{p^2}{2m}$$

Οπότε, αν διπλασιαστεί η ορμή θα τετραπλασιαστεί η κινητική ενέργεια.

Για την ορμή και τη συχνότητα ενός φωτονίου (σωματιδίου χωρίς μάζα) προκύπτει η σχέση

$$p = \frac{h}{\lambda} \Rightarrow p = \frac{h}{c} \cdot f \Rightarrow f = \frac{pc}{h}$$

Από την ενέργεια του φωτονίου με αντικατάσταση του f έχουμε

$$E = hf = h \frac{pc}{h} \Rightarrow E = pc$$

Άρα, αν διπλασιαστεί η ορμή θα διπλασιαστεί και η ενέργεια του φωτονίου.

Ερώτηση 25.

Στο φωτοηλεκτρικό φαινόμενο για συχνότητα ακτινοβολίας σταθερή και μεγαλύτερη της συχνότητας κατωφλίου, όταν η ένταση της φωτεινής ακτινοβολίας αυξάνεται, τότε το μήκος κύματος de Broglie που αντιστοιχεί στα εξερχόμενα ηλεκτρόνια

α. μένει σταθερό.

β. αυξάνεται.

γ. μειώνεται.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Λύση

Σωστή απάντηση είναι η α.

Για τη μέγιστη κινητική ενέργεια των εξερχόμενων ηλεκτρονίων γνωρίζουμε

$$K_{\max} = h \cdot f - \phi$$

Η σχέση που συνδέει την κινητική ενέργεια και την ορμή είναι

$$K = \frac{1}{2}mv^2, \quad p = mv \Rightarrow K = \frac{p^2}{2m}$$

Η ορμή ενός ηλεκτρονίου και το μήκος κύματος de Broglie συνδέονται με τη σχέση $p = \frac{h}{\lambda}$

Η μέγιστη κινητική ενέργεια των εξερχόμενων ηλεκτρονίων $K_{\max}$ δεν εξαρτάται από την ένταση της φωτεινής ακτινοβολίας, άρα και η μέγιστη ορμή p και το μήκος κύματος de Broglie λ είναι ανεξάρτητα της έντασης της φωτεινής ακτινοβολίας.

Ερώτηση 26.

Σύμφωνα με την κινητική θεωρία, η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του ιδανικού αερίου είναι $K = \frac{3}{2}kT$, όπου k , η σταθερά του Boltzmann. Το μήκος κύματος De Broglie, λ_H , που αντιστοιχεί σε άτομα H ($A_H=1$) και το μήκος κύματος de Broglie, λ_O , που αντιστοιχεί σε άτομα O ($A_O=16$), τα οποία βρίσκονται στην ίδια θερμοκρασία συνδέονται με τη σχέση

α. $\frac{\lambda_H}{\lambda_O} = 2$.

β. $\frac{\lambda_H}{\lambda_O} = 4$.

γ. $\frac{\lambda_H}{\lambda_O} = 8$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Λύση

Σωστή απάντηση είναι η β.

Ο λόγος των μηκών κύματος de Broglie είναι

$$\frac{\lambda_H}{\lambda_O} = \frac{\frac{h}{p_H}}{\frac{h}{p_O}} \Rightarrow \frac{\lambda_H}{\lambda_O} = \frac{p_O}{p_H} \quad (1)$$

Η κινητική ενέργεια και η ορμή κάθε σωματιδίου συνδέονται με τη σχέση

$$p = m \cdot v \Rightarrow v = \frac{p}{m}$$

$$K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow K = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow p = \sqrt{2mK}$$

Τα άτομα του υδρογόνου και του οξυγόνου βρίσκονται στην ίδια θερμοκρασία, οπότε έχουν την ίδια μέση κινητική ενέργεια και παίρνοντας υπόψη ότι $m_O = 16 \cdot m_H$ για τον λόγο των ορμών προκύπτει

$$\frac{p_O}{p_H} = \frac{\sqrt{2m_O K}}{\sqrt{2m_H K}} \Rightarrow \frac{p_O}{p_H} = \sqrt{\frac{16}{1}} \Rightarrow \frac{p_O}{p_H} = 4$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (1) παίρνουμε: $\frac{\lambda_H}{\lambda_O} = \frac{p_O}{p_H} = 4$

Ερώτηση 27.

Για την παραγωγή ακτίνων Χ, ηλεκτρόνια με μάζας m_e και φορτίο κατ' απόλυτη τιμή q_e επιταχύνονται από ισχυρή διαφορά δυναμικού προσπίπτουν σε μεταλλική επιφάνεια. Αν τα ηλεκτρόνια ελάχιστα πριν την πρόσπτωση στο μέταλλο έχουν μήκος κύματος de Broglie, λ , τότε η διαφορά δυναμικού, V , που τα επιτάχυνε είναι ίση με

α. $V = \frac{h^2}{\lambda^2 2q_e m_e}.$

β. $V = \frac{h^2}{\lambda^2 q_e m_e}.$

γ. $V = \frac{h^2 q_e m_e}{2\lambda^2}.$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Λύση

Σωστή απάντηση είναι η α.

Η κινητική ενέργεια που αποκτούν τα ηλεκτρόνια όταν επιταχύνονται από την ισχυρή διαφορά δυναμικού V είναι $K = q_e \cdot V$ (1)

Η κινητική ενέργεια και η ορμή ενός σωματιδίου συνδέονται με τη σχέση

$$p = m \cdot v \Rightarrow v = \frac{p}{m} \quad (2)$$

$$K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \xrightarrow{(2)} K = \frac{p^2}{2m} \quad (3)$$

Από τις σχέσεις (1) και (3) προκύπτει

$$\frac{p^2}{2m_e} = q_e \cdot V \Rightarrow p = \sqrt{2m_e \cdot q_e \cdot V} \quad (4)$$

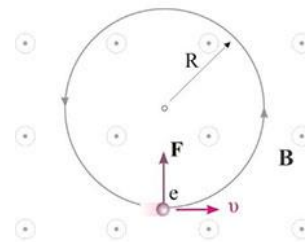
Το μήκος κύματος De Broglie δίνεται από τη σχέση $\lambda = \frac{h}{p}$ (5)

Από τις εξισώσεις (4) και (5) προκύπτει η ισχυρή διαφορά δυναμικού που επιταχύνει τα ηλεκτρόνια

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_e q_e V}} \Rightarrow V = \frac{h^2}{\lambda^2 2q_e m_e}$$

Ερώτηση 28.

Στο σχήμα δείχνεται ένα ηλεκτρόνιο που κινείται με ταχύτητα u κάθετα στις δυναμικές γραμμές ενός ομογενούς μαγνητικού πεδίου. Το μήκος κύματος de Broglie που αντιστοιχεί στο κινούμενο ηλεκτρόνιο σε σχέση με τον χρόνο



α. μένει σταθερό.

β. αυξάνεται.

γ. μειώνεται.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Λύση

Σωστή απάντηση είναι η α.

Η δύναμη Lorentz που ασκεί το ομογενές μαγνητικό πεδίο στο ηλεκτρόνιο, έχει σταθερό μέτρο και διεύθυνση πάντα κάθετη στην ταχύτητά του, όπως δείχνεται στο σχήμα. Η δύναμη είναι κεντρομόλος και αναγκάζει το ηλεκτρόνιο να κινηθεί κυκλικά. Η κίνηση του ηλεκτρονίου είναι ομαλή κυκλική κίνηση με αποτέλεσμα το μέτρο της ταχύτητάς του να παραμένει σταθερό. Αυτό έχει σαν συνέπεια και το μέτρο της ορμής του ηλεκτρονίου να παραμένει σταθερό. Το μήκος κύματος De Broglie δίνεται από τη σχέση $\lambda = \frac{h}{p}$, άρα και

το μήκος κύματος που αντιστοιχεί στο κινούμενο ηλεκτρόνιο σε σχέση με τον χρόνο μένει σταθερό.

Ερώτηση 29.

Σύμφωνα με τον Louis de Broglie, στο κινούμενο ηλεκτρόνιο είτε είναι ελεύθερο, είτε είναι δεσμευμένο στο άτομο κατά το πρότυπο του Bohr αντιστοιχεί ένα κύμα (τα κύματα μεταφέρουν ενέργεια). Όμως σύμφωνα με τον Bohr, το ηλεκτρόνιο στο άτομο του υδρογόνου καθώς περιστρέφεται σε συγκεκριμένη ενεργειακή στάθμη έχει κβαντισμένη ενέργεια, αλλά δεν εκπέμπει ενέργεια. Για να είναι συμβατές οι δύο απόψεις θα πρέπει το κύμα de Broglie που αντιστοιχεί στην κυκλική τροχιά του ηλεκτρονίου να είναι

α. εγκάρσιο.

β. στάσιμο.

γ. τρέχον.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Λύση

Σωστή απάντηση είναι η β.

Γνωρίζουμε ότι στα στάσιμα κύματα δεν έχουμε διάδοση ενέργειας, δηλαδή η ενέργεια ενός στάσιμου περιορίζεται σε μια συγκεκριμένη περιοχή.

Σύμφωνα με το πρότυπο του Bohr, ένα ηλεκτρόνιο σε οποιαδήποτε «σταθερή» τροχιά στο άτομο του υδρογόνου, καθώς περιστρέφεται, έχει κβαντισμένη ενέργεια, αλλά δεν ακτινοβολεί ενέργεια, οπότε δεν υπάρχει διάδοση ενέργειας. Παρατηρούμε ότι αυτή η συμπεριφορά του ηλεκτρονίου μοιάζει με στάσιμο κύμα.

Άρα, θα πρέπει το κύμα de Broglie που αντιστοιχεί στο δεσμευμένο ηλεκτρόνιο, καθώς αυτό διαγράφει την κυκλική τροχιά του, να είναι στάσιμο.

Ερώτηση 30.

Δεχόμαστε ότι σε κάθε δεσμευμένο ηλεκτρόνιο στο άτομο, κατά το πρότυπο του Bohr, αντιστοιχεί ένα στάσιμο κύμα, του οποίου τα δύο άκρα συμπίπτουν. Το μήκος κύματος λ , του στάσιμου που μπορεί να αποκατασταθεί και η ακτίνα r της κυκλικής τροχιάς του ηλεκτρονίου συνδέονται με τη σχέση

α. $n\lambda = 2\pi r$.

β. $n\lambda = 4\pi r$.

γ. $n\lambda = \pi r$.

όπου n ακέραιος αριθμός.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την πρότασή σας.

Λύση

Σωστή απάντηση είναι η α.

Γνωρίζουμε ότι σε ένα σχοινί μήκους ℓ δεν μπορεί να δημιουργηθεί στάσιμο με οποιοδήποτε μήκος κύματος. Ειδικότερα σε σχοινί μήκους ℓ με τα δύο άκρα του ακλόνητα πρέπει να ισχύει $\ell = n \cdot \frac{\lambda}{2}$, δηλαδή το μήκος κύματος θα είναι $\lambda = \frac{2\ell}{n}$, όπου n ακέραιος αριθμός.

Αν το σχοινί σχηματίζει έναν κύκλο και τα δύο άκρα του σχοινιού είναι ενωμένα, η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του σχοινιού στα δύο άκρα είναι η ίδια. Επίσης, στο μισό μήκος του σχοινιού, θα πρέπει να εμφανιστεί ένας δεσμός. Στην περίπτωση αυτή, θεωρώντας τα δύο κοινά άκρα ως δύο διαδοχικές συμφασικές κοιλίες του στάσιμου κύματος, θα πρέπει το μήκος του σχοινιού να είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος και όχι του μισού μήκους κύματος, δηλαδή $\ell = n \cdot \lambda$.

Επειδή η κίνηση του ηλεκτρονίου γύρω από τον πυρήνα του ατόμου του υδρογόνου έχει κυματικό χαρακτήρα και μοιάζει με στάσιμο κύμα, προκύπτει ότι η περιφέρεια του κύκλου γύρω από τον πυρήνα θα πρέπει να είναι ένα ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος του ηλεκτρονίου, δηλαδή πρέπει να ισχύει $2\pi r = n \cdot \lambda$.

Ερώτηση 31.

Δεχόμαστε ότι στο πρότυπο του Bohr, σε κάθε δεσμευμένο ηλεκτρόνιο που κινείται σε μια ενεργειακή στάθμη, αντιστοιχεί ένα στάσιμο κύμα, του οποίου το μήκος κύματος λ και η ακτίνα r της κυκλικής τροχιάς συνδέονται με τη σχέση $n\lambda = 2\pi r$. Αν η παραπάνω υπόθεση είναι σωστή, τότε η στροφορμή που μπορεί να έχει το συγκεκριμένο ηλεκτρόνιο είναι ίση με

α. $L = n \frac{h}{4\pi}$.

β. $L = n \frac{h}{2\pi}$.

γ. $L = n \frac{h}{\pi}$.

όπου n ακέραιος αριθμός.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την πρότασή σας.

Λύση

Σωστή απάντηση είναι η β.

Η στροφορμή του ηλεκτρονίου υπολογίζεται από τη σχέση

$$L = m \cdot v \cdot r = p \cdot r \quad (1)$$

Σύμφωνα με τα δεδομένα, το μήκος κύματος του ηλεκτρονίου είναι

$$n\lambda = 2\pi r \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi r}{n} \quad (2)$$

Οπότε, από τη σχέση που δίνει το μήκος κύματος de Broglie υπολογίζουμε την ορμή του σωματιδίου

$$\lambda = \frac{h}{p} \Rightarrow \frac{2\pi r}{n} = \frac{h}{p} \Rightarrow p = \frac{n \cdot h}{2\pi r}$$

Τελικά, με αντικατάσταση στη σχέση (1) παίρνουμε

$$L = p \cdot r \Rightarrow L = n \frac{h}{2\pi}$$

Ερώτηση 32.

Στο φαινόμενο Compton το μήκος κύματος της σκεδαζόμενης και της προσπίπτουσας ακτίνας συνδέονται με τη σχέση $\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\varphi)$. Το φαινόμενο Compton παρατηρείται κατά τη σκέδαση των ακτίνων Χ, οι οποίες έχουν μήκη κύματος από 0,001nm έως 1nm. Η επί τοις εκατό μεταβολή του μήκους κύματος για την ίδια γωνία σκέδασης είναι μεγαλύτερη όταν το προσπίπτον φωτόνιο ανήκει στην περιοχή του φάσματος που βρίσκεται σε μήκος κύματος

- α. κοντά στο 0,001nm.
- β. κοντά στο 1nm.
- γ. στο μέσον της περιοχής 0,001nm-1nm.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Λύση

Σωστή απάντηση είναι η α.

Για τη μεταβολή του μήκους κύματος του φωτονίου ισχύει

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda \Rightarrow \Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\varphi)$$

Για την ίδια γωνία σκέδασης, η επί τοις εκατό μεταβολή του μήκους κύματος είναι

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \cdot 100\% = \frac{\frac{h}{mc}(1 - \cos\varphi)}{\lambda} \cdot 100\% = \frac{h}{\lambda \cdot mc}(1 - \cos\varphi) \cdot 100\%$$

Παρατηρούμε ότι η επί τοις εκατό μεταβολή του μήκους κύματος είναι αντιστρόφως ανάλογη του μήκους κύματος του προσπίπτοντος φωτονίου. Άρα, στα πειράματα σκέδασης Compton, η επί τοις εκατό μεταβολή του μήκους κύματος των φωτονίων είναι μεγαλύτερη όταν το μήκος κύματος του προσπίπτοντος φωτονίου λ είναι το μικρότερο.

ΘΕΜΑ Γ

Άσκηση 1.

Το μεγαλύτερο μήκος κύματος μιας ακτινοβολίας που μπορεί να προκαλέσει φωτοηλεκτρικό φαινόμενο, όταν προσπίπτει στο υλικό της καθόδου ενός φωτοκυττάρου είναι $\lambda_{\max} = 320\text{nm}$. Εάν στο υλικό αυτό προσπίπτει μονοχρωματικό φως με μήκος κύματος $\lambda = 150\text{nm}$, να υπολογίσετε:

α) τη συχνότητα κατωφλίου για το υλικό καθώς και το έργο εξαγωγής του σε eV.

β) την κινητική ενέργεια των εξερχόμενων φωτοηλεκτρονίων σε eV, όταν προσπίπτει η ακτινοβολία με μήκος κύματος λ .

γ) την τάση αποκοπής για την ακτινοβολία με μήκος κύματος λ και να σχεδιάσετε σε αριθμημένους άξονες τη γραφική παράσταση της τάσης αποκοπής σε συνάρτηση με τη συχνότητα της ακτινοβολίας.

δ) την ταχύτητα με την οποία προσκρούουν τα ηλεκτρόνια στην άνοδο, όταν η τάση στο φωτοκύτταρο είναι $V = 11,375\text{V}$ στην περίπτωση της ακτινοβολίας με μήκος κύματος $\lambda_{\max}$

Δίνονται: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

Τα ζητούμενα μεγέθη σε eV να δοθούν με ακρίβεια ενός δεκαδικού ψηφίου.

Λύση

α) Από τη θεμελιώδη κυματική εξίσωση, $c = \lambda f$, βλέπουμε ότι το μήκος κύματος και η συχνότητα μιας ακτινοβολίας είναι μεγέθη αντιστρόφως ανάλογα. Το μέγιστο μήκος κύματος που μπορεί να προκαλέσει φωτοηλεκτρικό φαινόμενο, αντιστοιχεί στην ελάχιστη συχνότητα, δηλαδή στη συχνότητα κατωφλίου, οπότε

$$f_o = \frac{c}{\lambda_{\max}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{320 \cdot 10^{-9} \text{ m}} \Rightarrow f_o = 0,94 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

Η ελάχιστη ενέργεια που απαιτείται για να εξαχθεί το ηλεκτρόνιο από το μέταλλο ονομάζεται έργο εξαγωγής ϕ και υπολογίζεται θέτοντας στην φωτοηλεκτρική εξίσωση του Einstein $K_{\max} = 0$ και $f = f_o$:

$$K_{\max} = hf - \phi \quad \text{ή} \quad 0 = hf_o - \phi \quad \text{ή} \quad \phi = hf_o \quad \text{ή}$$

$$\phi = (6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{1}{1,6} \cdot 10^{19} \text{ eV} \cdot \text{s}) \cdot (0,94 \cdot 10^{15} \text{ Hz}) \Rightarrow \phi = 3,9 \text{ eV}$$

Β) Η κινητική ενέργεια υπολογίζεται από τη φωτοηλεκτρική εξίσωση του Einstein

$$K_{\max} = hf - \phi = \frac{hc}{\lambda} - \phi \quad \text{ή}$$

$$K_{\max} = \frac{(6,63 \cdot 10^{-34} \frac{1}{1,6} \cdot 10^{19} \text{ eV} \cdot \text{s}) \cdot (3 \cdot 10^8 \text{ m/s})}{1,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}} - 3,9 \text{ eV} \Rightarrow K_{\max} = 4,4 \text{ eV}$$

γ) Η τάση αποκοπής (ή δυναμικό αποκοπής) είναι η τιμή της αρνητικής τάσης (ανάστροφης τάσης) η οποία δημιουργεί δυναμική ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου που αντιτίθεται στην κινητική ενέργεια των φωτοηλεκτρονίων και τελικά τα σταματά διακόπτοντας το ρεύμα. Τα ηλεκτρόνια στην άνοδο έχουν μηδενική κινητική ενέργεια, ενώ στην κάθοδο αμέσως μετά την έξοδό τους από το μέταλλο έχουν μέγιστη ($K_{\max}$). Η δυναμική ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου είναι eV_0 , οπότε από την αρχή διατήρησης της ενέργειας προκύπτει:

$$K_{\max} = eV_0 \quad \text{ή} \quad V_0 = \frac{K_{\max}}{e} = \frac{4,4 \text{ eV}}{e} \Rightarrow V_0 = 4,4 \text{ V}$$

Για να σχεδιάσουμε τη γραφική παράσταση της τάσης αποκοπής σε συνάρτηση με τη συχνότητα της ακτινοβολίας πρέπει να βρούμε την εξίσωση που τις συνδέει. Από τη φωτοηλεκτρική εξίσωση, έχουμε:

$$K_{\max} = hf - \phi \quad \text{ή} \quad eV_0 = hf - \phi \quad \text{ή}$$

$$V_0 = \frac{h}{e} f - \frac{\phi}{e} \quad \text{ή} \quad V_0 = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} f - \frac{3,9 \text{ eV}}{e} \quad \text{ή}$$

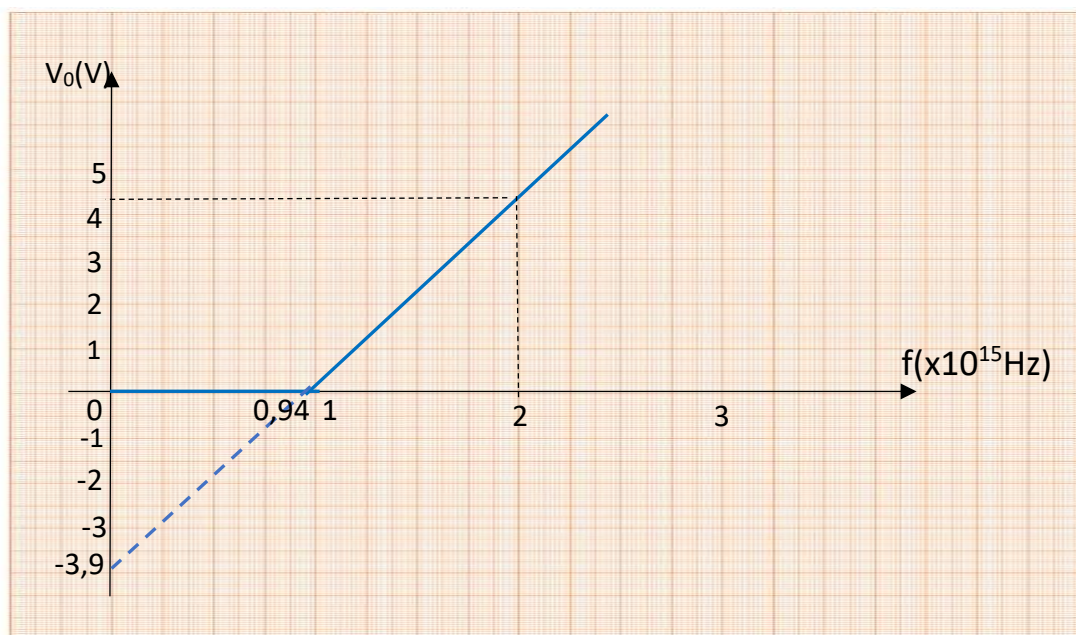
$$V_0 = 4,1 \cdot 10^{-15} f - 3,9 \text{ (SI)}$$

Η συχνότητα κατωφλίου είναι $f_0 = 0,94 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$ και η συχνότητα που αντιστοιχεί στην ακτινοβολία με μήκος κύματος $\lambda = 150 \text{ nm}$ είναι

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,5 \cdot 10^{-7}} = 2 \cdot 10^{15} \text{ Hz}.$$

Για την τιμή αυτή της συχνότητας η τάση αποκοπής υπολογίστηκε παραπάνω και είναι $V_0 = 4,4 \text{ V}$

Αντικαθιστώντας στη συνάρτηση $V_0 = 4,1 \cdot 10^{-15} f - 3,9 \text{ (SI)}$, $f = 0$ προκύπτει $V_0 = -3,9 \text{ V}$ που εκφράζει την ποσότητα $-\frac{\phi}{e}$ (έργο εξαγωγής ανά φορτίο ηλεκτρονίου) και στην γραφική παράσταση είναι το σημείο τομής της ευθείας με τον άξονα των τάσεων.



δ) Για μήκος κύματος $\lambda_{\max}$ έχουμε συχνότητα ακτινοβολίας ίση με τη συχνότητα κατωφλίου f_0 , οπότε και $K_{\max} = 0$. Εάν K είναι η κινητική ενέργεια με την οποία προσκρούουν τα ηλεκτρόνια στην άνοδο για τάση $V = 11,375\text{V}$, από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας προκύπτει

$$K - K_{\max} = (-e)V \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m_e v^2 = eV \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{\frac{2eV}{m_e}} \quad \text{ή}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot (1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}) \cdot (11,375 \text{V})}{(9,1 \cdot 10^{-31} \text{kg})}} \Rightarrow v = 2 \cdot 10^6 \text{m/s}$$

Άσκηση 2.

Δύο μονοχρωματικές φωτεινές πηγές χρησιμοποιούνται σε φωτοηλεκτρικό πείραμα για τον υπολογισμό του έργου εξαγωγής από μια μεταλλική επιφάνεια. Το φως της πρώτης πηγής έχει μήκος κύματος λ_1 και τα φωτοηλεκτρόνια που ελευθερώνει έχουν μέγιστη κινητική ενέργεια ίση με $1,6\text{eV}$. Το φως της δεύτερης πηγής, που έχει μήκος κύματος λ_2 μειωμένο κατά 50% σε σχέση με το λ_1 , ελευθερώνει φωτοηλεκτρόνια που έχουν μέγιστη κινητική ενέργεια $5,2\text{eV}$

Να υπολογίσετε:

α) το έργο εξαγωγής ϕ του μετάλλου καθώς και τη συχνότητα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας σε κάθε περίπτωση.

β) τη συχνότητα κατωφλίου.

γ) το δυναμικό αποκοπής σε κάθε περίπτωση.

δ) την κινητική ενέργεια, σε eV, με την οποία χτυπούν τα φωτοηλεκτρόνια στην άνοδο του φωτοκυττάρου, εάν και στις δύο περιπτώσεις η εφαρμοζόμενη τάση που τα επιταχύνει είναι $V = 5\text{V}$.

Δίνονται: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

Τα ζητούμενα μεγέθη σε eV να δοθούν με ακρίβεια ενός δεκαδικού ψηφίου και οι συχνότητες σε δυνάμεις του 10^{15} με ακρίβεια δύο δεκαδικών ψηφίων.

Λύση

α) Το μήκος κύματος λ_2 είναι μειωμένο κατά 50% σε σχέση με το λ_1 , οπότε

$$\lambda_2 = \lambda_1 - \frac{50}{100} \lambda_1 = \lambda_1 - 0,5 \lambda_1 = 0,5 \lambda_1 \quad \text{ή} \quad \lambda_2 = \frac{1}{2} \lambda_1$$

Για τις συχνότητες έχουμε:

$$\frac{c}{f_2} = \frac{1}{2} \frac{c}{f_1} = \frac{c}{2f_1} \quad \text{άρα} \quad f_2 = 2f_1$$

Από τη φωτοηλεκτρική εξίσωση έχουμε:

$$K_{\max} = hf - \phi \quad \text{ή} \quad hf = K_{\max} + \phi$$

Γράφοντας την εξίσωση για κάθε ακτινοβολία παίρνουμε:

$$\left. \begin{aligned} hf_1 &= K_{\max(1)} + \phi \\ hf_2 &= K_{\max(2)} + \phi \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} hf_1 &= K_{\max(1)} + \phi \\ 2hf_1 &= K_{\max(2)} + \phi \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2(K_{\max(1)} + \phi) = K_{\max(2)} + \phi \Rightarrow$$

$$\phi = K_{\max(2)} - 2K_{\max(1)} \Rightarrow \phi = 5,2eV - 2 \cdot 1,6eV \Rightarrow \phi = 2eV$$

Η αφαίρεση κατά μέλη των δύο εξισώσεων δίνει:

$$hf_1 = K_{\max(2)} - K_{\max(1)} \quad \text{ή} \quad f_1 = \frac{K_{\max(2)} - K_{\max(1)}}{h} \quad \text{ή}$$

$$f_1 = \frac{(5,2 - 1,6) \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} J}{(6,63 \cdot 10^{-34} J \cdot s)} = 0,87 \cdot 10^{15} Hz$$

Και η f_2 θα είναι

$$f_2 = 2f_1 = 1,74 \cdot 10^{15} Hz$$

β) Η συχνότητα κατωφλίου δίνεται από την σχέση

$$f_o = \frac{\phi}{h} = \frac{2eV}{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{1}{1,6} 10^{19} eV \cdot s} \Rightarrow f_o = 0,48 \cdot 10^{15} Hz$$

γ) Οι τάσεις αποκοπής (ή τα δυναμικά αποκοπής) δίνονται από τις σχέσεις

$$\left. \begin{aligned} V_{o(1)} &= \frac{K_{\max(1)}}{e} \\ V_{o(2)} &= \frac{K_{\max(2)}}{e} \end{aligned} \right\} \quad \text{ή} \quad \left. \begin{aligned} V_{o(1)} &= \frac{1,6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} J}{1,6 \cdot 10^{-19} C} = 1,6V \\ V_{o(2)} &= \frac{5,2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} J}{1,6 \cdot 10^{-19} C} = 5,2V \end{aligned} \right\}$$

δ) Η διαφορά δυναμικού καθόδου (Κ) ανόδου (Α) είναι $V_{KA} = V_K - V_A = -5V$, άρα το έργο της δύναμης του πεδίου είναι $W_{KA} = -e \cdot V_{KA} \Rightarrow W_{KA} = 5eV$. Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας έχουμε:

$$\left. \begin{aligned} K_1 - K_{\max(1)} &= 5eV \\ K_2 - K_{\max(2)} &= 5eV \end{aligned} \right\} \quad \text{ή} \quad \left. \begin{aligned} K_1 &= 5eV + K_{\max(1)} \\ K_2 &= 5eV + K_{\max(2)} \end{aligned} \right\} \quad \text{ή}$$

$$\left. \begin{aligned} K_1 &= 5eV + 1,6eV \\ K_2 &= 5eV + 5,2eV \end{aligned} \right\} \quad \text{ή} \quad \left. \begin{aligned} K_1 &= 6,6eV \\ K_2 &= 10,2eV \end{aligned} \right\}$$

Άσκηση 3.

Σε ένα φωτοηλεκτρικό πείραμα, στο υλικό της καθόδου του φωτοκυττάρου προσπίπτει μονοχρωματικό φως με μήκος κύματος $\lambda = 600nm$, το οποίο εκπέμπεται από μια λυχνία ατμών νατρίου με ισχύ φωτεινής ακτινοβολίας ίση με $P = 1W$

α) Να υπολογίσετε το πλήθος των φωτονίων της ακτινοβολίας τα οποία προσπίπτουν κάθε δευτερόλεπτο στην κάθοδο.

β) Να υπολογίσετε τη μέγιστη κινητική ενέργεια των φωτοηλεκτρονίων σε eV, εάν η τάση αποκοπής είναι $V_o = 1,8V$.

γ) Να υπολογίσετε το έργο εξαγωγής σε eV καθώς και τη συχνότητα κατωφλίου για το υλικό της καθόδου.

δ) Να δικαιολογήσετε γιατί το φωτοηλεκτρικό ρεύμα παίρνει μια οριακή τιμή (μέγιστη), όταν η τάση V μεταξύ ανόδου και καθόδου γίνει πολύ μεγάλη και να υπολογίσετε αυτή την οριακή τιμή του ρεύματος.

Δίνονται: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} J \cdot s$, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$, $c = 3 \cdot 10^8 m/s$

Τα ζητούμενα μεγέθη σε eV να δοθούν με ακρίβεια δύο δεκαδικών ψηφίων και οι συχνότητες σε δυνάμεις του 10^{15} με ακρίβεια δύο δεκαδικών ψηφίων.

Λύση

α) Η ισχύς της φωτεινής ακτινοβολίας δίνεται από τη σχέση

$$P = \frac{E}{t}$$

Όπου E είναι η ενέργεια της ακτινοβολίας η οποία προσπίπτει στην κάθοδο σε χρόνο t . Το κάθε φωτόνιο μεταφέρει ενέργεια hf , οπότε τα N φωτόνια μεταφέρουν ενέργεια $E = Nhf$. Η συχνότητα της ακτινοβολίας, δίνεται από την σχέση

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 m/s}{600 \cdot 10^{-9} m} = 0,5 \cdot 10^{15} Hz$$

οπότε για τον υπολογισμό του αριθμού των ηλεκτρονίων ανά μονάδα χρόνου, έχουμε

$$P = \frac{E}{t} = \frac{Nhf}{t} \Rightarrow \frac{N}{t} = \frac{P}{hf} = \frac{(1W)}{(6,63 \cdot 10^{-34} J \cdot s) \cdot (0,5 \cdot 10^{15} Hz)} \Rightarrow$$

$$\frac{N}{t} = 3 \cdot 10^{18} \text{ φωτόνια/sec}$$

β) Γνωρίζοντας την τάση αποκοπής (ή δυναμικό αποκοπής) μπορούμε να υπολογίσουμε τη μέγιστη κινητική ενέργεια των φωτοηλεκτρονίων από την αρχή διατήρησης της ενέργειας. Όταν η ανάστροφη τάση γίνεται ίση με την τάση αποκοπής, τα εξερχόμενα με μέγιστη κινητική ενέργεια ηλεκτρόνια τα οποία επιβραδύνονται από το ηλεκτρικό πεδίο, θα φτάσουν στην άνοδο με μηδενική κινητική ενέργεια. Έτσι η μέγιστη κινητική ενέργεια των εξερχόμενων ηλεκτρονίων θα ισούται με τη δυναμική ενέργεια που αποκτούν λόγω του ηλεκτρικού πεδίου, δηλαδή

$$K_{\max} = eV_o = e(1,8V) \Rightarrow K_{\max} = 1,8eV$$

γ) Από τη φωτοηλεκτρική εξίσωση του Einstein έχουμε

$$K_{\max} = hf - \phi \quad \text{ή}$$

$$\phi = hf - K_{\max} = (6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{1}{1,6} \cdot 10^{19} eV \cdot s) \cdot (0,5 \cdot 10^{15} Hz) - (1,8eV) \quad \text{ή}$$

$$\phi = 2,07eV - 1,8eV \Rightarrow \phi = 0,27eV$$

Η συχνότητα κατωφλίου, είναι

$$f_o = \frac{\phi}{h} = \frac{0,27eV}{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{1}{1,6} \cdot 10^{19} eV \cdot s} \Rightarrow f_o = 0,07 \cdot 10^{15} Hz$$

δ) Για μεγάλη τάση μεταξύ ανόδου και καθόδου το ρεύμα στο φωτοκύτταρο σταθεροποιείται σε μια μέγιστη τιμή. Αυτό συμβαίνει διότι ο αριθμός των ηλεκτρονίων που χτυπούν την άνοδο στο 1sec είναι ίσος με τον αριθμό των φωτονίων που προσπίπτουν στην κάθοδο για τον ίδιο χρόνο.

$$i = \frac{Q}{t} = \frac{N_e |e|}{t} = (3 \cdot 10^{18} \text{ φωτόνια/sec}) \cdot (1,6 \cdot 10^{-19} C) = 0,48A \Rightarrow i = 480mA$$

Άσκηση 4.

Μια μονοχρωματική ακτινοβολία με μήκος κύματος $\lambda = 450nm$ και ισχύ P προσπίπτει στο υλικό της καθόδου ενός φωτοκυττάρου. Όταν η τάση μεταξύ ανόδου και καθόδου στο φωτοκύτταρο παίρνει μεγάλη τιμή η ένταση του ρεύματος είναι $2mA$, ενώ το ρεύμα μηδενίζεται για αρνητική τάση $V_o = -0,75V$.

α) Να σχεδιάσετε το διάγραμμα της έντασης του ρεύματος σε συνάρτηση με την τάση στο φωτοκύτταρο, $i = f(V)$. Στο διάγραμμα να δείχνονται οι χαρακτηριστικές τιμές που δίνονται στην εκφώνηση.

β) Να υπολογίσετε το έργο εξαγωγής του υλικού, σε eV, καθώς και τη μέγιστη κινητική ενέργεια των ηλεκτρονίων, σε eV, που εκπέμπει η φωτοκάθοδος.

γ) Να σχεδιάσετε το διάγραμμα της τάσης αποκοπής σε συνάρτηση με τη μέγιστη κινητική ενέργεια των φωτοηλεκτρονίων. Στο διάγραμμα να δείχνονται οι χαρακτηριστικές τιμές.

δ) Όταν η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα είναι $2mA$ να βρείτε:

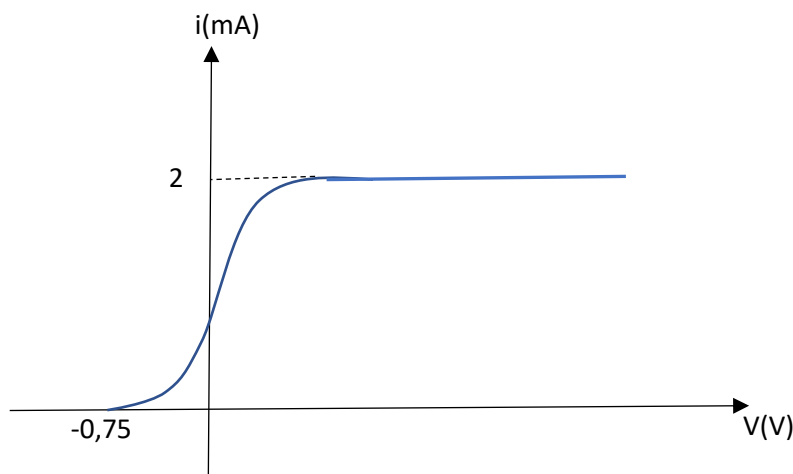
τον αριθμό των φωτονίων που προσπίπτουν στην κάθοδο σε κάθε δευτερόλεπτο καθώς και την ισχύ της προσπίπτουσας φωτεινής ακτινοβολίας.

Δίνονται: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} J \cdot s$, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$, $c = 3 \cdot 10^8 m/s$

Τα ζητούμενα μεγέθη σε eV να δοθούν με ακρίβεια δύο δεκαδικών ψηφίων και οι συχνότητες σε δυνάμεις του 10^{15} με ακρίβεια δύο δεκαδικών ψηφίων.

Λύση

α)



β) Η μέγιστη κινητική ενέργεια των φωτοηλεκτρονίων, είναι

$$K_{\max} = eV_o = e(0,75V) = 0,75eV$$

Το έργο εξαγωγής υπολογίζεται από τη φωτοηλεκτρική εξίσωση του Einstein

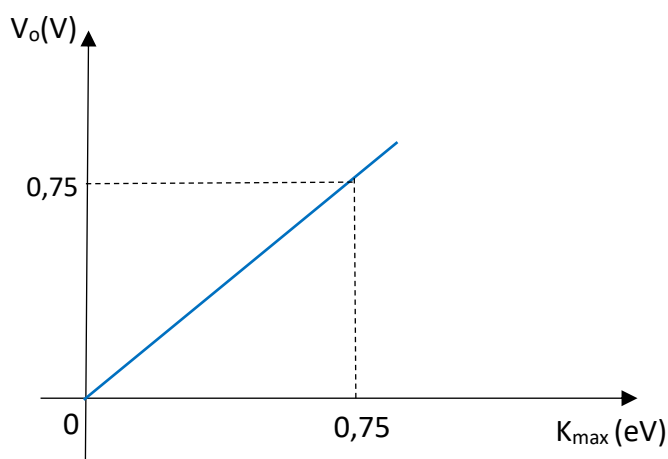
$$K_{\max} = hf - \phi \quad \text{ή} \quad \phi = hf - K_{\max} \quad \text{ή} \quad \phi = h \frac{c}{\lambda} - K_{\max} \quad \text{ή}$$

$$\phi = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ eV} \cdot \text{s}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \cdot \frac{(3 \cdot 10^8 \text{ m/s})}{4,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}} - (0,75 \text{ eV}) \quad \text{ή} \quad \phi = 2,01 \text{ eV}$$

γ) Η εξίσωση που συνδέει την τάση αποκοπής με τη μέγιστη κινητική ενέργεια των φωτοηλεκτρονίων είναι

$$K_{\max} = eV_o \quad \text{ή} \quad V_o = \frac{1}{e} K_{\max}$$

Όπου η τάση αποκοπής στην εξίσωση είναι σε απόλυτη τιμή (θετική).



Για $V_o = 0,75 \text{ V}$ έχουμε $K_{\max} = 0,75 \text{ eV}$

δ) Η ένταση του ρεύματος είναι 2mA, όταν η εφαρμοζόμενη τάση έχει μεγάλη τιμή, αυτό δηλώνει ότι όλα τα παραγόμενα φωτοηλεκτρόνια φθάνουν στην άνοδο. Επειδή κάθε φωτόνιο απορροφάται από ένα μόνο ηλεκτρόνιο, ο αριθμός των φωτονίων που προσπίπτουν στην άνοδο θα συμπίπτει με τον αριθμό των παραγομένων φωτοηλεκτρονίων.

Εάν N_e είναι ο αριθμός των φωτοηλεκτρονίων και $|e|$ το φορτίο τους σε απόλυτη τιμή, από τη σχέση που δίνει το ρεύμα των φωτοηλεκτρονίων έχουμε:

$$i = \frac{Q}{t} = \frac{N_e |e|}{t} \quad \text{ή} \quad \frac{N_e}{t} = \frac{i}{|e|} = \frac{2 \cdot 10^{-3} \text{ A}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 1,25 \cdot 10^{16} \text{ ηλεκτρόνια / s}$$

και για $t = 1\text{s}$

$$N_e = 1,25 \cdot 10^{16} \text{ ηλεκτρόνια}$$

Άρα, ο αριθμός των φωτονίων που χτυπούν στην κάθοδο στο 1sec είναι

$$\frac{N_\varphi}{t} = \frac{N_e}{t} \quad \text{ή} \quad N_\varphi = 1,25 \cdot 10^{16} \text{ φωτόνια/s}$$

Η ισχύς της προσπίπτουσας φωτεινής ακτινοβολίας είναι

$$P = \frac{E_\varphi}{t} = \frac{N_\varphi hf}{t} = \frac{N_\varphi}{t} hf = \frac{N_\varphi}{t} \frac{hc}{\lambda} \quad \text{ή}$$

$$P = (1,25 \cdot 10^{16} \text{ s}^{-1}) \cdot \frac{(6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}) \cdot (3 \cdot 10^8 \text{ m/s})}{4,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 5,53 \cdot 10^{-3} \text{ W} \Rightarrow P = 5,53 \text{ mW}$$

Άσκηση 5.

Μια λάμπα με ηλεκτρική ισχύ $200W$ και συντελεστή απόδοσης σε φωτεινή ακτινοβολία 10% εκπέμπει ομοιόμορφα σε όλες τις διευθύνσεις μονοχρωματική ακτινοβολία με μήκος κύματος $\lambda = 600nm$. Σε απόσταση $d = 10m$ βρίσκεται η μεταλλική επιφάνεια, εμβαδού $3,14cm^2$, ενός φωτοκυττάρου, στην οποία τα φωτόνια της ακτινοβολίας προσπίπτουν κάθετα. Η οριακή συχνότητα των φωτονίων κάτω από την οποία δεν εκπέμπονται φωτοηλεκτρόνια από το μέταλλο είναι $4,8 \cdot 10^{14} Hz$.

α) Να υπολογίσετε το πλήθος των φωτονίων που προσπίπτουν στην κάθοδο ανά δευτερόλεπτο.

β) Να υπολογίσετε το έργο εξαγωγής του μετάλλου, καθώς και τη μέγιστη κινητική ενέργεια, σε eV των ηλεκτρονίων που εκπέμπονται από την κάθοδο όταν σ' αυτή προσπίπτει φως από τη λάμπα.

γ) Να βρείτε τη μέγιστη τιμή της έντασης i του ρεύματος που μπορεί να αποκατασταθεί στο κύκλωμα και πότε αυτό συμβαίνει.

Δίνονται: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} J \cdot s$, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$, $c = 3 \cdot 10^8 m/s$, $\pi = 3,14$

Τα ζητούμενα μεγέθη σε eV να δοθούν με ακρίβεια δύο δεκαδικών ψηφίων.

Λύση

α) Θεωρούμε σφαίρα με κέντρο τη λάμπα και ακτίνα $d = 10m$. Επειδή κάθε επιφάνεια με στοιχειώδες εμβαδό ΔA ($\Delta A \rightarrow 0$) στην παραπάνω σφαίρα μπορεί να θεωρηθεί επίπεδη, φανταζόμαστε ότι η μεταλλική επιφάνεια του φωτοκυττάρου με εμβαδό $3,14cm^2$ είναι μέρος της σφαιρικής επιφάνειας με εμβαδό $A = 4\pi d^2$. Η ισχύς της λάμπας είναι $P = 200W$ με απόδοση 10% , οπότε σε χρόνο $t = 1s$ από την επιφάνεια με εμβαδό $A = 4\pi d^2$ διέρχεται ενέργεια ακτινοβολίας $E = P't = (\frac{10}{100} 200W) \cdot 1s = 20J$, ενώ από την επιφάνεια με εμβαδό

$\Delta A = 3,14cm^2$ διέρχεται στον ίδιο χρόνο ($t = 1s$) ενέργεια ακτινοβολίας $E' = Nhf$ (όπου N ο αριθμός των φωτονίων).

Η ένταση της ακτινοβολίας που εκπέμπει η λάμπα εξαρτάται από τη θερμοκρασία της και σύμφωνα με την εκφώνηση είναι ομοιόμορφη προς όλες τις κατευθύνσεις, οπότε λόγος των ενεργειών που διέρχονται από τις δύο επιφάνειες, στον ίδιο χρόνο, είναι ίσος με τον λόγο των αντίστοιχων εμβαδών των επιφανειών αυτών. Με άλλα λόγια:

$$I = I' \Rightarrow \frac{E}{A \cdot \Delta t} = \frac{E'}{\Delta A \cdot \Delta t} \Rightarrow \frac{E}{E'} = \frac{A}{\Delta A} \Rightarrow \frac{E}{E'} = \frac{4\pi d^2}{\Delta A} \quad \text{ή} \quad \frac{E}{E'} = \frac{4\pi d^2}{\Delta A} \quad \text{ή} \quad E' = \frac{\Delta A}{4\pi d^2} E \quad \text{ή}$$

$$Nhf = \frac{\Delta A}{4\pi d^2} E \quad \text{ή} \quad N = \frac{\Delta A}{4\pi d^2 hf} E \quad \text{ή}$$

$$N = \frac{\Delta A \lambda}{4\pi d^2 hc} E = \frac{(3,14 \cdot 10^{-4} m^2) \cdot (6 \cdot 10^{-7} m)}{(4 \cdot 3,14 \cdot 10^2 m^2) \cdot (6,63 \cdot 10^{-34} J \cdot s)(3 \cdot 10^8 m/s)} \cdot (20 J) \quad \text{ή}$$

$$N = 1,5 \cdot 10^{13} \text{ φωτόνια ανά sec.}$$

β) Το έργο εξαγωγής του μετάλλου υπολογίζεται θέτοντας $f = f_o$ και $K_{\max} = 0$ στην φωτοηλεκτρική εξίσωση του Einstein, οπότε

$$K_{\max} = hf - \phi \quad \text{ή} \quad \phi = hf_o = (6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{1}{1,6} 10^{19} eV \cdot s) \cdot (4,8 \cdot 10^{14} Hz) \quad \text{ή} \quad \phi = 1,99 eV$$

Η μέγιστη κινητική ενέργεια των ηλεκτρονίων τα οποία εκπέμπονται από την κάθοδο εξαιτίας της πρόσπτωσης φωτεινής ακτινοβολίας από τη λάμπα, υπολογίζεται από τη φωτοηλεκτρική εξίσωση του Einstein

$$K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - \phi \quad \text{ή} \quad K_{\max} = (6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{1}{1,6} 10^{19} eV \cdot s) \cdot (\frac{3 \cdot 10^8 m/s}{6 \cdot 10^{-7} m}) - 1,99 eV \quad \text{ή}$$

$$K_{\max} = 2,07 eV - 1,99 eV \quad \text{ή} \quad K_{\max} = 0,08 eV$$

γ) Σε ένα κύκλωμα φωτοκύτταρου το ρεύμα μεγιστοποιείται όταν όλα τα παραγόμενα φωτοηλεκτρόνια φθάνουν στην άνοδο, αυτό συμβαίνει όταν η εφαρμοζόμενη τάση παίρνει μεγάλες τιμές, με την άνοδο να βρίσκεται σε υψηλότερο δυναμικό από την κάθοδο. Ο αριθμός των παραγομένων φωτοηλεκτρονίων είναι ίσος με τον αριθμό των φωτονίων που προσπίπτουν στην κάθοδο, καθώς κάθε φωτόνιο απορροφάται από ένα μόνο ηλεκτρόνιο.

$$\frac{N_e}{t} = \frac{N_{\text{φωτ}}}{t} = 1,5 \cdot 10^{13} \text{ ηλεκτρόνια / s}$$

Η μέγιστη τιμή του ρεύματος των φωτοηλεκτρονίων είναι:

$$i = \frac{Q}{t} = \frac{N_e |e|}{t} = (1,5 \cdot 10^{13} \text{ ηλεκτρόνια / s}) \cdot (1,6 \cdot 10^{-19} C) = 2,4 \cdot 10^{-6} A \Rightarrow i = 2,4 \mu A$$

Η μέγιστη τιμή του ρεύματος συμβαίνει όταν η τάση μεταξύ ανόδου καθόδου στο κύκλωμα πάρει μεγάλη τιμή.

Άσκηση 6.

Στο φαινόμενο Compton το μήκος κύματος της σκεδαζόμενης και της προσπίπτουσας ακτίνας συνδέονται με τη σχέση $\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\varphi)$, η ποσότητα $\frac{h}{mc}$ ονομάζεται μήκος κύματος

Compton και συμβολίζεται με λ_c , $\lambda_c = \frac{h}{mc}$.

Δέσμη ακτίνων Χ της οποίας τα φωτόνια έχουν ενέργεια 41,25KeV προσπίπτει σε λεπτό στρώμα γραφίτη (άνθρακα). Θεωρούμε για τις σκεδάσεις Compton τα ηλεκτρόνια του γραφίτη πρακτικώς ακίνητα.

α) Να βρείτε το μήκος κύματος των φωτονίων που προσπίπτουν στον άνθρακα.

β) Να βρείτε την ορμή των φωτονίων που προσπίπτουν στον άνθρακα.

γ) Να βρείτε το μήκος κύματος ενός φωτονίου που σκεδάστηκε από ένα ηλεκτρόνιο του άνθρακα με γωνία $\varphi=60^\circ$.

δ) Να βρείτε την κινητική ενέργεια του ανακρουόμενου ηλεκτρονίου, όταν το σκεδαζόμενο φωτόνιο σχηματίζει γωνία $\varphi=60^\circ$ σε σχέση με το προσπίπτον φωτόνιο.

Δίνονται: $1\text{eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$, $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$, $c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $\lambda_c = 2,4\text{pm}$,

$$\frac{19,8}{3,12} \approx 6,35, \quad \cos 60^\circ = 0,5.$$

Λύση

α) Τα προσπίπτοντα φωτόνια των ακτίνων Χ έχουν ενέργεια

$$E_\phi = 41.250\text{eV} = 41.250 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J} \Rightarrow E_\phi = 6,6 \cdot 10^{-15} \text{ J}$$

Το μήκος κύματος των ακτίνων δίνεται από τη σχέση

$$E_\phi = h \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{E_\phi} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{6,6 \cdot 10^{-15} \text{ J}} \Rightarrow \lambda = 3 \cdot 10^{-11} \text{ m}.$$

β) Η ορμή κάθε προσπίπτοντος φωτονίου δίνεται από τη σχέση

$$p_\phi = \frac{h}{\lambda} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{3 \cdot 10^{-11} \text{ m}} \Rightarrow p_\phi = 2,2 \cdot 10^{-23} \text{ kgm/s}.$$

γ) Η διαφορά των μηκών κύματος του σκεδαζόμενου και του προσπίπτοντος φωτονίου δίνεται από τη σχέση

$$\Delta\lambda = \lambda_c (1 - \cos\varphi) = \lambda_c (1 - \cos 60^\circ) \Rightarrow \Delta\lambda = \frac{\lambda_c}{2} = 1,2 \cdot 10^{-12} \text{ m.}$$

Επομένως το μήκος κύματος του σκεδαζόμενου φωτονίου είναι

$$\lambda' = \Delta\lambda + \lambda = 0,12 \cdot 10^{-11} \text{ m} + 3 \cdot 10^{-11} \text{ m} \Rightarrow \lambda' = 3,12 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

δ) Η κινητική ενέργεια του ανακρουόμενου ηλεκτρονίου, σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας, ισούται με τη διαφορά της ενέργειας του προσπίπτοντος και του σκεδαζόμενου φωτονίου

$$K_e = E_\phi - E'_\phi, \quad (1)$$

$$\text{όπου } E'_\phi = h \frac{c}{\lambda'} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3,12 \cdot 10^{-11} \text{ m}} = 6,35 \cdot 10^{-15} \text{ J}$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (1) παίρνουμε

$$K_e = E_\phi - E'_\phi = 6,6 \cdot 10^{-15} \text{ J} - 6,35 \cdot 10^{-15} \text{ J} \Rightarrow K_e = 0,25 \cdot 10^{-15} \text{ J} \quad \text{ή} \quad K_e = 1,562 \text{ KeV}$$

Άσκηση 7.

Στο φαινόμενο Compton το μήκος κύματος της σκεδαζόμενης και της προσπίπτουσας ακτίνας συνδέονται με τη σχέση $\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\varphi)$, η ποσότητα $\frac{h}{mc}$ ονομάζεται μήκος κύματος

Compton και συμβολίζεται με λ_c , $\lambda_c = \frac{h}{mc}$.

Ένα φωτόνιο μήκους κύματος $\lambda_\varphi = 49\lambda_c$ προσπίπτει σε πρακτικώς ακίνητο ηλεκτρόνιο γραφίτη και το σκεδαζόμενο φωτόνιο κινείται σε κατεύθυνση που σχηματίζει γωνία $\varphi = 90^\circ$ σε σχέση με την αρχική κατεύθυνση.

α) Να βρείτε τη διαφορά των μηκών κύματος του σκεδαζόμενου και του προσπίπτοντος φωτονίου.

β) Να βρείτε την ενέργεια του σκεδαζόμενου φωτονίου.

γ) Να βρείτε την κινητική ενέργεια που προσδίδεται στο ανακρουόμενο ηλεκτρόνιο.

δ) Να βρείτε το μέτρο της ορμής του ανακρουόμενου ηλεκτρονίου. Να χρησιμοποιηθεί η σχέση της κλασικής φυσικής μεταξύ ορμής και κινητικής ενέργειας.

Δίνονται: $1\text{eV} = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{J}$, $h = 6,6 \cdot 10^{-34}\text{Js}$, $c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$,

$\lambda_c = 2,4\text{pm}$, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}\text{kg}$, $\sqrt{61,88} \approx 8$.

Λύση

α) Η διαφορά των μηκών κύματος του σκεδαζόμενου και του προσπίπτοντος φωτονίου δίνεται από τη σχέση

$$\Delta\lambda = \lambda_c(1 - \cos\varphi) = \lambda_c(1 - \cos 90^\circ) \Rightarrow \Delta\lambda = \lambda_c = 2,4 \cdot 10^{-12}\text{m}.$$

β) Η ενέργεια του σκεδαζόμενου φωτονίου είναι

$$E'_\phi = h \frac{c}{\lambda'}, \quad (1)$$

όπου

$$\lambda' = \Delta\lambda + \lambda = \lambda_c + 49\lambda_c = 50\lambda_c \Rightarrow \lambda' = 50 \cdot 2,4 \cdot 10^{-12}\text{m} \Rightarrow \lambda' = 1,2 \cdot 10^{-10}\text{m}$$

Αντικαθιστώντας στην (1) παίρνουμε

$$E'_\phi = h \frac{c}{\lambda'} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34}\text{Js} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,2 \cdot 10^{-10}\text{m}} \Rightarrow E'_\phi = 165 \cdot 10^{-17}\text{J} \quad \text{ή} \quad E'_\phi = 10,3 \cdot 10^3\text{eV}$$

γ) Σύμφωνα με την αρχή της διατήρησης της ενέργειας, αν E_{ϕ} είναι η ενέργεια του προσπίπτοντος φωτονίου, E'_{ϕ} είναι η ενέργεια του σκεδαζόμενου φωτονίου και K_e αυτή του ανακρουόμενου ηλεκτρονίου, ισχύει

$$E_{\phi} = E'_{\phi} + K_e \Rightarrow K_e = E_{\phi} - E'_{\phi} = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'} = hc \left(\frac{\lambda' - \lambda}{\lambda' \cdot \lambda} \right) \Rightarrow$$

$$K_e = hc \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda' \cdot \lambda} \right) = hc \left(\frac{\lambda_c}{50\lambda_c \cdot 49\lambda_c} \right) = \frac{1}{2450} \frac{hc}{\lambda_c} \Rightarrow$$

$$K_e = \frac{1}{2450} \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2,4 \cdot 10^{-12} \text{ m}} \Rightarrow K_e = 3,4 \cdot 10^{-17} \text{ J} \quad \text{ή} \quad K_e = 213 \text{ eV}$$

δ) Η κινητική ενέργεια και η ορμή συνδέονται με τη σχέση

$$p = m \cdot v \Rightarrow v = \frac{p}{m}$$

$$K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow K = \frac{p^2}{2m}$$

Οπότε έχουμε:

$$p = \sqrt{2K \cdot m} = \sqrt{2 \cdot (3,4 \cdot 10^{-17} \text{ J}) \cdot (9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg})} = \sqrt{61,88 \cdot 10^{-24}} \frac{\text{kgm}}{\text{s}} \Rightarrow p \approx 8 \cdot 10^{-24} \text{ kg m/s}$$

Άσκηση 8.

Στο φαινόμενο Compton το μήκος κύματος της σκεδαζόμενης και της προσπίπτουσας ακτίνας συνδέονται με τη σχέση $\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\varphi)$, η ποσότητα $\frac{h}{mc}$ ονομάζεται μήκος κύματος

Compton και συμβολίζεται με λ_c , $\lambda_c = \frac{h}{mc}$.

Φωτόνια μήκους κύματος $\lambda_\varphi = \lambda_c$ προσπίπτουν σε στόχο άνθρακα και προσκρούοντας στα πρακτικώς ακίνητα ηλεκτρόνιά του σκεδάζονται με γωνία φ , αποκτώντας το μέγιστο δυνατό μήκος κύματος.

α) Να βρείτε τη γωνία σκέδασης των φωτονίων.

β) Να βρείτε την ενέργεια των σκεδαζόμενων φωτονίων.

γ) Να βρείτε το μέτρο της ορμής των ανακρουόμενων ηλεκτρονίων μετά τη σκέδαση.

δ) Να βρείτε ποιο ποσοστό της ορμής του προσπίπτοντος φωτονίου έχει το ανακρουόμενο ηλεκτρόνιο.

Δίνονται: $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$, $c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $\lambda_c = 2,4 \text{ pm}$.

Λύση

α) Από τη σχέση $\lambda' = \lambda + \lambda_c(1 - \cos\varphi)$

παρατηρούμε ότι έχουμε μέγιστο μήκος κύματος των σκεδαζόμενων φωτονίων όταν $\cos\varphi = -1$, δηλαδή όταν η γωνία σκέδασης είναι $\varphi = 180^\circ$, τότε το μήκος κύματος του σκεδαζόμενου φωτονίου παίρνει τη μέγιστη τιμή του που είναι ίση με

$$\lambda' = \lambda_c + \lambda_c(1 - (-1)) \Rightarrow \lambda' = 3\lambda_c$$

β) Η ενέργεια των σκεδαζόμενων φωτονίων είναι

$$E'_\phi = h \frac{c}{\lambda'} = h \frac{c}{3\lambda_c} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3 \cdot 2,4 \cdot 10^{-12} \text{ m}} \Rightarrow E'_\phi = 2,75 \cdot 10^{-14} \text{ J}.$$

γ) Για γωνία σκέδασης $\varphi=180^\circ$, το μέτρο της ορμής του ανακρουόμενου ηλεκτρονίου είναι μέγιστο (δες σχήμα). Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ορμής

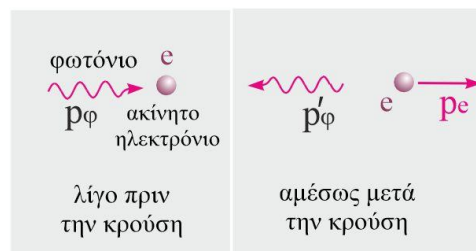
$$\vec{p}_\phi = \vec{p}'_\phi + \vec{p}_e \Rightarrow \vec{p}_e = \vec{p}_\phi - \vec{p}'_\phi$$

Θεωρώντας θετικά προς τα δεξιά, η σχέση αυτή αλγεβρικά γράφεται

$$p_e = p_\phi + p'_\phi = \frac{h}{\lambda_c} + \frac{h}{3\lambda_c} \quad \text{ή}$$

$$p_e = \frac{4}{3} \frac{h}{\lambda_c} = \frac{4 \cdot 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{3 \cdot 2,4 \cdot 10^{-12} \text{ m}} \Rightarrow$$

$$p_e = \frac{11}{3} 10^{-22} \text{ kg m/s}$$



δ) Το ποσοστό της ορμής του προσπίπτοντος φωτονίου που έχει το ανακρουόμενο ηλεκτρόνιο είναι

$$\Pi = \frac{p_e}{p_\phi} 100\% = \frac{\frac{4}{3} \frac{h}{\lambda_c}}{\frac{h}{\lambda_c}} 100\% \Rightarrow \Pi = \frac{400}{3} \%$$

Άσκηση 9.

Στο φαινόμενο Compton το μήκος κύματος της σκεδαζόμενης και της προσπίπτουσας δέσμης συνδέονται με τη σχέση $\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\varphi)$, η ποσότητα $\frac{h}{mc}$ ονομάζεται μήκος κύματος

Compton και συμβολίζεται με λ_c , $\lambda_c = \frac{h}{mc}$.

Ένα φωτόνιο ενέργειας $E_\phi = 330 \text{ keV}$ προσπίπτει σε πρακτικώς ακίνητο ηλεκτρόνιο και σκεδάζεται με γωνία $\varphi = 120^\circ$ ως προς την αρχική του κατεύθυνση.

α) Να βρείτε το μήκος κύματος του προσπίπτοντος φωτονίου.

β) Να βρείτε τη μεταβολή του μήκους κύματος μεταξύ του προσπίπτοντος και του σκεδαζόμενου φωτονίου.

γ) Να βρείτε την κινητική ενέργεια του ανακρουόμενου ηλεκτρονίου σε Joule και σε eV.

δ) Να βρείτε το ποσοστό της αρχικής ενέργειας του φωτονίου που μεταφέρθηκε στο ανακρουόμενο ηλεκτρόνιο.

Δίνονται: $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$, $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$, $c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $\lambda_c = 2,4 \text{ pm}$, $\frac{19,8}{7,35} = 2,7$.

Λύση

α) Το μήκος κύματος του προσπίπτοντος φωτονίου δίνεται από τη σχέση

$$E_\phi = h \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{E_\phi} \quad (1)$$

Όπου $E_\phi = 330 \cdot 10^3 \text{ eV} = 330 \cdot 10^3 \text{ eV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV} \Rightarrow E_\phi = 5,28 \cdot 10^{-14} \text{ J}$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (1) παίρνουμε

$$\lambda = \frac{hc}{E_\phi} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{5,28 \cdot 10^{-14} \text{ J}} \Rightarrow \lambda = 3,75 \cdot 10^{-12} \text{ m}.$$

β) Η μεταβολή του μήκους κύματος μεταξύ του σκεδαζόμενου και του προσπίπτοντος φωτονίου είναι ίση με

$$\Delta\lambda = \lambda_c (1 - \cos\varphi) = \lambda_c (1 - \cos 120^\circ) = \lambda_c \left(1 - \left(-\frac{1}{2}\right)\right) \Rightarrow \Delta\lambda = \frac{3\lambda_c}{2} = 3,6 \cdot 10^{-12} \text{ m}.$$

γ) Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας, η κινητική ενέργεια του ανακρουόμενου ηλεκτρονίου είναι ίση με τη διαφορά της ενέργειας του προσπίπτοντος και του σκεδαζόμενου φωτονίου.

Η ενέργεια του σκεδαζόμενου φωτονίου είναι

$$E'_{\phi} = h \frac{c}{\lambda'} \quad (2)$$

$$\text{Όπου } \lambda' = \Delta\lambda + \lambda = 3,6 \cdot 10^{-12} \text{ m} + 3,75 \cdot 10^{-12} \text{ m} \Rightarrow \lambda' = 7,35 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

Αντικαθιστώντας στην (2) παίρνουμε

$$E'_{\phi} = h \frac{c}{\lambda'} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{7,35 \cdot 10^{-12} \text{ m}} = \frac{19,8}{7,35} 10^{-14} \text{ J} \Rightarrow E'_{\phi} \approx 2,7 \cdot 10^{-14} \text{ J} \quad \text{ή}$$

$$E'_{\phi} \approx \frac{2,7 \cdot 10^{-14} \text{ J}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV}} \Rightarrow E'_{\phi} \approx 168,75 \text{ keV}$$

Η κινητική ενέργεια του ανακρουόμενου ηλεκτρονίου είναι

$$K_e = E_{\phi} - E'_{\phi} = 330.000 \text{ eV} - 168.750 \text{ eV} \Rightarrow K_e = 161.250 \text{ eV} \quad \text{ή}$$

$$K_e = 161.250 \text{ eV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV} \Rightarrow K_e = 2,58 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

δ) Το ποσοστό μεταφοράς της ενέργειας του προσπίπτοντος φωτονίου στο αρχικά ακίνητο ηλεκτρόνιο είναι

$$\Pi = \frac{K_e}{E_{\phi}} 100\% = \frac{161.250 \text{ eV}}{330.000 \text{ eV}} 100\% \Rightarrow \Pi \approx 48,9\%$$

Άσκηση 10.

Στο φαινόμενο Compton το μήκος κύματος της σκεδαζόμενης και της προσπίπτουσας δέσμης συνδέονται με τη σχέση $\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\varphi)$, η ποσότητα $\frac{h}{mc}$ ονομάζεται μήκος κύματος

Compton και συμβολίζεται με λ_c , $\lambda_c = \frac{h}{mc}$.

Ένα φωτόνιο ενέργειας $E_\phi = 112,5 \text{ keV}$ προσπίπτει σε ακίνητο ηλεκτρόνιο και σκεδάζεται με τέτοιο τρόπο ώστε μετά τη σκέδαση να έχει το μέγιστο δυνατό μήκος κύματος.

α) Να βρείτε τη μεταβολή του μήκους κύματος μεταξύ του προσπίπτοντος και του σκεδαζόμενου φωτονίου (μετατόπιση Compton).

β) Να βρείτε τα μήκη κύματος του προσπίπτοντος και του σκεδαζόμενου φωτονίου.

γ) Να βρείτε το μέτρο της ορμής του ανακρουόμενου ηλεκτρονίου.

δ) Να βρείτε το μήκος κύματος de Broglie που αντιστοιχεί στο ανακρουόμενο ηλεκτρόνιο.

Δίνονται: $1\text{eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$, $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$, $c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$,

$\lambda_c = 2,4\text{pm}$, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, $\frac{19,8}{15,8} = 1,25$.

Λύση

α) Γνωρίζουμε από την εκφώνηση, ότι μετά τη σκέδαση, το μήκος κύματος που απέκτησε το φωτόνιο είναι το μέγιστο δυνατό. Αυτό σύμφωνα με τη σχέση

$$\lambda' = \lambda + \lambda_c (1 - \cos\varphi)$$

συμβαίνει όταν η γωνία σκέδασης είναι $\varphi = 180^\circ$. Για τη γωνία αυτή η μετατόπιση Compton είναι

$$\Delta\lambda = \lambda_c (1 - \cos 180^\circ) \Rightarrow \Delta\lambda = \lambda_c (1 - (-1)) \Rightarrow \Delta\lambda = 2\lambda_c = 4,8 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

β) Το μήκος κύματος του προσπίπτοντος φωτονίου δίνεται από τη σχέση

$$E_\phi = h \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{E_\phi} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{112.500 \text{ eV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV}} \Rightarrow \lambda = 11 \cdot 10^{-12} \text{ m}.$$

Το μήκος κύματος του σκεδαζόμενου φωτονίου είναι

$$\lambda' = \lambda + \Delta\lambda = 11 \cdot 10^{-12} \text{ m} + 4,8 \cdot 10^{-12} \text{ m} \Rightarrow \lambda' = 15,8 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

γ) Η ορμή του ανακρουόμενου ηλεκτρονίου θα υπολογιστεί από την αρχή διατήρησης της ορμής. Το σκεδαζόμενο φωτόνιο κινήθηκε επιστρέφοντας στην ίδια διεύθυνση, επομένως αν λάβουμε θετική φορά προς τα δεξιά, σύμφωνα με το σχήμα παίρνουμε

$$\vec{p}_\phi = \vec{p}'_\phi + \vec{p}_e$$

Θεωρώντας θετικά προς τα δεξιά, η σχέση αυτή αλγεβρικά γράφεται

$$p_e = p_\phi - (-p'_\phi) = p_\phi + p'_\phi \quad \text{ή}$$

$$p_e = \frac{h}{\lambda} + \frac{h}{\lambda'} = \frac{E_\phi + E'_\phi}{c}, \quad (1)$$

όπου:

$$E_\phi = 112.500 \text{ eV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV} \Rightarrow E_\phi = 1,8 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

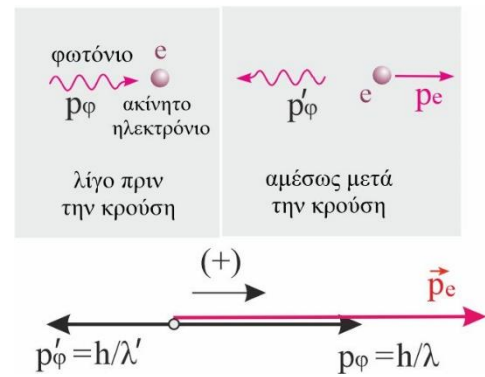
$$E'_\phi = h \frac{c}{\lambda'} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{15,8 \cdot 10^{-12} \text{ m}} \Rightarrow E'_\phi \approx 1,25 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (1) παίρνουμε

$$p_e = \frac{1,8 \cdot 10^{-14} \text{ J} + 1,25 \cdot 10^{-14} \text{ J}}{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \quad \text{ή} \quad p_e \approx 10^{-22} \frac{\text{kgm}}{\text{s}}$$

δ) Το μήκος κύματος de Broglie που αντιστοιχεί στο ανακρουόμενο ηλεκτρόνιο είναι

$$\lambda_B = \frac{h}{p_e} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{10^{-22} \text{ kgm/s}} \Rightarrow \lambda_B = 6,6 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$



Ημερομηνία τροποποίησης: 03/03/2023

Επιμέλεια: Μπαγανός Ιωάννης, Μπετσάκος Παναγιώτης, Παλόγος Αντώνιος,
Παρασκευόπουλος Γεώργιος, Ποντικός Ηλίας

Επιστημονικός έλεγχος: Αντώνιος Παλόγος