

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6^ο: ΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

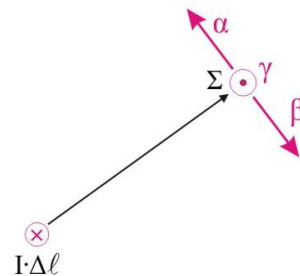
ΕΝΟΤΗΤΑ 1: ΝΟΜΟΣ ΤΩΝ ΒΙΟΤ SAVART - ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ AMPERE ΕΝΟΤΗΤΑ - ΜΑΓΝΗΤΙΚΗ ΡΟΗ - ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ GAUSS

ΘΕΜΑΤΑ ΠΡΟΣ ΕΠΙΛΥΣΗ

ΘΕΜΑ Β

Ερώτηση 1.

Στο σχήμα με $\otimes$ συμβολίζεται η φορά του ρεύματος που διαρρέει στοιχειώδες τμήμα αγωγού $\Delta\ell$ με φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα. Το διάνυσμα της έντασης του μαγνητικού πεδίου $\Delta\mathbf{B}$ που δημιουργείται στο σημείο Σ από το στοιχειώδες τμήμα $\Delta\ell$



- α. βρίσκεται πάνω στο επίπεδο της σελίδας και έχει φορά όπως αυτή του διανύσματος α.
- β. βρίσκεται πάνω στο επίπεδο της σελίδας και έχει φορά όπως αυτή του διανύσματος β.
- γ. είναι κάθετο στο επίπεδο της σελίδας με φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη, όπως αυτή του διανύσματος γ.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

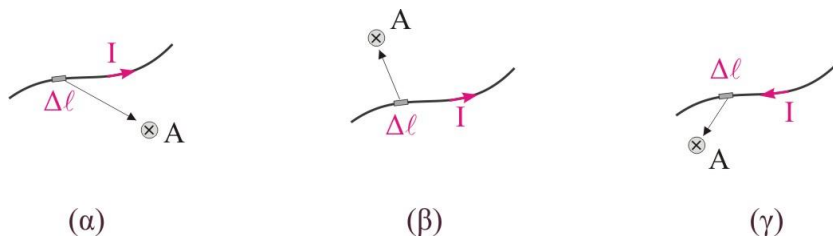
Λύση

Σωστή απάντηση είναι η (β).

Το στοιχειώδες τμήμα $\Delta\ell$ στο σημείο Σ δημιουργεί ένταση μαγνητικού πεδίου που είναι κάθετη στο επίπεδο που ορίζει το διάνυσμα $\Delta\ell$ και το σημείο Σ , άρα η ένταση του μαγνητικού πεδίου βρίσκεται πάνω στο επίπεδο της σελίδας. Με εφαρμογή του κανόνα του δεξιού χεριού, προκύπτει ότι η κατεύθυνση του διανύσματος $\mathbf{B}$ είναι όπως αυτή του διανύσματος β.

Ερώτηση 2.

Από τα παρακάτω σχήματα, το διάνυσμα του $\Delta \mathbf{B}$ στο σημείο A λόγω του ρεύματος που διαρρέει το στοιχειώδες τμήμα $\Delta \ell$ είναι σωστά σχεδιασμένο στο σχήμα



Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

ΕΠΙΛΥΣΗ

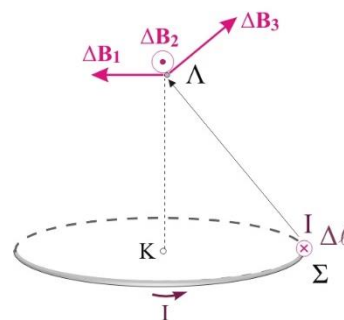
Σωστή απάντηση είναι η (α).

Το στοιχειώδες τμήμα $\Delta \ell$ δημιουργεί στο σημείο A ένταση μαγνητικού πεδίου που είναι κάθετη στο επίπεδο που ορίζει το διάνυσμα $\Delta \ell$ και το σημείο A και φορά που βρίσκεται με τον κανόνα του δεξιού χεριού.

Σύμφωνα με αυτόν, τοποθετούμε την δεξιά παλάμη στο επίπεδο που δημιουργούν το $\Delta \ell$ και το σημείο A με τον αντίχειρα να δείχνει τη φορά του ρεύματος και τα υπόλοιπα δάχτυλα να βρίσκονται από την πλευρά του σημείου A. Αν κάμψουμε τα υπόλοιπα δάχτυλα βρίσκουμε ότι η φορά του $\Delta \mathbf{B}$ στο A έχει κατεύθυνση από τον αναγνώστη προς τη σελίδα, όπως δηλαδή στο σχήμα (α).

Ερώτηση 3.

Ο κυκλικός αγωγός του σχήματος είναι κάθετος στο επίπεδο της σελίδας, το συνεχές τμήμα μπροστά το διακεκομμένο πίσω. Το διάνυσμα της έντασης $\Delta \mathbf{B}$ που δημιουργείται στο σημείο Λ , το οποίο βρίσκεται στην κατακόρυφο που διέρχεται από το κέντρο K του κυκλικού αγωγού, από το στοιχειώδες τμήμα $\Delta \ell$ του σχήματος έχει φορά όπως το



α. $\Delta \mathbf{B}_1$.

β. $\Delta \mathbf{B}_2$.

γ. $\Delta \mathbf{B}_3$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

ΕΠΙΛΥΣΗ

Σωστή απάντηση είναι η (γ).

Το στοιχειώδες τμήμα $\Delta \ell$ δημιουργεί στο σημείο Λ ένταση μαγνητικού πεδίου που είναι κάθετη στο επίπεδο που ορίζει το διάνυσμα $\Delta \ell$ και το σημείο Λ και φορά που βρίσκεται με τον κανόνα του δεξιού χεριού. Το διάνυσμα $\Delta \ell$ έχει φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα και διαπερνά τη σελίδα στο σημείο Σ , δηλαδή το επίπεδο που ορίζουν τα $\Delta \ell$ και Λ είναι κάθετο στη σελίδα και πλάγιο καθώς περιέχει την πλευρά του κώνου $\Lambda \Sigma$. Το ζητούμενο $\Delta \mathbf{B}$ πρέπει να βρίσκεται πάνω στη σελίδα. Από τα $\Delta \mathbf{B}_1, \Delta \mathbf{B}_3$ μόνο το $\Delta \mathbf{B}_3$ είναι κάθετο στο επίπεδο που ορίζει το $\Delta \ell$ και το σημείο Λ .

Ερώτηση 4.

Δύο παράλληλοι αγωγοί μεγάλου μήκους βρίσκονται σε απόσταση r μεταξύ τους και διαρρέονται από ρεύματα αντίθετης φοράς και ίδιας έντασης $I_1=I_2=I$. Στο μέσον της μεταξύ τους απόστασης, η ένταση του μαγνητικού πεδίου έχει μέτρο

α. $B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{r}$.

β. $B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{8I}{r}$.

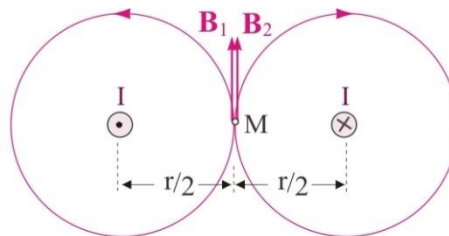
γ. $B=0$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

ΕΠΙΛΥΣΗ

Σωστή απάντηση είναι η (β).

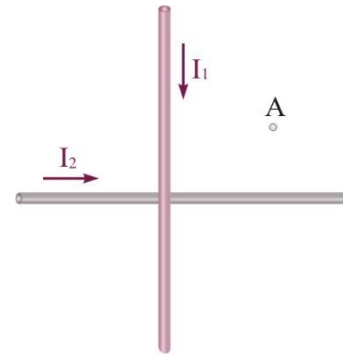
Η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο μέσον M οφείλεται και στους δύο ρευματοφόρους αγωγούς. Οι δυναμικές γραμμές των μαγνητικών πεδίων είναι ομόκεντροι κύκλοι με κέντρα τους αγωγούς, με το επίπεδό τους κάθετο σε αυτούς και με φορά που βρίσκεται με τον κανόνα του δεξιού χεριού. Το διάνυσμα $\mathbf{B}$ είναι εφαπτόμενο σε κάθε δυναμική γραμμή και στο σημείο M τα δύο επιμέρους διανύσματα είναι ομόρροπα (βλέπε σχήμα). Η ένταση του μαγνητικού πεδίου έχει μέτρο



$$B = B_1 + B_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{\frac{r}{2}} + \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{\frac{r}{2}} \Rightarrow B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{8I}{r}$$

Ερώτηση 5.

Τα δύο ρευματοφόρα σύρματα μεγάλου μήκους του σχήματος είναι τοποθετημένα κάθετα μεταξύ τους και στο σημείο τομής τους είναι μονωμένα. Αν B_1 και B_2 είναι τα μέτρα των επιμέρους εντάσεων των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν τα σύρματα αντίστοιχα, τότε το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Α είναι



α. $B_A = B_1 + B_2$.

β. $B_A = |B_1 - B_2|$.

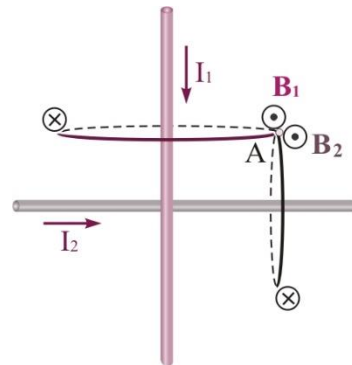
γ. $B_A = \sqrt{B_1^2 + B_2^2}$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

ΕΠΙΛΥΣΗ

Σωστή απάντηση είναι η (α).

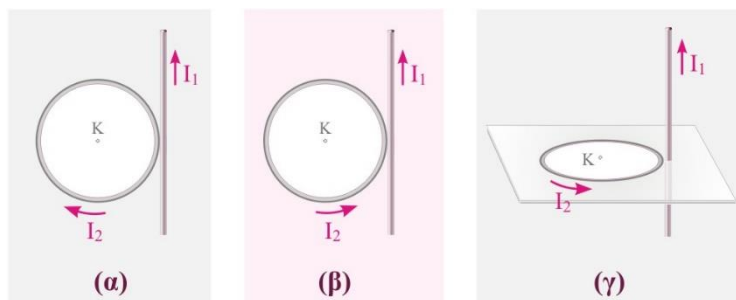
Η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Α οφείλεται και στους δύο ρευματοφόρους αγωγούς. Οι δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου είναι ομόκεντροι κύκλοι με κέντρο τους αγωγούς. Εφαρμόζοντας τον κανόνα του δεξιού χεριού βρίσκουμε ότι οι επιμέρους εντάσεις των μαγνητικών πεδίων για κάθε αγωγό στο Α είναι ομόρροπες (βλέπε σχήμα). Επομένως



$$B_A = B_1 + B_2$$

Ερώτηση 6.

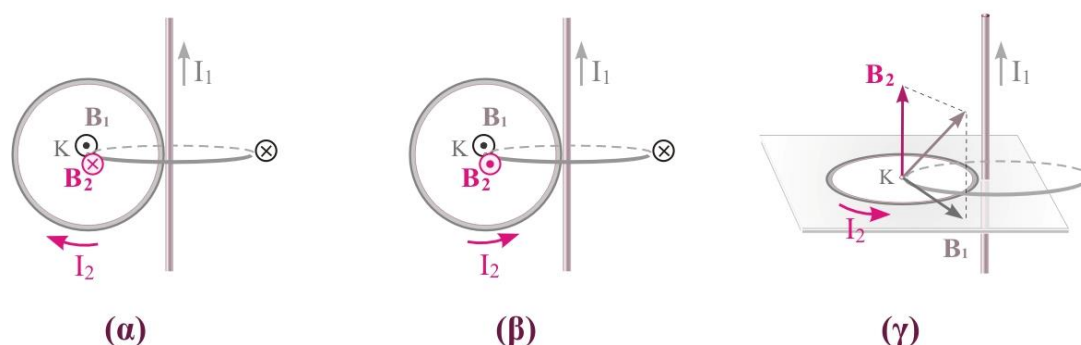
Ο ευθύγραμμος αγωγός μεγάλου μήκους του σχήματος εφάπτεται στον κυκλικό αγωγό. Στις περιπτώσεις (α), (β) οι δύο αγωγοί βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο, ενώ στην περίπτωση (γ) βρίσκονται σε επίπεδα κάθετα μεταξύ τους. Οι αγωγοί διαρρέονται από ρεύματα των οποίων οι φορές δείχνονται στα σχήματα. Στο κέντρο K του κυκλικού αγωγού η ένταση του μαγνητικού πεδίου μπορεί να είναι μηδέν στην περίπτωση



Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

ΕΠΙΛΥΣΗ

Σωστή απάντηση είναι η (α).



Η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο σημείο K οφείλεται και στους δύο ρευματοφόρους αγωγούς. Σχεδιάζουμε τις δυναμικές γραμμές από τον ευθύγραμμο και τον κυκλικό αγωγό αντίστοιχα που διέρχονται από το σημείο K στις τρεις περιπτώσεις. Παρατηρούμε ότι μόνο στην περίπτωση (α) τα διανύσματα των $\mathbf{B}_1$ και $\mathbf{B}_2$ είναι αντίρροπα. Αν τα δύο ρεύματα δημιουργούν εντάσεις που έχουν στο σημείο K ίδια μέτρα, τότε η ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι ίση με μηδέν.

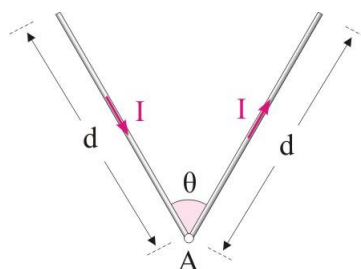
Ερώτηση 7.

Ένας αγωγός μήκους $2d$ που διαρρέεται από ρεύμα έντασης I κάμπτεται στο σημείο A , όπως δείχνεται στο σχήμα. Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο σημείο A είναι:

α. $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$.

β. $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi d} \cdot \eta \mu \theta$.

γ. $B = 0$.



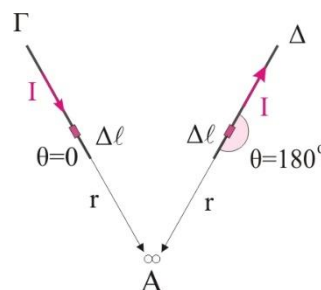
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

ΕΠΙΛΥΣΗ

Σωστή απάντηση είναι η (γ).

Το στοιχειώδες τμήμα του αγωγού, μήκους $\Delta \ell$, δημιουργεί στο σημείο A που απέχει r από το τμήμα $\Delta \ell$ μαγνητικό πεδίο ΔB του οποίου η ένταση έχει μέτρο

$$\Delta B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \Delta \ell}{r^2} \eta \mu \theta$$



όπου θ είναι η γωνία που σχηματίζουν τα διανύσματα $\Delta \ell$ και r . Το τμήμα $\Delta \ell$ θεωρείται προσανατολισμένο με τη φορά του να είναι ίδια με τη φορά του ρεύματος, έτσι, για το τμήμα ΓA έχουμε $\theta = 0^\circ$, $\eta \mu \theta = 0$ και $\Delta B = 0$. Για το τμήμα ΔA έχουμε παρόμοια $\theta = 180^\circ$ και $\eta \mu \theta = 0$, επομένως $B = 0$.

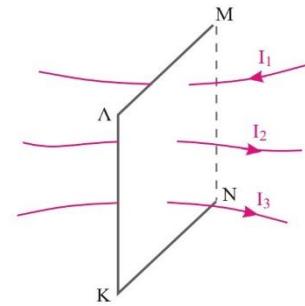
Ερώτηση 8.

Στο σχήμα δείχνεται μια κλειστή διαδρομή που περικλείει τρεις αγωγούς που διαρρέονται από σταθερά ρεύματα. Για τη σημειωμένη φορά διαγραφής, ΚΛΜΝΚ ο νόμος του Ampere γράφεται

α. $\sum B \Delta \ell = \mu_0 (I_1 - I_2 - I_3).$

β. $\sum B \Delta \ell = \mu_0 (-I_1 + I_2 + I_3).$

γ. $\sum B \Delta \ell = \mu_0 (-I_1 - I_2 + I_3).$



Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

ΕΠΙΛΥΣΗ

Σωστή απάντηση είναι η (α).

Για τη σημειωμένη φορά διαγραφής, ΚΛΜΝΚ (δηλαδή όπως οι δείκτες του ρολογιού) ο νόμος του Ampere γράφεται

$$\sum B \Delta \ell \sin \vartheta = \mu_0 I_{\text{εγκ}}$$

όπου $I_{\text{εγκ}}$ το αλγεβρικό άθροισμα των εντάσεων των ρευμάτων που διέρχονται από την επιφάνεια η οποία περιβάλλεται (εγκλείεται) από την κλειστή αυτή διαδρομή. Στην περίπτωσή μας έχουμε

$$\sum B \Delta \ell \sin \vartheta = \mu_0 (I_1 - I_2 - I_3)$$

Ερώτηση 9.

Οι μαγνητικές δυναμικές γραμμές είναι κλειστές. Η πειραματική αυτή διαπίστωση μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι τα μαγνητικά πεδία

- α. μπορεί να είναι ακτινικά.
- β. δεν μπορεί να είναι ακτινικά.

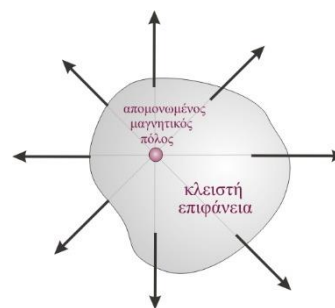
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να τη δικαιολογήσετε.

ΕΠΙΛΥΣΗ

Σωστή απάντηση είναι η (β).

Οι μαγνητικές δυναμικές γραμμές είναι κλειστές δηλαδή δεν έχουν αρχή και τέλος. Άρα, σε κάθε κλειστή επιφάνεια ο αριθμός των δυναμικών γραμμών που εισέρχονται είναι πάντα ίσος με τον αριθμό των δυναμικών γραμμών που εξέρχονται.

Αν υπήρχε μαγνητικό πεδίο ακτινικό και περιβάλλαμε την αρχή των μαγνητικών γραμμών με μια κλειστή επιφάνεια, τότε όλες οι μαγνητικές γραμμές θα εξέρχονταν από την επιφάνεια, δηλαδή η ολική μαγνητική ροή που θα διαπερνούσε την κλειστή επιφάνεια δεν θα ήταν μηδέν. Κάτι τέτοιο δεν έχει παρατηρηθεί ακόμη, άρα δεν έχουν ακόμα ανιχνευθεί απομονωμένοι μαγνητικοί πόλοι και μαγνητικά πεδία ακτινικής μορφής.

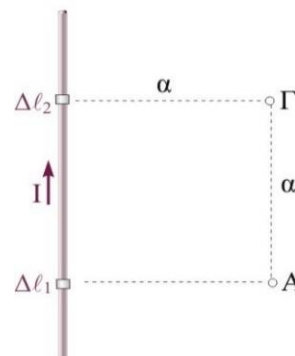


ΘΕΜΑ Γ

Άσκηση 1.

Ο ευθύγραμμος αγωγός του σχήματος διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I=2\text{A}$. Τα τμήματα $\Delta\ell_1$ και $\Delta\ell_2$ έχουν μήκος $0,1\text{m}$ και η απόσταση α είναι 10cm . Να υπολογίσετε το μαγνητικό πεδίο που δημιουργούν

- το τμήμα $\Delta\ell_1$ στο σημείο A.
- το τμήμα $\Delta\ell_1$ στο σημείο Γ.
- τα τμήματα $\Delta\ell_1$ και $\Delta\ell_2$ στο σημείο A.
- τα τμήματα $\Delta\ell_1$ και $\Delta\ell_2$ στο σημείο Γ.



Δίνεται $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{Tm/A}$

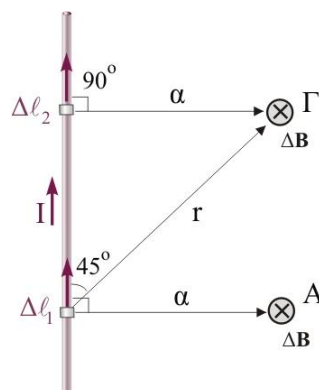
ΕΠΙΛΥΣΗ

α. Εφαρμόζουμε το νόμο των Biot-Savart που μας δίνει την ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ένας ρευματοφόρος αγωγός στοιχειώδους μήκους,

$$\Delta B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \Delta \ell}{r^2} \eta \mu \theta$$

Για τον υπολογισμό της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο σημείο A από το τμήμα $\Delta\ell_1$ πρέπει να αντικαταστήσουμε:

$r=\alpha=10\text{cm}$ και $\theta=90^\circ$. Παίρνουμε:



$$\Delta B_{A(\Delta\ell_1)} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \Delta \ell_1}{r^2} \eta \mu \theta = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Tm}}{\text{A}}}{4\pi} \cdot \frac{2\text{A} \cdot 0,1 \cdot 10^{-2} \text{m}}{(10^{-1} \text{m})^2} \cdot \eta \mu 90^\circ \Rightarrow \Delta B_{A(\Delta\ell_1)} = 2 \cdot 10^{-8} \text{T}$$

Το διάνυσμα $\Delta B_{A(\Delta\ell_1)}$ είναι κάθετο στο επίπεδο που ορίζουν τα $\Delta\ell_1$ και α , δηλαδή είναι κάθετο στο επίπεδο της σελίδας και η φορά του δίνεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού. Εδώ έχει κατεύθυνση από τον αναγνώστη προς τη σελίδα.

β. Για τον υπολογισμό της έντασης στο σημείο Γ, από το τμήμα $\Delta\ell_1$ υπολογίζουμε την απόσταση r και τη γωνία θ .

$$r = \sqrt{\alpha^2 + \alpha^2} = \alpha\sqrt{2} \quad , \quad \eta \mu \theta = \frac{\alpha}{\alpha\sqrt{2}} \Rightarrow \eta \mu \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Παίρνουμε:

$$\Delta B_{\Gamma(\Delta\ell_1)} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\Delta\ell_1}{(\alpha\sqrt{2})^2} \eta\mu\vartheta = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Tm}{A}}{4\pi} \cdot \frac{2A \cdot 0,1 \cdot 10^{-2} m}{(10^{-1} \sqrt{2} m)^2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \Delta B_{\Gamma(\Delta\ell_1)} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 10^{-8} T$$

Το διάνυσμα $\Delta B_{\Gamma(\Delta\ell_1)}$ είναι κάθετο στο επίπεδο που ορίζουν τα $\Delta\ell_1$ και r , δηλαδή είναι κάθετο στο επίπεδο της σελίδας και η φορά του δίνεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού. Εδώ έχει κατεύθυνση από τον αναγνώστη προς τη σελίδα.

γ. Για τον υπολογισμό της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Α λόγω των $\Delta\ell_1$ και $\Delta\ell_2$, σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας έχουμε

$$B_A = \Delta B_{A(\Delta\ell_1)} + \Delta B_{A(\Delta\ell_2)} \quad \text{όπου} \quad \Delta B_{A(\Delta\ell_2)} = \Delta B_{\Gamma(\Delta\ell_1)}$$

$$B_A = 2 \cdot 10^{-8} T + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 10^{-8} T \Rightarrow B_A = \frac{4 + \sqrt{2}}{2} \cdot 10^{-8} T$$

Το διάνυσμα B_A έχει κατεύθυνση από τον αναγνώστη προς τη σελίδα.

δ. Για τον υπολογισμό της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Γ λόγω των $\Delta\ell_1$ και $\Delta\ell_2$, σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας έχουμε

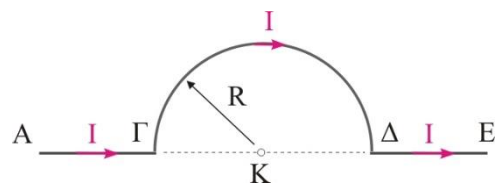
$$B_\Gamma = \Delta B_{\Gamma(\Delta\ell_1)} + \Delta B_{\Gamma(\Delta\ell_2)} \quad \text{όπου} \quad \Delta B_{\Gamma(\Delta\ell_2)} = \Delta B_{A(\Delta\ell_1)}$$

$$B_\Gamma = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 10^{-8} T + 2 \cdot 10^{-8} T \Rightarrow B_\Gamma = \frac{4 + \sqrt{2}}{2} \cdot 10^{-8} T$$

Το διάνυσμα B_Γ έχει παρόμοια κατεύθυνση, από τον αναγνώστη προς τη σελίδα.

Άσκηση 2.

Το σύρμα ΑΓΔΕ του σχήματος αποτελείται από δύο ευθύγραμμα τμήματα και ένα ημικυκλικό α-κτίνας $R=10\pi\text{cm}$. Το σύρμα διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I=2\text{A}$.

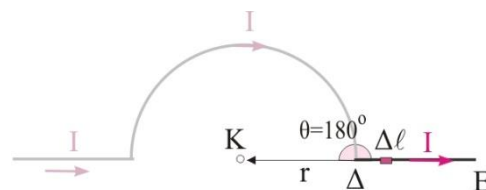


- Να βρείτε την ένταση του μαγνητικού πεδίου, μέτρο και κατεύθυνση, στο σημείο Κ λόγω του τμήματος ΔΕ.
- Να βρείτε την ένταση του μαγνητικού πεδίου, μέτρο και κατεύθυνση, στο σημείο Κ από ολόκληρο το σύρμα.
- Περιστρέφουμε το σύρμα γύρω από άξονα που διέρχεται από τα τμήματα ΑΓ και ΔΕ κατά 180° . Να βρείτε την ένταση του μαγνητικού πεδίου, μέτρο και κατεύθυνση, στο σημείο Κ από ολόκληρο το σύρμα.

Δίνεται $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{Tm/A}$

ΕΠΙΛΥΣΗ

- Για να βρούμε την ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο ευθύγραμμος αγωγός ΔΕ στο σημείο Κ θα εφαρμόσουμε το νόμο των Biot-Savart για ένα στοιχειώδες του τμήμα $\Delta\ell$,



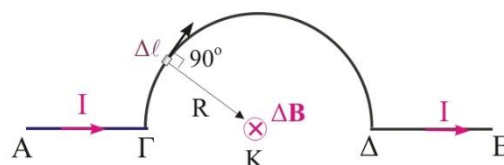
$$\Delta B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \Delta\ell}{r^2} \eta\mu\theta$$

και μετά θα αθροίσουμε όλα τα στοιχειώδη ΔB .

Από το σχήμα παρατηρούμε ότι για κάθε $\Delta\ell$ του τμήματος ΔΕ η απόσταση r και το $\Delta\ell$ σχηματίζουν γωνία $\theta=180^\circ$ ($\eta\mu 180^\circ=0$) με συνέπεια ο ευθύγραμμος αγωγός ΔΕ να μη συνεισφέρει στη δημιουργία μαγνητικού πεδίου στο σημείο Κ. Άρα, η ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο ευθύγραμμος αγωγός ΔΕ στο σημείο Κ είναι $B_1=0$.

- Εφαρμόζουμε το νόμο των Biot-Savart για στοιχειώδες τμήμα $\Delta\ell$ του ημικυκλίου,

$$\Delta B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \Delta\ell}{r^2} \eta\mu\theta$$



Από το σχήμα παρατηρούμε ότι:

- κάθε $\Delta\ell$ απέχει το ίδιο $r(=R)$ από το κέντρο Κ.
- σε κάθε $\Delta\ell$ η απόσταση r και το $\Delta\ell$ σχηματίζουν γωνία $\theta=90^\circ$.

Άρα για τον υπολογισμό του μέτρου της στοιχειώδους έντασης μαγνητικού πεδίου στο σημείο Κ πρέπει να αντικαταστήσουμε: $r=R$ και $\eta\mu\theta=1$.

$$\text{Παίρνουμε: } \Delta B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \Delta\ell}{R^2}$$

Το διάνυσμα του ΔB είναι κάθετο στο επίπεδο που ορίζουν τα r και το $\Delta\ell$ και σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού έχει φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα.

Όλα τα στοιχειώδη $\Delta \mathbf{B}$ έχουν την ίδια κατεύθυνση, οπότε το διανυσματικό τους άθροισμα μεταπίπτει σε αλγεβρικό.

$$B_{\Gamma\Delta} = \Delta B_1 + \Delta B_2 + \Delta B_3 + \dots = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \sum \Delta \ell \quad (1)$$

Όμως το $\sum \Delta \ell$ ισούται με το 1/2 της περιφέρειας του κύκλου, $\sum \Delta \ell = \frac{1}{2} 2\pi R$

Με αντικατάσταση στην σχέση (1) παίρνουμε:

$$B_{\Gamma\Delta} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \cdot \pi R \Rightarrow B_{\Gamma\Delta} = \frac{\mu_0 I}{4R} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Tm}{A} \cdot 2A}{4 \cdot 0,1\pi m} \Rightarrow B_{\Gamma\Delta} = 2 \cdot 10^{-6} T$$

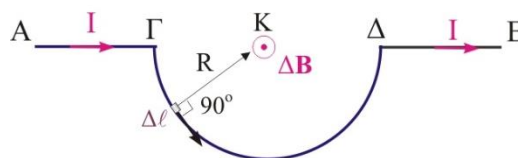
Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας, η συνολική ένταση του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Κ συμπίπτει με την ένταση $B_{\Gamma\Delta}$, εφόσον τα τμήματα ΑΓ και ΔΕ δεν συνεισφέρουν στη δημιουργία μαγνητικού πεδίου. Επομένως η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Κ έχει μέτρο $B = 2 \cdot 10^{-6} T$

και η κατεύθυνση του διανύσματος είναι από το αναγνώστη προς την επιφάνεια της σελίδας.

γ. Αν περιστρέψουμε το σύρμα γύρω από άξονα που διέρχεται από τα ΑΓ και ΔΕ κατά 180° , τότε η ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται στο σημείο Κ από ολόκληρο το σύρμα έχει μέτρο που είναι ίδιο με αυτό που υπολογίστηκε στο β ερώτημα.

Όμως οι κατευθύνσεις των επιμέρους διανυσμάτων $\Delta \mathbf{B}$ που προκαλούν τα τμήματα του ημικυκλίου, σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού, έχουν φορά από την σελίδα προς τον αναγνώστη (βλέπε σχήμα).

Άρα, στην δεύτερη περίπτωση η ένταση του μαγνητικού πεδίου έχει μέτρο $B = 2 \cdot 10^{-6} T$ και φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη.



Άσκηση 3.

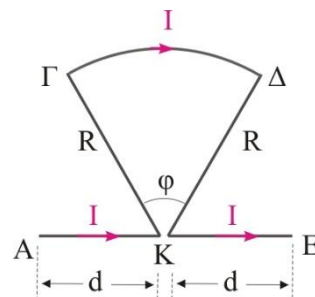
Ένα τμήμα του ρευματοφόρου αγωγού ΑΚΓΔΚΕ του σχήματος διαγράφει την περίμετρο ενός κυκλικού τομέα ακτίνας $R=10\pi\text{cm}$ με επίκεντρη γωνία $\phi=60^\circ$. Ο αγωγός διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I=3\text{A}$. Να υπολογίσετε το μέτρο και την κατεύθυνση του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Κ που οφείλεται

α. στο τμήμα ΑΚ.

β. στο τμήμα ΚΓ.

γ. στο τμήμα ΑΚΓΔΚΕ.

Δίνεται $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{Tm/A}$

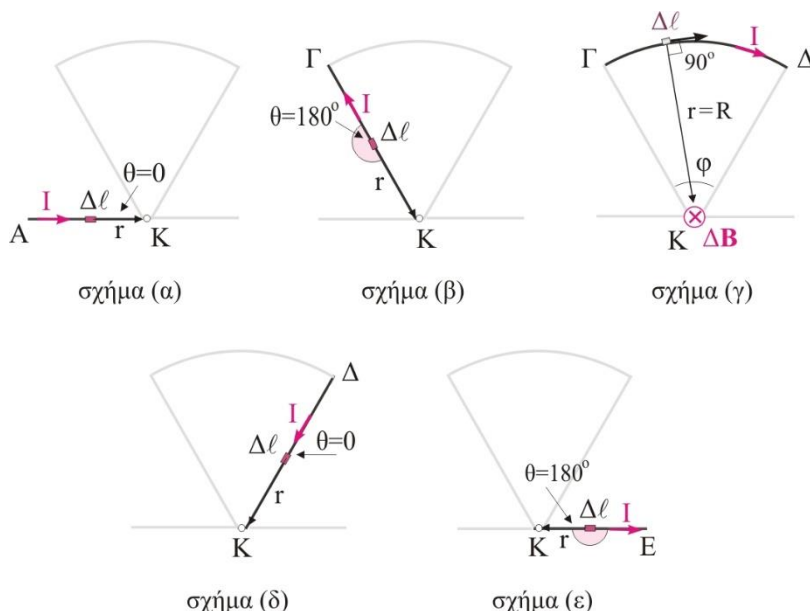


ΕΠΙΛΥΣΗ

Για να βρούμε την ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούν τα επιμέρους τμήματα του ρευματοφόρου αγωγού στο σημείο Κ θα εφαρμόσουμε το νόμο των Biot-Savart για κάθε στοιχειώδες του τμήμα $\Delta\ell$,

$$\Delta B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \Delta\ell}{r^2} \eta \mu \theta$$

και μετά θα αθροίσουμε όλα τα στοιχειώδη ΔB .



α. Στο τμήμα ΑΚ.

Από το σχήμα (α) παρατηρούμε ότι για κάθε στοιχειώδες τμήμα $\Delta\ell$ η απόσταση r και το $\Delta\ell$ σχηματίζουν γωνία $\theta=0^\circ$ ($\eta\mu 0^\circ=0$) με συνέπεια ο ευθύγραμμος αγωγός ΑΚ να μη συνεισφέρει στη δημιουργία μαγνητικού πεδίου στο σημείο Κ. Άρα, η ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί το ευθύγραμμο τμήμα του αγωγού ΑΚ στο σημείο Κ είναι μηδέν.

β. Στο τμήμα ΚΓ.

Από το σχήμα (β) παρατηρούμε ότι για κάθε στοιχειώδες τμήμα $\Delta\ell$ η απόσταση r και το $\Delta\ell$ σχηματίζουν γωνία $\theta=180^\circ$ ($\eta\mu 180^\circ=0$) με συνέπεια ο ευθύγραμμος αγωγός ΚΓ να μη συνεισφέρει στη δημιουργία μαγνητικού πεδίου στο σημείο Κ. Άρα, η ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί το ευθύγραμμο τμήμα ΚΓ στο σημείο Κ είναι μηδέν.

γ. στο τμήμα ΑΚΓΔΚΕ.

Ότι ισχύει για τα τμήματα ΑΚ και ΚΓ ισχύει και για τα ΔΚ και ΚΕ αντίστοιχα (σχήματα δ και ε).

Όμως, το τόξο ΓΔ δημιουργεί μαγνητικό πεδίο στο σημείο Κ (σχήμα γ).

Το διάνυσμα του $\Delta \mathbf{B}$ είναι κάθετο στο επίπεδο που ορίζουν τα r και το $\Delta \ell$ και σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού έχει φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα.

Όλα τα στοιχειώδη $\Delta \mathbf{B}$ έχουν την ίδια κατεύθυνση, οπότε το διανυσματικό τους άθροισμα μεταπίπτει σε αλγεβρικό. . Από το σχήμα (γ) παρατηρούμε ότι για κάθε στοιχειώδες τμήμα $\Delta \ell$ η απόσταση r και το $\Delta \ell$ σχηματίζουν γωνία $\theta=90^\circ$ και $\eta_{\theta}=1$.

$$B_{\Gamma\Delta} = \Delta B_1 + \Delta B_2 + \Delta B_3 + \dots = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \sum \Delta \ell \quad (1)$$

Όμως το $\sum \Delta \ell$ ισούται με το μήκος του τόξου ΓΔ που είναι ίσο με $S_{\Gamma\Delta} = \varphi \cdot R = \frac{\pi}{3} R$

επομένως, $\sum \Delta \ell = \frac{\pi R}{3}$

Με αντικατάσταση στην σχέση (1) παίρνουμε:

$$B_{\Gamma\Delta} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \cdot \frac{\pi R}{3} \Rightarrow B_{\Gamma\Delta} = \frac{\mu_0 I}{12R} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Tm}{A} \cdot 3A}{12 \cdot 0,1\pi m} \Rightarrow B_{\Gamma\Delta} = 10^{-6} T$$

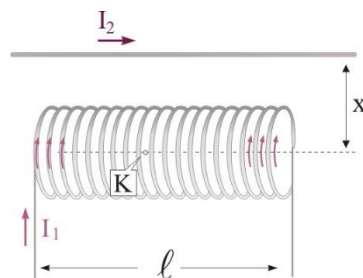
Επομένως, η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Κ που οφείλεται στο τμήμα ΑΚΓΔΚΕ έχει μέτρο

$$B = 10^{-6} T$$

διεύθυνση κάθετη στη σελίδα και σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού έχει φορά από τον αναγνώστη προς το επίπεδο της σελίδας.

Άσκηση 4.

Ένα σωληνοειδές έχει μήκος $L=0,1\pi$ m, αποτελείται από $N=100$ σπείρες και διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I_1 = 0,15$ A, του οποίου η φορά δείχνεται στο σχήμα. Παράλληλα προς τον άξονά του σωληνοειδούς και σε απόσταση $x=0,1$ m απ' αυτόν, τοποθετούμε έναν ευθύγραμμο αγωγό απείρου μήκους που διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I_2=40$ A και φοράς που δείχνεται στο σχήμα.



α. Να βρείτε την ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο K του σωληνοειδούς λόγω του ρεύματος που το διαρρέει.

β. Να βρείτε την ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο K του σωληνοειδούς λόγω του ρεύματος που διαρρέει τον ευθύγραμμο αγωγό.

γ. Να βρείτε το μέτρο της συνολικής έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο K του σωληνοειδούς.

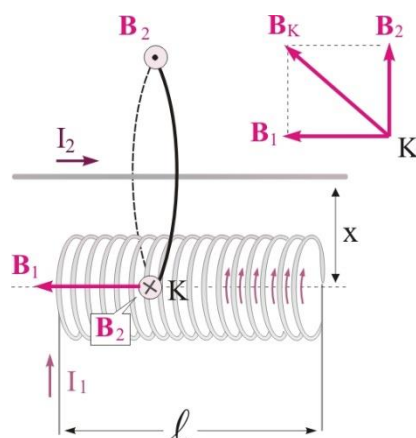
Δίνεται $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm/A}$

ΕΠΙΛΥΣΗ

α. Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο σημείο K που βρίσκεται στο εσωτερικό του ρευματοφόρου σωληνοειδούς και κοντά στο κέντρο του, δίνεται από τη σχέση

$$B_1 = \frac{\mu_0 N I_1}{L}$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές από την εκφώνηση έχουμε



$$B_1 = \frac{\mu_0 N I_1}{L} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Tm}}{\text{A}} \cdot 100 \cdot 0,15 \text{ A}}{0,1\pi \text{ m}} \Rightarrow B_1 = 6 \cdot 10^{-5} \text{ T}$$

Η κατεύθυνση του B_1 είναι ομόρροπη του άξονα του σωληνοειδούς. Εφαρμόζοντας τον κανόνα του δεξιού χεριού βρίσκεται ότι η φορά του διανύσματος B_1 είναι προς τα αριστερά.

β. Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο σημείο K λόγω του ευθύγραμμου ρευματοφόρου αγωγού απείρου μήκους δίνεται από τη σχέση

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_2}{x}$$

Όπου x είναι η απόσταση του σημείου K από τον ευθύγραμμο αγωγό.

Αντικαθιστώντας τις τιμές από την εκφώνηση έχουμε

$$B_2 = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Tm}}{\text{A}} \cdot 2 \cdot 40 \text{ A}}{4\pi \cdot 0,1 \text{ m}} \Rightarrow B_2 = 8 \cdot 10^{-5} \text{ T}$$

Η διεύθυνση του διανύσματος B_2 είναι κάθετη στο επίπεδο της σελίδας και σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού έχει φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα.

Γ. Τα διανύσματα των εντάσεων του μαγνητικού πεδίου B_1 και B_2 στο σημείο Κ είναι κάθετα μεταξύ τους (βλέπε σχήμα). Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας, η συνολική ένταση του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Κ έχει μέτρο που δίνεται από τη σχέση

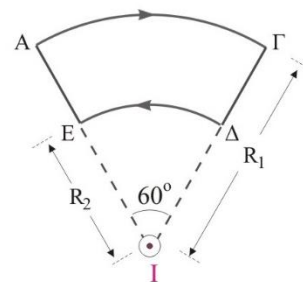
$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} \Rightarrow B = 10^{-4} \text{T}$$

Άσκηση 5.

Το σύμβολο $\odot$ του σχήματος δηλώνει έναν ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό απείρου μήκους που έχει διεύθυνση κάθετη στη σελίδα και διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I=3\text{A}$ με φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη. Σε επίπεδο κάθετο στον αγωγό, έχουμε την κλειστή διαδρομή ΑΓΔΕΑ, όπως δείχνεται στο σχήμα. Να βρείτε τα αθροίσματα $\sum \Delta B_i \Delta \ell_i \sin \vartheta_i$ για τις διαδρομές

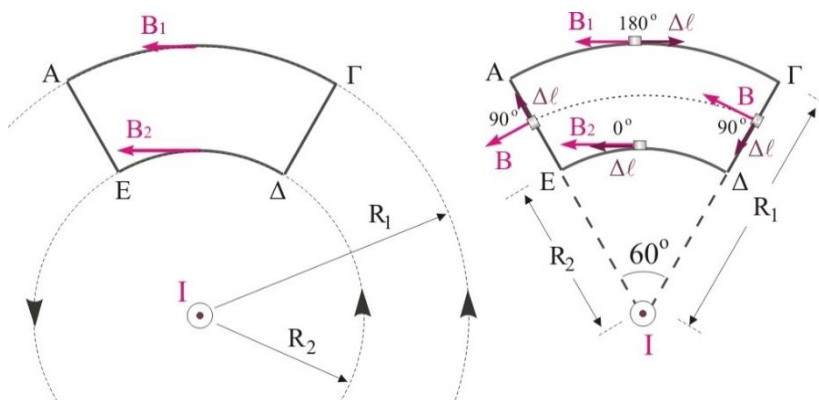
- ΑΓ.
- ΓΔ.
- ΔΕ.
- ΑΓΔΕΑ.

Δίνεται $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{Tm/A}$



ΕΠΙΛΥΣΗ

Ο ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός δημιουργεί μαγνητικό πεδίο του οποίου οι δυναμικές γραμμές είναι ομόκεντροι κύκλοι που βρίσκονται σε επίπεδο κάθετο σε αυτόν και τα κέντρα τους συμπίπτουν με τον αγωγό.



- Για τη διαδρομή ΑΓ.

Το μήκος της διαδρομής είναι $s_{\text{ΑΓ}} = \varphi \cdot R_1 = \frac{\pi}{3} R_1$

Επομένως

$$\sum \Delta B_i \Delta \ell_i \sin \vartheta_i = B_1 (\text{ΑΓ}) \sin 180^\circ = \frac{\mu_0 2I}{4\pi R_1} \frac{\pi R_1}{3} (-1) \Rightarrow \sum \Delta B_i \Delta \ell_i \sin \vartheta_i = -2\pi \cdot 10^{-7} \text{Tm}$$

- Για τη διαδρομή ΓΔ.

Το διάνυσμα της έντασης του μαγνητικού πεδίου $\mathbf{B}$ είναι κάθετο σε κάθε στοιχειώδες τμήμα της διαδρομής αυτής $\Delta \ell$ (δες σχήμα) επομένως

$$\sum \Delta B_i \Delta \ell_i \sin \vartheta_i = 0$$

γ. Για διαδρομή ΔΕ:

Το μήκος της διαδρομής είναι $S_{\Delta E} = \varphi \cdot R_2 = \frac{\pi}{3} R_2$

Επομένως

$$\sum \Delta B_i \Delta \ell_i \sin \theta_i = B_2 (\Delta E) \sin 0^\circ = \frac{\mu_0 2I}{4\pi R_2} \frac{\pi R_2}{3} \Rightarrow \sum \Delta B_i \Delta \ell_i \sin \theta_i = 2\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm}$$

δ. Για τη διαδρομή ΑΓΔΕΑ.

Χωρίζουμε τη διαδρομή στις τέσσερις επιμέρους διαδρομές ΑΓ, ΓΔ, ΔΕ και ΕΑ. Για τις διαδρομές ΑΓ, ΓΔ και ΔΕ το άθροισμα των $\sum \Delta B_i \Delta \ell_i \sin \theta_i$ έχει υπολογιστεί.

Διαδρομή ΕΑ.

Το διάνυσμα της έντασης του μαγνητικού πεδίου **B** είναι κάθετο σε κάθε στοιχειώδες τμήμα της διαδρομής αυτής $\Delta \ell$ (δες σχήμα) επομένως $\theta_i = 90^\circ$ και $\sin \theta_i = 0$.

$$\sum \Delta B_i \Delta \ell_i \sin \theta_i = 0$$

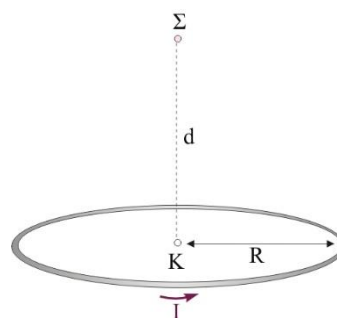
Επομένως, για τη διαδρομή ΑΓΔΕΑ το άθροισμα των $\sum \Delta B_i \Delta \ell_i \sin \theta_i$ είναι

$$\sum \Delta B_i \Delta \ell_i \sin \theta_i = -2\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm} + 2\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm} = 0$$

Σχόλιο: Σύμφωνα με το νόμο του Ampere το αποτέλεσμα ήταν αναμενόμενο, αφού η κλειστή διαδρομή δεν περιέχει ρευματοφόρους αγωγούς.

Άσκηση 6 (ΕΚΤΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΕΑΣ ΥΛΗΣ)

Στο σχήμα δείχνεται ένας οριζόντιος κυκλικός αγωγός ακτίνας R ο οποίος διαρρέεται από σταθερό ρεύμα έντασης I . Στο σημείο Σ το οποίο βρίσκεται πάνω στην κατακόρυφο που διέρχεται από το κέντρο K του δίσκου και απέχει d από αυτό.



α. Να υπολογισθεί η ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ένα στοιχειώδες ευθύγραμμο τμήμα $\Delta\ell$ του αγωγού και να αναλυθεί σε δύο κάθετες συνιστώσες από τις οποίες η μία να βρίσκεται πάνω στην κατακόρυφο $K\Sigma$.

β. Να υπολογισθεί η ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί το αντιδιαμετρικό του τμήματος $\Delta\ell$.

γ. Να υπολογισθεί η ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο κυκλικός αγωγός στο σημείο Σ .

δ. Να γίνει αριθμητική αντικατάσταση για: $I=8,788\text{A}$, $R=0,05\text{m}$, $d=0,12\text{m}$.

Δίνεται $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{Tm/A}$

ΕΠΙΛΥΣΗ

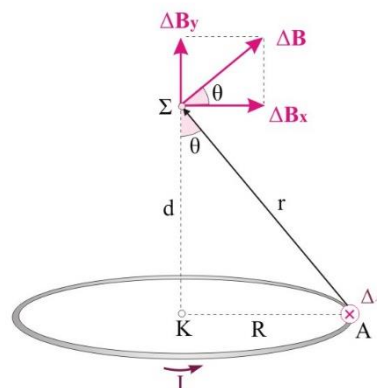
α. Χωρίζουμε τον αγωγό σε πολλά στοιχειώδη τμήματα,

$\Delta\ell_1, \Delta\ell_2, \Delta\ell_3, \dots$,

Το τυχαίο τμήμα $\Delta\ell_i$ δημιουργεί ένταση στο σημείο Σ

που είναι κάθετη στο επίπεδο που ορίζει το $\Delta\ell_i$ και το σημείο Σ και φορά που βρίσκεται με τον κανόνα του δεξιού χεριού, δηλαδή έχει κατεύθυνση όπως αυτή του

σχήματος και μέτρο $\Delta B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \Delta\ell}{r^2} \eta\mu 90^\circ$



Όπου $r = \sqrt{R^2 + d^2}$

Το διάνυσμα του ΔB αναλύεται σε δύο κάθετες συνιστώσες, την ΔB_x και την ΔB_y .

Η γωνία που σχηματίζεται μεταξύ του ΔB και της ΔB_x είναι ίση με την γωνία θ που σχηματίζεται μεταξύ της ΣK και της ΣA (έχουν κάθετες πλευρές). Οπότε

$$\eta\mu\theta = \frac{R}{\sqrt{R^2 + d^2}}, \quad \sigma\upsilon\nu\theta = \frac{d}{\sqrt{R^2 + d^2}}$$

Η συνιστώσα στον άξονα των x είναι:

$$\Delta B_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \Delta\ell_i}{r^2} \sigma\upsilon\nu\theta \Rightarrow \Delta B_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \Delta\ell_i}{R^2 + d^2} \cdot \frac{d}{\sqrt{R^2 + d^2}}$$

Η συνιστώσα στον άξονα των y είναι:

$$\Delta B_y = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \Delta\ell_i}{r^2} \eta\mu\theta = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \Delta\ell_i}{R^2 + d^2} \cdot \frac{R}{\sqrt{R^2 + d^2}}$$

β. Το αντιδιαμετρικό του $\Delta \ell_i$ θα δημιουργεί ένα $\Delta B'$ όπως αυτό του σχήματος, το οποίο αναλύεται πάλι σε δύο κάθετες συνιστώσες. Τη συνιστώσα $\Delta B'_x$ που είναι αντίθετη της ΔB_x και έχει ίδιο μέτρο με αυτήν, οπότε αλληλοαναιρούνται. Τη συνιστώσα $\Delta B'_y$ που είναι ίδιας κατεύθυνσης με τη ΔB_y και έχει ίδιο μέτρο με αυτήν.

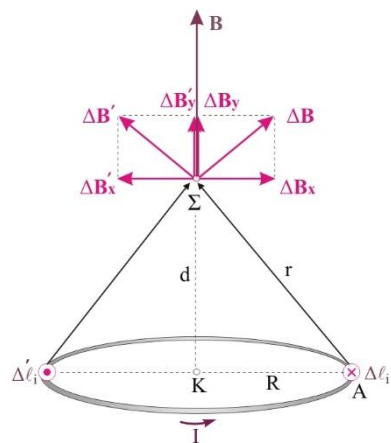
γ. Η ολική ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται στο σημείο K οφείλεται μόνο στις συνιστώσες ΔB_y , καθώς οι συνιστώσες των ΔB_x ανά δύο αναιρούνται.

$$B = \Delta B_{1y} + \Delta B_{2y} + \Delta B_{3y} + \dots = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R^2 + d^2} \cdot \frac{R}{\sqrt{R^2 + d^2}} \sum \Delta \ell_1 + \Delta \ell_2 + \Delta \ell_3 + \dots$$

Όμως, $\sum \Delta \ell_1 + \Delta \ell_2 + \Delta \ell_3 + \dots = 2\pi R$ οπότε παίρνουμε:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + d^2)^{3/2}}$$

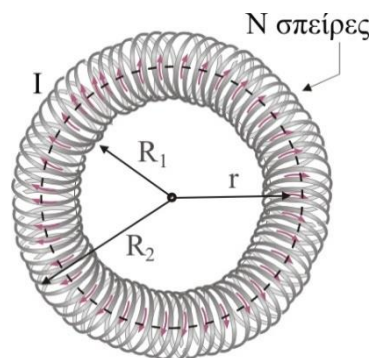
δ. Η αριθμητική αντικατάσταση δίνει $B_2 = 2\pi \cdot 10^{-6} \text{ T}$.



ΘΕΜΑ Δ

Πρόβλημα 1.

Το δακτυλιοειδές πηνίο που δείχνεται στο σχήμα αποτελείται από N πυκνές σπείρες οι οποίες είναι τυλιγμένες έτσι ώστε η όλη κατασκευή να έχει το σχήμα δακτυλιδιού. Η εσωτερική ακτίνα του σχηματιζόμενου δακτυλιδιού είναι R_1 και η εξωτερική R_2 . Το πηνίο, άρα και κάθε σπείρα διαρρέεται από ρεύμα έντασης I .



α. Να βρείτε το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του δακτυλιοειδούς πηνίου σε συνάρτηση με την απόσταση r από το κέντρο του.

β. Να σχεδιάσετε ποιοτικά τη γραφική παράσταση $B=f(r)$ για το εσωτερικό τμήμα του δακτυλιοειδούς πηνίου.

γ. Τα δακτυλιοειδή πηνία χρησιμοποιούνται σε αντιδραστήρες σύντηξης παράγοντας μαγνητικά πεδία μεγάλης έντασης. Ένα τέτοιο πηνίο έχει εσωτερική ακτίνα $R_1=0,8\text{m}$ και εξωτερική $R_2=1,5\text{m}$, 2000 περιελίξεις (σπείρες) και διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I=150\text{A}$. Να βρείτε τις εντάσεις του μαγνητικού πεδίου κατά μήκος της εσωτερικής και εξωτερικής ακτίνας του πηνίου αυτού.

Δίνεται $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{Tm/A}$

ΕΠΙΛΥΣΗ

α. Θα εφαρμόσουμε το νόμο του Ampere. Κατάλληλη κλειστή διαδρομή για εφαρμογή του νόμου του Ampere είναι η περιφέρεια ενός κύκλου ακτίνας r , του οποίου το επίπεδο είναι κάθετο στον άξονα που διέρχεται από το κέντρο του πηνίου. Το διάνυσμα της έντασης του μαγνητικού πεδίου σε κάθε σημείο είναι εφαπτόμενο της περιφέρειας του κύκλου που αντιστοιχεί σε δυναμική γραμμή και το μέτρο της ίδιο για όλα τα σημεία της περιφέρειας.

Διαλέγουμε την κυκλική διαδρομή ακτίνας r με κέντρο αυτό του δακτυλιοειδούς πηνίου και εφαρμόζουμε το νόμο του Ampere.

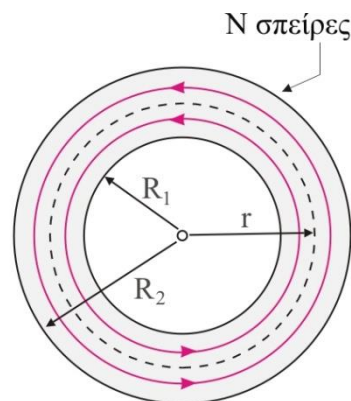
$$\sum \Delta B_i \Delta \ell_i \sin \vartheta_i = \mu_0 I_{\text{εγκ}} \quad , \quad (1)$$

$$\text{όμως, } \sum \Delta B_i \Delta \ell_i \sin \vartheta_i = B \cdot 2\pi r \quad , \quad (2)$$

Συνδυάζοντας τις (1),(2) παίρνουμε:

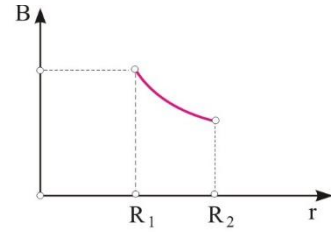
$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 I_{\text{εγκ}} = \mu_0 NI \Rightarrow B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$$

Παρατηρούμε ότι στο εσωτερικό του δακτυλιοειδούς πηνίου το πεδίο δεν είναι ομογενές όπως στο ευθύγραμμο σωληνοειδές πηνίο.



β. Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του σωληνοειδούς είναι αντιστρόφως ανάλογο της απόστασης r και η γραφική παράσταση δείχνεται στο σχήμα.

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}, \quad \mu\epsilon \quad R_1 < r < R_2$$



γ. Οι αριθμητικές αντικαταστάσεις δίνουν για την ένταση του μαγνητικού πεδίου κατά μήκος της εσωτερικής ακτίνας

$$B_1 = \frac{\mu_0 N I}{2\pi R_1} = 7,5 \cdot 10^{-2} \text{ T}$$

και για την ένταση του μαγνητικού πεδίου κατά μήκος της εξωτερικής ακτίνας

$$B_2 = \frac{\mu_0 N I}{2\pi R_2} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ T}.$$

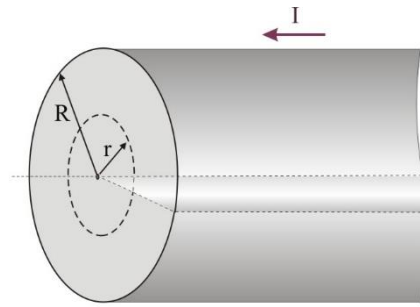
Πρόβλημα 2. (ΕΚΤΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΕΑΣ ΥΛΗΣ)

Στο σχήμα δείχνεται η τομή ενός κυλινδρικού αγωγού ακτίνας $R=1\text{cm}$ που διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I=20\text{A}$. Η πυκνότητα των φορέων του ηλεκτρισμού είναι σταθερή σε όλη τη διατομή του αγωγού.

α. Να βρείτε το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου σε συνάρτηση με την απόσταση r από τον άξονα του κυλινδρικού αγωγού στις περιοχές με $0 < r < R$.

β. Να βρείτε το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου σε συνάρτηση με την απόσταση r από τον άξονα του κυλινδρικού αγωγού στις περιοχές με $r > R$.

γ. Να σχεδιάσετε σε αριθμημένο ορθογώνιο σύστημα αξόνων τη γραφική παράσταση $B=f(r)$ για $r > 0$.

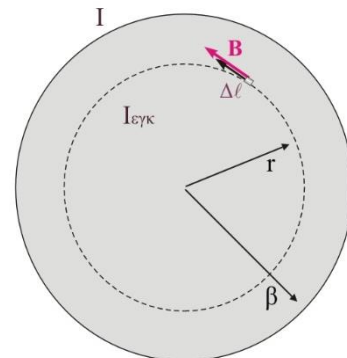


Δίνεται $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{Tm/A}$

ΕΠΙΛΥΣΗ

α. Θα εφαρμόσουμε το νόμο του Ampere.

Από το νόμο των Biot-Savart γνωρίζουμε ότι η ένταση του μαγνητικού πεδίου σε ένα σημείο είναι κάθετη στο επίπεδο που ορίζει ο άξονας του κυλίνδρου και η απόσταση r του σημείου από τον άξονα, το δε μέτρο της εξαρτάται και από την απόσταση του σημείου από τον άξονα του κυλίνδρου. Έτσι, κατάλληλη κλειστή διαδρομή για εφαρμογή του νόμου του Ampere είναι η περιφέρεια ενός κύκλου ακτίνας r , με $0 < r < R$, του οποίου το επίπεδο είναι κάθετο στον άξονα του αγωγού και το κέντρο του βρίσκεται πάνω σε αυτόν. Το διάνυσμα της έντασης σε κάθε σημείο είναι εφαπτόμενο της περιφέρειας του κύκλου που αντιστοιχεί σε δυναμική γραμμή και το μέτρο της ίδιο για όλα τα σημεία της περιφέρειας.



Χωρίζουμε τη διαδρομή σε πολλά ευθύγραμμα στοιχειώδη τμήματα $\Delta\ell$.

Για κάθε $\Delta\ell$ υπολογίζουμε το γινόμενο $\sum B\Delta\ell \sin\theta$. Επειδή τα διανύσματα $\mathbf{B}$ και $\Delta\ell$ σε κάθε θέση έχουν ίδια κατεύθυνση είναι $\theta=0$ μοίρες και $\sin\theta=1$.

Αθροίζοντας τα γινόμενα και επειδή το μέτρο του B είναι κοινό για όλα τα σημεία παίρνουμε

$$\sum B\Delta\ell \sin\theta = \sum B\Delta\ell = B \sum \Delta\ell = B \cdot 2\pi r \quad (1)$$

Σύμφωνα με το νόμο του Ampere

$$\sum B \Delta \ell \sin \theta = \mu_0 I_{\text{εγκ}} \quad (2)$$

Για να προχωρήσουμε στην εφαρμογή του νόμου του Ampere πρέπει να υπολογίσουμε την ένταση του ρεύματος που εγκλείεται από την κλειστή διαδρομή. Σύμφωνα με τα δεδομένα του προβλήματος, το ρεύμα είναι ομοιόμορφα κατανεμημένο στη διατομή του αγωγού, δηλαδή η ένταση του ρεύματος $I_{\text{εγκ}}$ που εγκλείεται είναι ανάλογη της επιφάνειας του αγωγού που εγκλείεται.

$$I_{\text{εγκ}} = \alpha \pi r^2$$

Για την ένταση I που διαρρέει όλη την επιφάνεια του αγωγού θα ισχύει αντίστοιχα:

$$I = \alpha \pi R^2$$

Με διαίρεση κατά μέλη των δύο τελευταίων σχέσεων προκύπτει:

$$\frac{I_{\text{εγκ}}}{I} = \frac{\pi r^2}{\pi R^2} \Rightarrow I_{\text{εγκ}} = I \left(\frac{r}{R} \right)^2 \quad (3)$$

Από το συνδυασμό των παραπάνω σχέσεων (1), (2) και (3) και παίρνοντας υπόψη για την επιλεγείσα φορά διαγραφής το ρεύμα $I_{\text{εγκ}}$ είναι θετικό έχουμε:

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 I \left(\frac{r}{R} \right)^2 \Rightarrow B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{R^2} r \Rightarrow B = 4 \cdot 10^{-2} r, \text{ (SI)} \quad 0 < r \leq R$$

β. Διαλέγουμε ως κλειστή διαδρομή, για εφαρμογή του νόμου του Ampere, την περιφέρεια ενός κύκλου ακτίνας $r > R$, του οποίου το επίπεδο είναι κάθετο στον άξονα του αγωγού και το κέντρο του βρίσκεται πάνω σε αυτόν. Το διάνυσμα της έντασης του μαγνητικού πεδίου σε κάθε σημείο είναι εφαπτόμενο της περιφέρειας του κύκλου που αντιστοιχεί σε δυναμική γραμμή και το μέτρο της ίδιο για όλα τα σημεία της περιφέρειας.

Χωρίζουμε τη διαδρομή σε πολλά ευθύγραμμα στοιχειώδη τμήματα $\Delta \ell$.

Για κάθε $\Delta \ell$ υπολογίζουμε το γινόμενο $\sum B \Delta \ell \sin \theta$. Επειδή τα διανύσματα $\mathbf{B}$ και $\Delta \ell$ σε κάθε θέση έχουν ίδια κατεύθυνση είναι $\theta = 0^\circ$ και $\sin \theta = 1$.

Αθροίζοντας τα γινόμενα και επειδή το μέτρο του B είναι κοινό για όλα τα σημεία παίρνουμε

$$\sum B \Delta \ell \sin \theta = \sum B \Delta \ell = B \sum \Delta \ell = B \cdot 2\pi r$$

Σύμφωνα με το νόμο του Ampere

$$\sum B \Delta \ell \sin \theta = \mu_0 I_{\text{εγκ}} = \mu_0 I$$

Ο συνδυασμός των δύο τελευταίων σχέσεων δίνει:

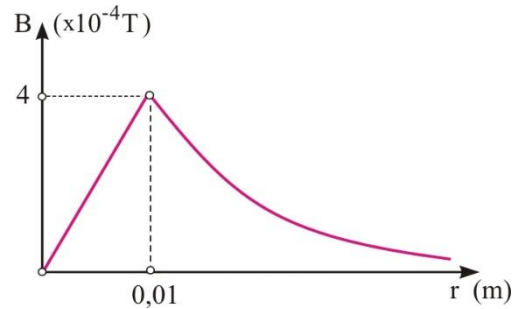
$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 I \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \Rightarrow$$

$$B = \frac{4 \cdot 10^{-6}}{r} \text{ (SI)} , r > 10^{-2} \text{ m}$$

γ. Η συνάρτηση της οποίας ζητείται η γραφική παράσταση έχει δύο κλάδους

$$\begin{cases} B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r = 4 \cdot 10^{-2} \cdot r \text{ (SI)} , 0 \text{ cm} \leq r < 1 \text{ cm} \\ B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = 4 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{1}{r} \text{ (SI)} , 1 \text{ cm} \leq r \end{cases}$$

Για $r=0,01\text{m}$ παίρνουμε $B = 4 \cdot 10^{-4} \text{ T}$



Ημερομηνία τροποποίησης: 08/12/2022

Επιμέλεια: Αντώνιος Παλόγος, Ηλίας Ποντικός
 Επιστημονικός έλεγχος: Αντώνιος Παλόγος