

ΑΑΤ

	1 ^ο ΘΕΜΑ	2 ^ο ΘΕΜΑ	3 ^ο ΘΕΜΑ	4 ^ο ΘΕΜΑ
2002ΗΜ	4			
2002ΕΣΠ	4			+
2002ΟΜ		1		
2003ΗΜ		4		+ (ΡΑΒΔΟΣ)
2003ΕΠΗΜ				+
2003ΕΣΠ	4			+ (ΡΑΒΔΟΣ)
2003ΟΜ	2			+
2004ΗΜ		4		
2004ΕΠΗΜ				+ (ΤΡΟΧΑΛΙΑ)
2004ΕΣΠ				+
2004ΕΠΕΣΠ	4			
2004ΟΜ	4			
2005ΗΜ		3		
2005ΕΠΗΜ				
2005ΕΣΠ	1			
2005ΟΜ	1			+
2006ΗΜ			+	
2006ΕΠΗΜ				+ (4 ^ο ΚΕΦ)
2006ΕΣΠ	2		+	
2006ΟΜ				+
2007ΗΜ				
2007ΕΠΗΜ				+
2007ΕΣΠ			+	
2007ΟΜ		1		
2008ΗΜ	4			
2008ΕΠΗΜ		3		
2008ΕΣΠ				+
2008ΟΜ	3, 5α	1		
2009ΗΜ	2	3		
2009ΕΠΗΜ				
2009ΕΣΠ	2			
2009ΟΜ		1		+
2010 ΗΜ		2		
2010 ΕΠΗΜ			+	
2010 ΕΣΠ	5α			+
2010 ΕΠΕΣΠ		1		
2010 ΟΜ	3	3		
2011 ΗΜ		1		
2011 ΕΠΗΜ	5α			+
2011 ΕΣΠ	4			
2011 ΕΠΕΣΠ	5α			+
2011 ΟΜ	4			

ΘΕΜΑ 1ο

1. Σε μια απλή αρμονική ταλάντωση έχουν πάντα την ίδια φορά:

- α.** η ταχύτητα και η επιτάχυνση. **β.** η ταχύτητα και η απομάκρυνση.
γ. η δύναμη επαναφοράς και η απομάκρυνση. **δ.** η δύναμη επαναφοράς και η επιτάχυνση.

2. Ένα σώμα εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση. Όταν διέρχεται από τη θέση ισορροπίας

- α. η κινητική του ενέργεια είναι μηδέν.
β. η επιτάχυνσή του είναι μέγιστη.
γ. η δύναμη επαναφοράς είναι μηδέν.
δ. η δυναμική του ενέργεια είναι μέγιστη.

3. Σε μία γραμμική αρμονική ταλάντωση διπλασιάζουμε το πλάτος της. Τότε:

- α. η περίοδος διπλασιάζεται. β. η συχνότητα διπλασιάζεται.
γ. η ολική ενέργεια παραμένει σταθερή. δ. η μέγιστη ταχύτητα διπλασιάζεται.

4. Ένα σύστημα ελατηρίου—μάζας εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A . Αν τετραπλασιάσουμε την ολική ενέργεια της ταλάντωσης αυτού του συστήματος, τότε

- α. η συχνότητα ταλάντωσης θα διπλασιαστεί. β. η σταθερά επαναφοράς θα τετραπλασιαστεί.
γ. το πλάτος της ταλάντωσης θα τετραπλασιαστεί.
δ. η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης θα διπλασιαστεί.

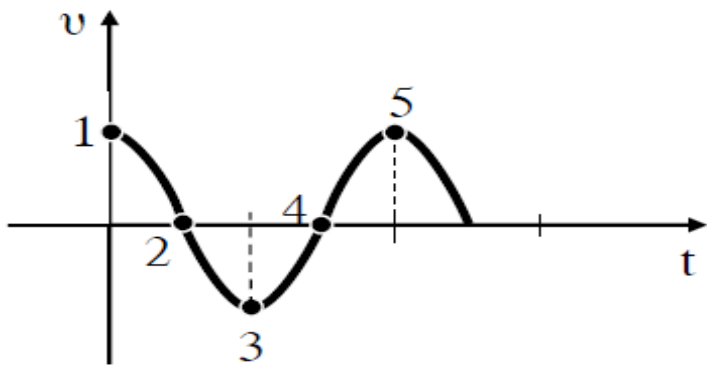
5. Σώμα μάζας m που είναι προσδεδεμένο σε οριζόντιο ελατήριο σταθεράς k , όταν απομακρύνεται από τη θέση ισορροπίας κατά A , εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο T . Αν τετραπλασιάσουμε την απομάκρυνση A , η περίοδος της ταλάντωσης γίνεται

- α . $2T$. β . T . γ . $T/2$. δ . $4T$.**

6. Ένα σώμα εκτελεί αρμονική ταλάντωση πλάτους A . Η ταχύτητα του σώματος

- α. έχει την ίδια φάση με την επιτάχυνση α. β. είναι μέγιστη στις ακραίες θέσεις.
γ. είναι μέγιστη, κατά μέτρο, στη θέση ισορροπίας.
δ. έχει πάντα αντίθετη φορά από τη δύναμη επαναφοράς.

7. Το διάγραμμα του σχήματος παριστάνει την ταχύτητα ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε συνάρτηση με το χρόνο. Στην περίπτωση αυτή



- α. στα σημεία 1 και 5 το σώμα βρίσκεται στη μέγιστη απομάκρυνση.
β. στα σημεία 2 και 4 το σώμα βρίσκεται στη μέγιστη απομάκρυνση.

γ. στα σημεία 4 και 5 το σώμα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας.

δ. στα σημεία 3 και 4 το σώμα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας.

8. Στην απλή αρμονική ταλάντωση, το ταλαντούμενο σώμα έχει μέγιστη ταχύτητα:

α. στις ακραίες θέσεις της τροχιάς του.

β. όταν η επιτάχυνση είναι μέγιστη.

γ. όταν η δύναμη επαναφοράς είναι μέγιστη. δ. όταν η δυναμική του ενέργεια είναι μηδέν.

9. Στην απλή αρμονική ταλάντωση

α. η δυναμική ενέργεια παραμένει σταθερή. β. η ολική ενέργεια μεταβάλλεται

αρμονικά με το χρόνο. γ. η ολική ενέργεια παραμένει σταθερή. δ. η κινητική ενέργεια παραμένει σταθερή.

ΘΕΜΑ 2ο

1. Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 με ίσες μάζες ισορροπούν κρεμασμένα από κατακόρυφα ιδανικά ελατήρια με σταθερές k_1 και k_2 αντίστοιχα, που συνδέονται με τη σχέση $k_1 = k_2/2$. Απομακρύνουμε τα σώματα Σ_1 και Σ_2 από τη θέση ισορροπίας τους κατακόρυφα προς τα κάτω κατά x και $2x$ αντίστοιχα και τα αφήνουμε ελεύθερα την ίδια χρονική στιγμή, οπότε εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση. Τα σώματα διέρχονται για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας τους:

α. ταυτόχρονα.

β. σε διαφορετικές χρονικές στιγμές με πρώτο το Σ_1 .

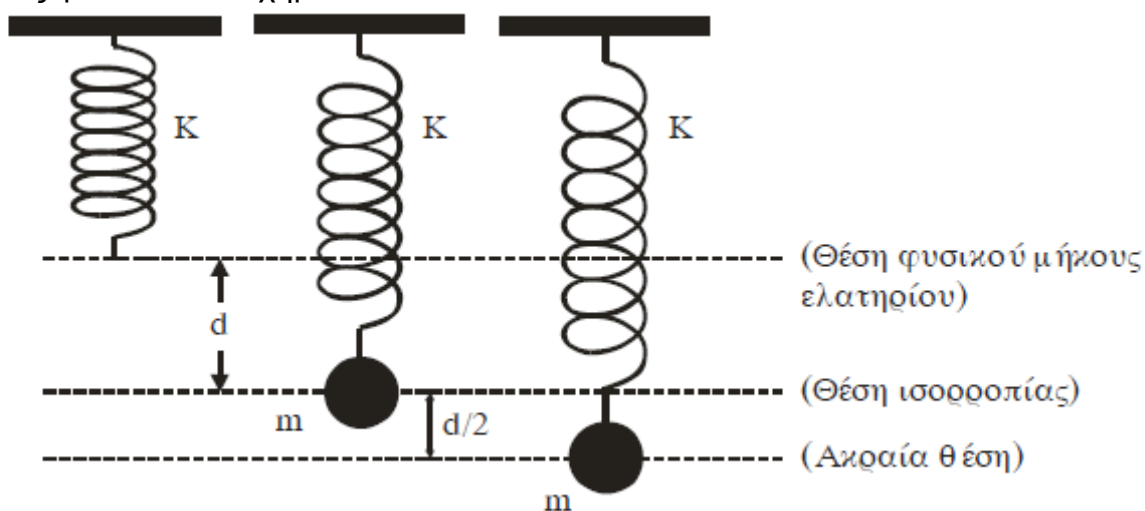
γ. σε διαφορετικές χρονικές στιγμές με πρώτο το Σ_2 .

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 2

Μονάδες 6

2. Στην κάτω άκρη κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς K , η πάνω άκρη του οποίου είναι στερεωμένη σε ακλόνητο σημείο, σώμα μάζας m εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $d/2$, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Όταν το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας, η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι d . Στην κατώτερη θέση της ταλάντωσης του σώματος, ο λόγος της δύναμης του ελατηρίου προς τη δύναμη επαναφοράς είναι

α. $\left| \frac{F_{ελ}}{F_{επαν}} \right| = \frac{1}{3}$.

β. $\left| \frac{F_{ελ}}{F_{επαν}} \right| = 3$.

γ. $\left| \frac{F_{ελ}}{F_{επαν}} \right| = 2$.

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 3

Μονάδες 6

3. Σώμα μάζας M έχει προσδεθεί στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς K του οποίου το άνω άκρο είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Απομακρύνουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά απόσταση a από τη θέση ισορροπίας και το αφήνουμε ελεύθερο να κάνει ταλάντωση. Επαναλαμβάνουμε το πείραμα και με ένα άλλο ελατήριο σταθεράς $K' = 4K$.

Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις των δυναμικών ενεργειών των δύο ταλαντώσεων σε συνάρτηση με την απομάκρυνση στο ίδιο διάγραμμα.

Μονάδες 6

4. Στα κάτω άκρα δύο κατακόρυφων ελατηρίων A και B των οποίων τα άλλα άκρα είναι ακλόνητα στερεωμένα, ισορροπούν δύο σώματα με ίσες μάζες. Απομακρύνουμε και τα δύο σώματα προς τα κάτω κατά d και τα αφήνουμε ελεύθερα, ώστε αυτά να εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση. Αν η σταθερά του ελατηρίου A είναι τετραπλάσια από τη σταθερά του ελατηρίου B , ποιος είναι τότε ο λόγος των μέγιστων ταχυτήτων v_{Amax}/v_{Bmax} , των δύο σωμάτων;

α. $1/2$ β. 1 γ. 2

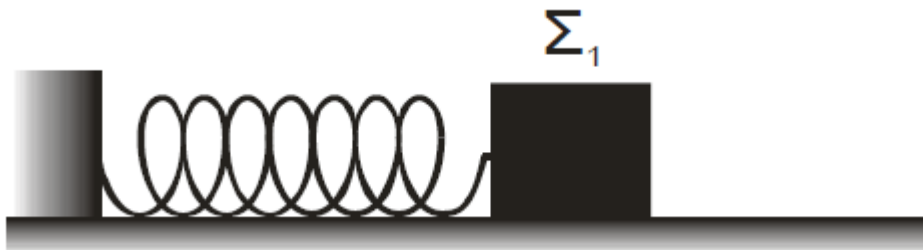
Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 2

Μονάδες 6

5. Το σώμα Σ_1 του παρακάτω σχήματος είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητο. Το σώμα Σ_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Το μέτρο της μέγιστης επιτάχυνσης του Σ_1 είναι a_{1max} . Το σώμα Σ_1 αντικαθίσταται από άλλο σώμα Σ_2 διπλάσιας μάζας, το οποίο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση ίδιου πλάτους A .



Για το μέτρο a_{2max} της μέγιστης επιτάχυνσης του Σ_2 , ισχύει:

α. $a_{2max} = \frac{a_{1max}}{2}$ β. $a_{2max} = a_{1max}$ γ. $a_{2max} = 2 \cdot a_{1max}$.

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή σχέση.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 2

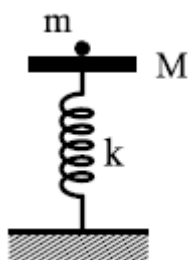
Μονάδες 6

6. Δίσκος μάζας M είναι στερεωμένος στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k , και ισορροπεί (όπως στο σχήμα). Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο στο έδαφος. Στο δίσκο τοποθετούμε χωρίς αρχική ταχύτητα σώμα μάζας m . Το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η ενέργεια της ταλάντωσης είναι:

α. $\frac{1}{2} \frac{m^2 g^2}{k}$

β. $\frac{1}{2} \frac{M^2 g^2}{k}$

γ. $\frac{1}{2} \frac{(m+M)^2}{k} g^2$



Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6).

7. Τα δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 με μάζες m και $2m$ αντίστοιχα είναι δεμένα στα άκρα δύο ελατηρίων με σταθερές K και $K/2$, όπως φαίνεται στο σχήμα, και εκτελούν απλές αρμονικές ταλαντώσεις με ίσες ενέργειες ταλάντωσης. Οι τριβές θεωρούνται αμελητέες.



Το πλάτος ταλάντωσης A_1 του σώματος Σ_1 είναι

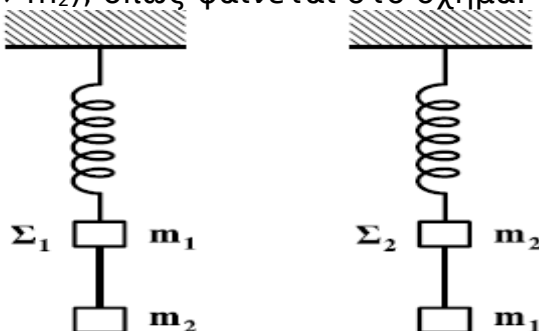
α. μικρότερο **β.** ίσο **γ.** μεγαλύτερο

από το πλάτος ταλάντωσης A_2 του σώματος Σ_2 .

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή φράση (μονάδες 2).

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 7).

8. Δύο όμοια ιδανικά ελατήρια κρέμονται από δύο ακλόνητα σημεία. Στα κάτω άκρα των ελατηρίων δένονται σώματα Σ_1 μάζας m_1 και Σ_2 μάζας m_2 . Κάτω από το σώμα Σ_1 δένουμε μέσω αβαρούς νήματος άλλο σώμα μάζας m_2 , ενώ κάτω από το Σ_2 σώμα μάζας m_1 ($m_1 \neq m_2$), όπως φαίνεται στο σχήμα.



Αρχικά τα σώματα είναι ακίνητα. Κάποια στιγμή κόβουμε τα νήματα και τα σώματα Σ_1 και Σ_2 αρχίζουν να ταλαντώνονται. Αν η ενέργεια της ταλάντωσης του Σ_1 είναι E_1 και του Σ_2 είναι E_2 , τότε:

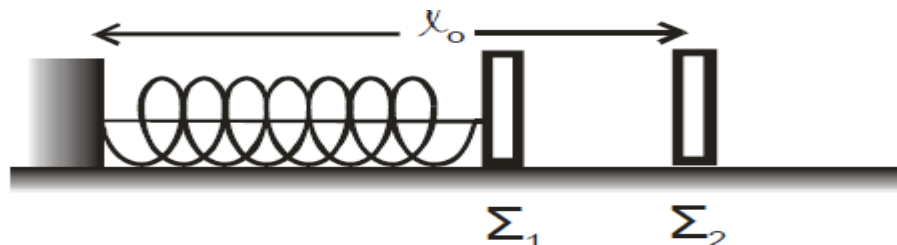
α. $\frac{E_1}{E_2} = \frac{m_2}{m_1}$ **β.** $\frac{E_1}{E_2} = \frac{m_2^2}{m_1^2}$ **γ.** $\frac{E_1}{E_2} = 1$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2)

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6)

ΘΕΜΑ 3ο

1. Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 , αμελητέων διαστάσεων, με μάζες $m_1=1\text{kg}$ και $m_2=3\text{kg}$ αντίστοιχα είναι τοποθετημένα σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το σώμα Σ_1 είναι δεμένο στη μία άκρη οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{ N/m}$. Η άλλη άκρη του ελατηρίου, είναι ακλόνητα στερεωμένη. Το ελατήριο με τη βοήθεια νήματος είναι συσπειρωμένο κατά $0,2\text{m}$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το Σ_2 ισορροπεί στο οριζόντιο επίπεδο στη θέση που αντιστοιχεί στο φυσικό μήκος ℓ_0 του ελατηρίου. Κάποια χρονική στιγμή κόβουμε το νήμα και το σώμα Σ_1 κινούμενο προς τα δεξιά συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα Σ_2 . Θεωρώντας ως αρχή μέτρησης των χρόνων τη στιγμή της κρούσης και ως θετική φορά κίνησης την προς τα δεξιά, να υπολογίσετε:



α. την ταχύτητα του σώματος Σ_1 λίγο πριν την κρούση του με το σώμα Σ_2 . **Μονάδες 6**

β. τις ταχύτητες των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 , αμέσως μετά την κρούση. **Μονάδες 6**

γ. την απομάκρυνση του σώματος Σ_1 , μετά την κρούση, σε συνάρτηση με το χρόνο. **Μονάδες 6**

δ. την απόσταση μεταξύ των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 όταν το σώμα Σ_1 ακινητοποιείται στιγμιαία για δεύτερη φορά. **Μονάδες 7**

Δεχθείτε την κίνηση του σώματος Σ_1 τόσο πριν, όσο και μετά την κρούση ως απλή αρμονική ταλάντωση σταθεράς k . Δίνεται $\pi=3,14$

2. Το σώμα Σ του σχήματος είναι συνδεδεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=900 \text{ N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Το σύστημα ταλαντώνεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με περίοδο $T=(\pi/15) \text{ s}$. Το σώμα τη χρονική στιγμή $t=0$ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του με ταχύτητα $u=6 \text{ m/s}$ κινούμενο προς τα δεξιά. Να βρείτε:

A. Το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος. **Μονάδες 5**

B. Τη μάζα του σώματος. **Μονάδες 5**

Γ. Την απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με το χρόνο και να τη σχεδιάσετε σε αριθμημένους άξονες για το χρονικό διάστημα από 0 έως $(2\pi/15) \text{ s}$. **Μονάδες 8**

Δ. Για ποιες απομακρύνσεις ισχύει $K=3U$, όπου K η κινητική ενέργεια και U η δυναμική ενέργεια του συστήματος. **Μονάδες 7**

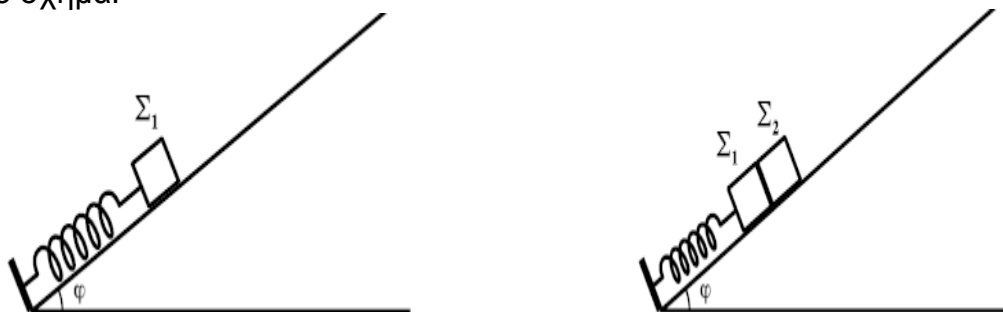
3. Στο ένα άκρο ιδανικού ελατηρίου είναι στερεωμένο σώμα μάζας $m_1=1,44 \text{ kg}$, ενώ το άλλο του άκρο είναι ακλόνητο. Πάνω στο σώμα κάθετα ένα πουλί μάζας m_2 και το σύστημα ταλαντώνεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του συστήματος είναι $0,4\pi \text{ m/s}$ και η δυναμική του ενέργεια μηδενίζεται κάθε $0,5 \text{ s}$. Όταν το σύστημα διέρχεται από την ακραία θέση ταλάντωσης, το πουλί πετά κατακόρυφα και το νέο σύστημα ταλαντώνεται με κυκλική συχνότητα $2,5\pi \text{ rad/s}$. Να βρείτε:

A. Την περίοδο και το πλάτος της αρχικής ταλάντωσης. **Μονάδες 6**

B. Τη σταθερά του ελατηρίου. **Μον. 6** Γ. Τη μέγιστη ταχύτητα της νέας ταλάντωσης. **Μον.6**

Δ. Τη μάζα του πουλιού. **Μονάδες 7**

4. Σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 1 \text{ kg}$ ισορροπεί πάνω σε λείο κεκλιμένο επίπεδο που σχηματίζει με τον ορίζοντα γωνία $\varphi = 30^\circ$. Το σώμα Σ_1 είναι δεμένο στην άκρη ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $K = 100 \text{ N/m}$ το άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Εκτρέπουμε το σώμα Σ_1 κατά $d_1 = 0,1 \text{ m}$ από τη θέση ισορροπίας του κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου και το αφήνουμε ελεύθερο.

Γ1. Να αποδείξετε ότι το σώμα Σ_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. **Μονάδες 5**

Γ2. Να υπολογίσετε τη μέγιστη τιμή του μέτρου του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_1 . **Μονάδες 5**

Μετακινούμε το σώμα Σ_1 προς τα κάτω κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου μέχρι το ελατήριο να συμπιεστεί από το φυσικό του μήκος κατά $\Delta l = 0,3\text{m}$. Τοποθετούμε ένα δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 1\text{kg}$ στο κεκλιμένο επίπεδο, ώστε να είναι σε επαφή με το σώμα Σ_1 , και ύστερα αφήνουμε τα σώματα ελεύθερα.

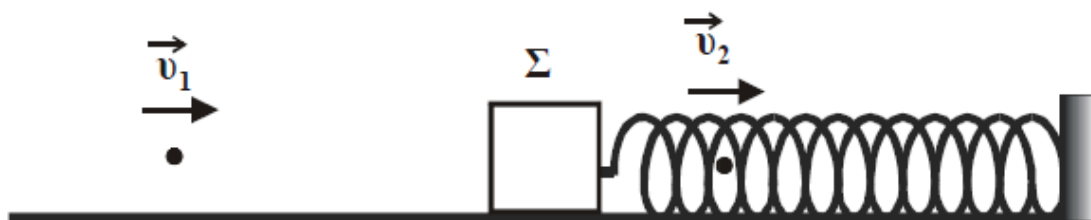
Γ3. Να υπολογίσετε τη σταθερά επαναφοράς του σώματος Σ_2 κατά τη διάρκεια της ταλάντωσής του. **Μονάδες 6**

Γ4. Να υπολογίσετε σε πόση απόσταση από τη θέση που αφήσαμε ελεύθερα τα σώματα χάνεται η επαφή μεταξύ τους. **Μονάδες 9**

Δίνονται: $\eta\mu 30^\circ = 1/2$, $g = 10\text{m/s}^2$

ΘΕΜΑ 4ο

1. Σώμα Σ μάζας $M = 0,1\text{ kg}$ είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζοντίου ελατηρίου και ηρεμεί. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι σταθερά συνδεδεμένο με κατακόρυφο τοίχο. Μεταξύ σώματος και οριζοντίου δαπέδου δεν εμφανίζονται τριβές. Βλήμα μάζας $m = 0,001\text{ kg}$ κινούμενο κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου με ταχύτητα $u_1 = 200\text{ m/s}$ διαπερνά ακαριαία το σώμα Σ και κατά την έξοδό του η ταχύτητά του γίνεται $u_2 = u_1/2$. Αν η σταθερά του ελατηρίου $k = 1000\text{ N/m}$ να βρεθούν:



α. Η ταχύτητα v με την οποία θα κινηθεί το σώμα Σ αμέσως μετά την έξοδο του βλήματος. **Μον. 6**

β. Η μέγιστη επιμήκυνση του ελατηρίου.

Μονάδες 6

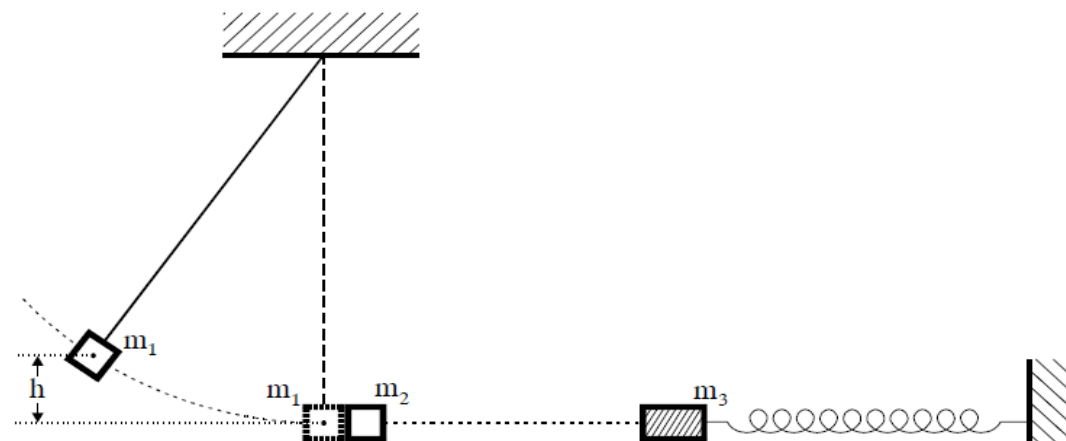
γ. Η περίοδος με την οποία ταλαντώνεται το σώμα Σ .

Μονάδες 6

δ. Η ελάττωση της μηχανικής ενέργειας κατά την παραπάνω κρούση.

Μονάδες 7

2. Σώμα μάζας $m_1 = 0,1\text{ kg}$ που είναι προσδεμένο στο άκρο τεντωμένου νήματος αφήνεται ελεύθερο από ύψος h , όπως φαίνεται στο σχήμα. Όταν το νήμα βρίσκεται στην κατακόρυφη θέση, το σώμα έχει ταχύτητα μέτρου $U_1 = 2\text{ m/sec}$ και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας m_2 , όπου $m_2 = m_1$.



Το σώμα μάζας m_2 , μετά την σύγκρουση, κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με σώμα μάζας $m_3 = 0,7 \text{ kg}$. Το σώμα μάζας m_3 είναι προσδεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 20 \text{ N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Τη στιγμή της σύγκρουσης, το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος και ο άξονάς του συμπίπτει με τη διεύθυνση της κίνησης του σώματος μάζας m_2 . Να θεωρήσετε αμελητέα τη χρονική διάρκεια των κρούσεων και τη μάζα του νήματος.

Δίνονται: $g = 10 \text{ ms}^{-2}$, $\sin \pi/3 = 0,5$. Να υπολογίσετε:

α. το ύψος h από το οποίο αφέθηκε ελεύθερο το σώμα μάζας m_1 .

Μονάδες 5

β. το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m_2 , με την οποία προσκρούει στο σώμα μάζας m_3

Μονάδες 5

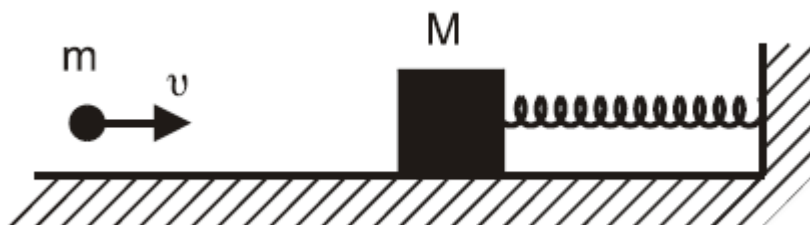
γ. το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το συσσωμάτωμα που προέκυψε από την πλαστική κρούση.

Μονάδες 7

δ. το μέτρο της ορμής του συσσωματώματος μετά από χρόνο $t = \pi/5 \text{ s}$ από τη χρονική στιγμή που αυτό άρχισε να κινείται.

Μονάδες 8

3. Ακίνητο σώμα μάζας $M = 9 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$ βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και είναι προσδεμένο στην άκρη οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $K = 1000 \text{ N/m}$. Η άλλη άκρη του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένη, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Βλήμα μάζας $m = 1 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$ που κινείται κατά τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου με ταχύτητα u , συγκρούεται με το ακίνητο σώμα μάζας M και σφηνώνεται σ' αυτό.

Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A = 0,1 \text{ m}$.

A. Να υπολογίσετε:

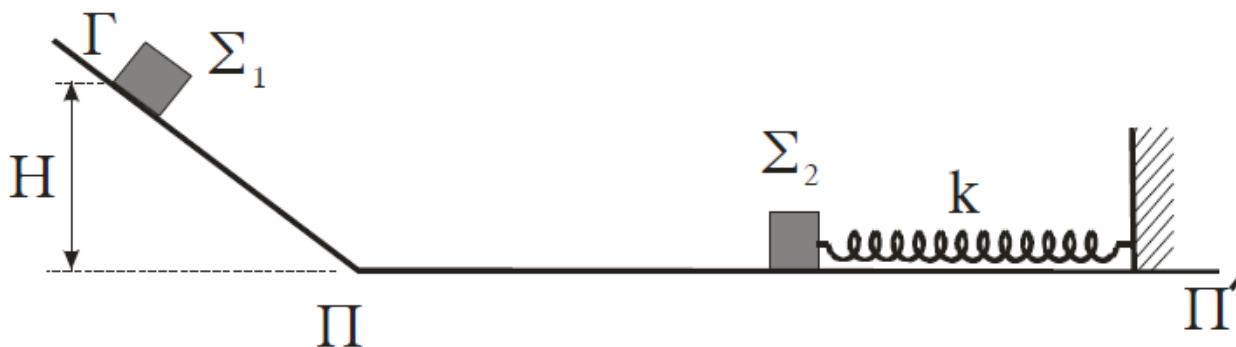
α. την περίοδο T της ταλάντωσης του συσσωματώματος. **Μονάδες 4**

β. την ταχύτητα του συσσωματώματος, αμέσως μετά την κρούση. **Μονάδες 8**

γ. την ταχύτητα u , με την οποία το βλήμα προσκρούει στο σώμα μάζας M . **Μονάδες 8**

B. Να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης της ταλάντωσης σε σχέση με το χρόνο. **Μονάδες 5**

4. Το σώμα Σ_2 του σχήματος που έχει μάζα $m_2 = 2 \text{ kg}$ είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς k , του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητο. Το σώμα Σ_2 ταλαντώνεται οριζόντια πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο $\Pi\Pi'$ με πλάτος $A = 0,1 \text{ m}$ και περίοδο $T = \pi/5 \text{ s}$



A. Να υπολογίσετε:

1. Την τιμή της σταθεράς k του ελατηρίου. **Μονάδες 6**

2. Τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του σώματος Σ_2 . **Μονάδες 6**

B. Το σώμα Σ_1 του σχήματος με μάζα $m_1 = 2 \text{ kg}$ αφήνεται ελεύθερο να ολισθήσει πάνω στο λείο πλάγιο επίπεδο, από τη θέση Γ. Η κατακόρυφη απόσταση της θέσης Γ από το οριζόντιο επίπεδο είναι $H = 1,8 \text{ m}$.

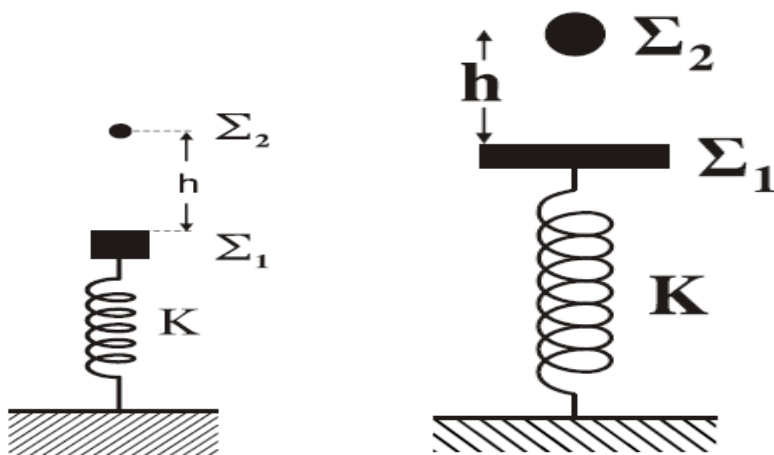
Το σώμα Σ_1 , αφού φθάσει στη βάση του πλάγιου επιπέδου, συνεχίζει να κινείται, χωρίς να αλλάξει μέτρο ταχύτητας, πάνω στο οριζόντιο επίπεδο ΠΠ'. Το Σ_1 συγκρούεται μετωπικά (κεντρικά) και ελαστικά με το σώμα Σ_2 τη στιγμή που το Σ_2 έχει τη μέγιστη ταχύτητά του και κινείται αντίθετα από το Σ_1 .

1. Να υπολογίσετε τη μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου μετά από αυτή την κρούση. **Μον. 7**

2. Να δείξετε πως στη συνέχεια το σώμα Σ_2 θα προλάβει το σώμα Σ_1 και θα συγκρουστούν πάλι πριν το σώμα Σ_1 φτάσει στη βάση του πλάγιου επιπέδου. Η απόσταση από τη βάση του πλάγιου επιπέδου μέχρι το κέντρο της ταλάντωσης του Σ_2 είναι αρκετά μεγάλη. Η διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα. Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$

Μονάδες 6

5. Κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς $K = 100 \text{ N/m}$ (**αριστερό σχήμα**) έχει το κάτω άκρο του στερεωμένο στο δάπεδο. Στο επάνω άκρο του ελατηρίου έχει προσδεθεί σώμα Σ_1 με μάζα $M = 4 \text{ kg}$ που ισορροπεί. Δεύτερο σώμα Σ_2 με μάζα $m = 1 \text{ kg}$ βρίσκεται πάνω από το πρώτο σώμα Σ_1 σε άγνωστο ύψος h , όπως φαίνεται στο σχήμα.



Μετακινούμε το σώμα Σ_1 προς τα κάτω κατά $d = \pi/20 \text{ m}$ και το αφήνουμε ελεύθερο, ενώ την ίδια στιγμή αφήνουμε ελεύθερο και το δεύτερο σώμα Σ_2 .

α. Να υπολογίσετε την τιμή του ύψους h ώστε τα δύο σώματα να συναντηθούν στη θέση ισορροπίας του σώματος Σ_1 . **Μονάδες 6**

β. Αν η κρούση των δύο σωμάτων είναι πλαστική να δείξετε ότι το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση ακινητοποιείται στιγμιαία. **Μονάδες 6**

γ. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος. **Μονάδες 6**

δ. Να υπολογίσετε το μέτρο της μέγιστης δύναμης που ασκεί το ελατήριο στο συσσωμάτωμα. Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$. Να θεωρήσετε ότι $\pi^2 = 10$.

Μονάδες 7

6. Σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 7 \text{ kg}$ (**δεξιό σχήμα**) ισορροπεί δεμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $K = 100 \text{ N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο στο δάπεδο. Από ύψος $h = 3,2 \text{ m}$ πάνω από το Σ_1 στην ίδια κατακόρυφο με τον άξονα του ελατηρίου αφήνεται ελεύθερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 1 \text{ kg}$, το οποίο συγκρούεται με το Σ_1 κεντρικά και πλαστικά.

Να υπολογίσετε

α. το μέτρο της ταχύτητας u_2 του Σ_2 οριακά πριν αυτό συγκρουστεί με το Σ_1 . **Μονάδες 6**

β. το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση. **Μονάδες 6**

γ. το πλάτος A της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

Μονάδες 6

δ. τη μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου.

Μονάδες 7

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

7. Το σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 1 \text{ kg}$ του επόμενου σχήματος αφήνεται να ολισθήσει από την κορυφή λείου κατακόρυφου τεταρτοκυκλίου ακτίνας $R = 1,8 \text{ m}$. Στη συνέχεια το σώμα Σ_1 κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 2 \text{ kg}$. Το σώμα Σ_2 είναι στερεωμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k = 300 \text{ N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Τη στιγμή της κρούσης η ταχύτητα του Σ_1 είναι παράλληλη με τον άξονα του ελατηρίου. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10 \text{ m/s}^2$. Να βρείτε:



Α. Την ταχύτητα του σώματος Σ_1 , στο οριζόντιο επίπεδο, πριν συγκρουστεί με το Σ_2 . **Μονάδες 6**

Β. Την ταχύτητα του συσσωματώματος, αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 6

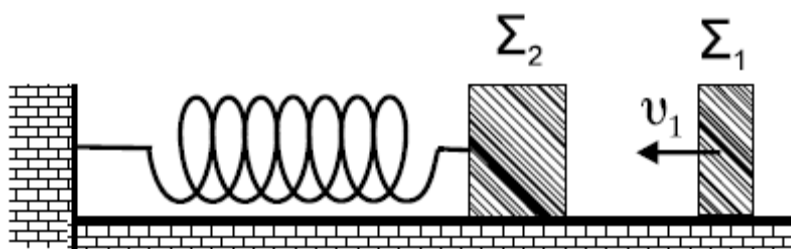
Γ. Το διάστημα που διανύει το συσσωμάτωμα, μέχρι η ταχύτητά του να μηδενιστεί για πρώτη φορά.

Μονάδες 6

Δ. Το χρονικό διάστημα από τη στιγμή της κρούσης, μέχρι τη στιγμή που η ταχύτητα του συσσωματώματος μηδενίζεται για δεύτερη φορά.

Μονάδες 7

8. Το σώμα Σ_1 του σχήματος έχει μάζα 1 Kg , κινείται με ταχύτητα $u_1 = 8 \text{ m/s}$ σε λείο και οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα Σ_2 , μάζας 3 Kg . Το Σ_2 είναι δεμένο στην άκρη οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς 300 N/m , που βρίσκεται στο φυσικό μήκος του.



Να υπολογίσετε:

Δ1. τις ταχύτητες των δύο σωμάτων μετά την κρούση. **Μονάδες 6**

Δ2. την περίοδο της ταλάντωσης του σώματος Σ_2 . **Μονάδες 6**

Δ3. την ενέργεια με την οποία ταλαντώνεται το σώμα Σ_2 . **Μονάδες 6**

Δ4. την απόσταση μεταξύ των σωμάτων όταν το Σ_2 επιστρέφει για πρώτη φορά στο σημείο της κρούσης. **Μονάδες 7**

ΘΕΜΑ 4°

Σώμα μάζας $m_1=3\text{Kg}$ είναι στερεωμένο στην άκρη οριζοντίου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $K=400 \frac{\text{N}}{\text{m}}$, του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο.

Το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε λείο οριζόντιο επίπεδο με περίοδο T και πλάτος $A=0,4\text{m}$. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ το σώμα βρίσκεται στη θέση της μέγιστης θετικής απομάκρυνσης.

Τη χρονική στιγμή $t = \frac{T}{6}$, ένα σώμα μάζας $m_2 = 1 \text{ Kg}$ που κινείται στην ίδια κατεύθυνση με το σώμα μάζας m_1 και έχει ταχύτητα μέτρου $u_2 = 8 \text{ m/s}$ συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με αυτό.

Να υπολογίσετε :

α. την αρχική φάση της ταλάντωσης του σώματος μάζας m_1

Μονάδες 5

β. τη θέση στην οποία βρίσκεται το σώμα μάζας m_1 τη στιγμή της σύγκρουσης

Μονάδες 7

γ. την περίοδο ταλάντωσης του συσσωματώματος

Μονάδες 6

δ. την ενέργεια της ταλάντωσης μετά την κρούση.

Μονάδες 7

$$\Deltaίνονται : \eta\mu \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}, \sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} .$$

ΘΕΜΑ 4ο

Ένα σώμα Σ μάζας m_1 είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς K . Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σύστημα ελατήριο-μάζα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε λείο οριζόντιο επίπεδο και τη χρονική στιγμή $t=0$ το σώμα Σ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του, κινούμενο κατά τη θετική φορά.

Η εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του σώματος Σ δίνεται από τη σχέση $x = 0,1\eta\mu 10t$ (SI). Η ολική ενέργεια της ταλάντωσης είναι $E = 6 \text{ J}$. Τη χρονική στιγμή $t = \pi/10 \text{ s}$ στο σώμα Σ σφηνώνεται βλήμα μάζας $m_2 = m_1/2$ κινούμενο με ταχύτητα u_2 κατά την αρνητική φορά. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει μετά την κρούση εκτελεί νέα απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A' = 0,1\sqrt{6} \text{ m}$.

α. Να υπολογίσετε τη σταθερά K του ελατηρίου (μονάδες 4) και τη μάζα m_1 του σώματος Σ (μονάδες 4).

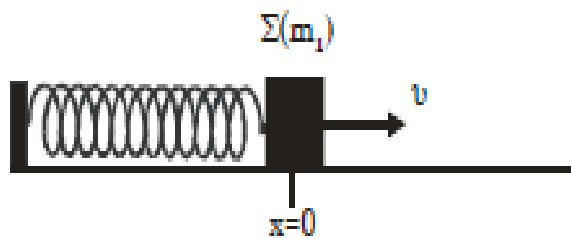
Μονάδες 8

β. Να υπολογίσετε την ολική ενέργεια E' (μονάδες 4) και τη γωνιακή συχνότητα ω' της ταλάντωσης του συσσωματώματος (μονάδες 4).

Μονάδες 8

γ. Να υπολογίσετε την ταχύτητα u_2 του βλήματος πριν από την κρούση.

Μονάδες 9



ΘΕΜΑ Δ (ΗΜΕΡΗΣΙΑ 2012)

Λείο κεκλιμένο επίπεδο έχει γωνία κλίσης $\varphi=30^\circ$. Στα σημεία Α και Β στερεώνουμε τα άκρα δύο ιδανικών ελατηρίων με σταθερές $k_1=60 \text{ N/m}$ και $k_2=140 \text{ N/m}$ αντίστοιχα. Στα ελεύθερα άκρα των ελατηρίων, δένουμε σώμα Σ_1 , μάζας $m_1=2 \text{ kg}$ και το κρατάμε στη θέση όπου τα ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος (όπως φαίνεται στο σχήμα).

Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ αφήνουμε το σώμα Σ_1 ελεύθερο.

Δ1. Να αποδείξετε ότι το σώμα Σ_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

Μονάδες 5

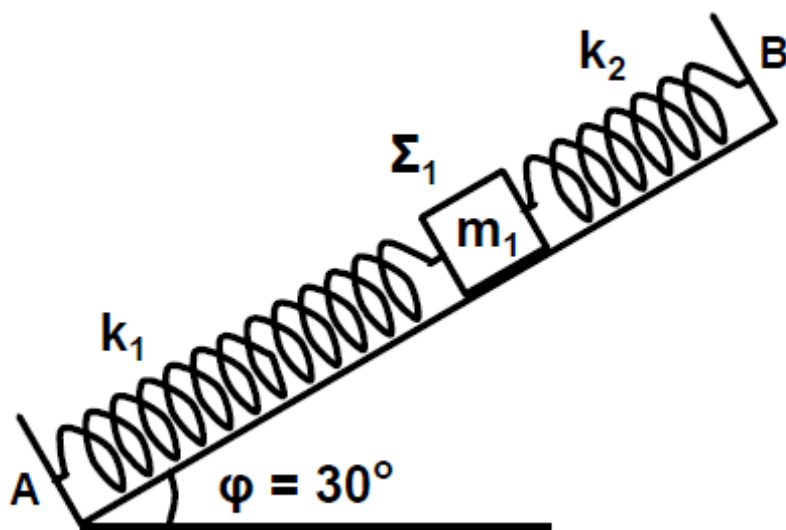
Δ2. Να γράψετε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση του σώματος Σ_1 από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με το χρόνο. Να θεωρήσετε θετική φορά τη φορά από το Α προς το Β. **Μον. 7**

Κάποια χρονική στιγμή που το σώμα Σ_1 βρίσκεται στην αρχική του θέση, τοποθετούμε πάνω του (χωρίς αρχική ταχύτητα) ένα άλλο σώμα Σ_2 μικρών διαστάσεων μάζας $m_2=6 \text{ kg}$. Το σώμα Σ_2 δεν ολισθαίνει πάνω στο σώμα Σ_1 λόγω της τριβής που δέχεται από αυτό. Το σύστημα των δύο σωμάτων κάνει απλή αρμονική ταλάντωση.

Δ3. Να βρείτε τη σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης του σώματος Σ_2 . **Μονάδες 6**

Δ4. Να βρείτε τον ελάχιστο συντελεστή οριακής στατικής τριβής που πρέπει να υπάρχει μεταξύ των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 , ώστε το Σ_2 να μην ολισθαίνει σε σχέση με το Σ_1 . **Μονάδες 7**

Δίνονται: $\eta\mu 30^\circ = 1/2$, $\sigma\upsilon\nu 30^\circ = \sqrt{3}/2$, $g=10\text{m/s}^2$.



ΘΕΜΑ Δ (ΟΜΟΓΕΝΕΙΣ 2012)

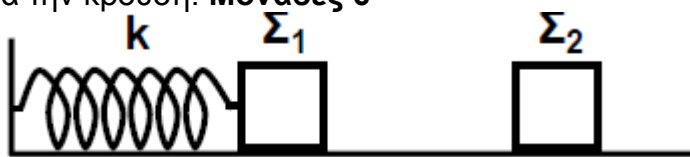
Σώμα Σ_1 μάζας $M=3\text{ kg}$, είναι στερεωμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{ N/m}$. Το άλλο άκρο του ελατηρίου στηρίζεται σε ακλόνητο σημείο. Το σώμα Σ_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με πλάτος $A=0,2\text{ m}$. Κατά την διάρκεια της ταλάντωσης το σώμα Σ_1 συγκρούεται πλαστικά και κεντρικά με άλλο ακίνητο σώμα Σ_2 μάζας $m=1\text{ kg}$. Η κρούση συμβαίνει στη θέση $x= A/2$, όταν το σώμα Σ_1 κινείται προς τα δεξιά. Να υπολογίσετε:

Δ1. Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ_1 ελάχιστα πριν την κρούση. **Μονάδες 6**

Δ2. Το ποσοστό ελάττωσης (επί τοις εκατό) της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων λόγω της κρούσης. **Μονάδες 6**

Δ3. Το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος μετά την κρούση. **Μονάδες 7**

Δ4. Την απόλυτη τιμή του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση. **Μονάδες 6**



ΘΕΜΑ Δ (ΕΣΠΕΡΙΝΑ 2012)

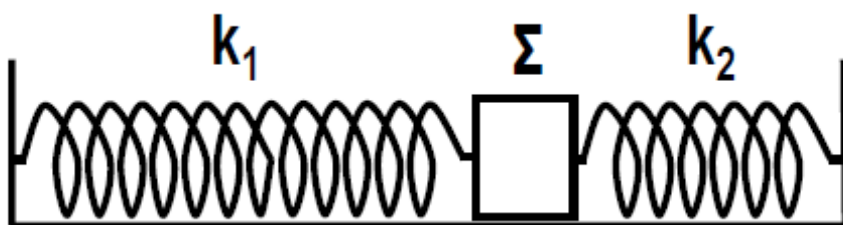
Στα δύο άκρα λείου επιπέδου στερεώνουμε τα άκρα δύο ιδανικών ελατηρίων με σταθερές $k_1=60\text{ N/m}$ και $k_2=140\text{ N/m}$ αντίστοιχα. Στα ελεύθερα άκρα των ελατηρίων, δένουμε ένα σώμα Σ μάζας $m=2\text{ kg}$ ώστε τα ελατήρια να έχουν το φυσικό τους μήκος (όπως φαίνεται στο σχήμα). Εκτρέπουμε το σώμα Σ κατά $A=0,2\text{ m}$ προς τα δεξιά και τη χρονική στιγμή $t_0=0$ αφήνουμε το σώμα ελεύθερο.

Δ1. Να αποδείξετε ότι το σώμα Σ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. **Μονάδες 4**

Δ2. Να γράψετε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση του σώματος Σ από τη θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με το χρόνο. Να θεωρήσετε θετική την φορά προς τα δεξιά. **Μονάδες 7**

Δ3. Να εκφράσετε το λόγο της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης προς τη μέγιστη κινητική ενέργεια σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x . **Μονάδες 6**

Δ4. Τη στιγμή που το ελατήριο βρίσκεται στη θέση $x=+ A/2$ αφαιρείται ακαριαία το ελατήριο k_2 . Να υπολογίσετε το πλάτος της νέας ταλάντωσης. **Μονάδες 8**



ΘΕΜΑ Δ (ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ 2012)

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο σφαίρα μάζας $m_1=m=1\text{ kg}$, κινούμενη με ταχύτητα $u=4/3\text{ m/s}$, συγκρούεται ελαστικά αλλά όχι κεντρικά με δεύτερη όμοια σφαίρα μάζας $m_2=m$, που είναι αρχικά ακίνητη. Μετά την κρούση οι σφαίρες έχουν ταχύτητες μέτρων u_1 και $u_2= u_1/\sqrt{3}$, αντίστοιχα.

Δ1. Να βρείτε τη γωνία φ που σχηματίζει το διάνυσμα της ταχύτητας u_2 με το διάνυσμα της ταχύτητας u_1 . **Μονάδες 8**

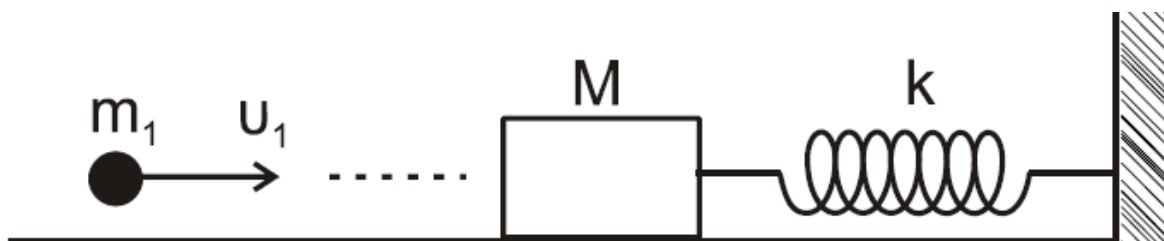
Δ2. Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων u_1 και u_2 . **Μονάδες 4**

Σώμα μάζας $M=3m$ ισορροπεί δεμένο στο άκρο ελατηρίου, σταθεράς k , που βρίσκεται σε οριζόντιο επίπεδο. Το ελατήριο βρίσκεται στη θέση του φυσικού του μήκους. Η σφαίρα μάζας m_1 , κινούμενη οριζόντια με ταχύτητα u_1 , σφηνώνεται στο σώμα M .

Δ3. Να βρείτε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων (M, m_1) κατά την κρούση. **Μονάδες 6**

Δ4. Αν ο συντελεστής τριβής μεταξύ συσσωματώματος (M, m_1) και οριζοντίου επιπέδου είναι $\mu=1/12$ και η μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου μετά την κρούση είναι $x_{\max}=0,02\text{ m}$, να βρεθεί η σταθερά k του ελατηρίου. **Μονάδες 7**

Δίνεται: επιτάχυνση βαρύτητας $g=10\text{ m/s}^2$.



ΘΕΜΑ Δ (ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ 2012)

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο σφαίρα μάζας $m_1=m=1\text{ kg}$, κινούμενη με ταχύτητα $u=4/3\text{ m/s}$, συγκρούεται ελαστικά αλλά όχι κεντρικά με δεύτερη όμοια σφαίρα μάζας $m_2=m$, που είναι αρχικά ακίνητη. Μετά την κρούση οι σφαίρες έχουν ταχύτητες μέτρων u_1 και $u_2= u_1/\sqrt{3}$, αντίστοιχα.

Δ1. Να βρείτε τη γωνία φ που σχηματίζει το διάνυσμα της ταχύτητας u_2 με το διάνυσμα της ταχύτητας u_1 . **Μονάδες 8**

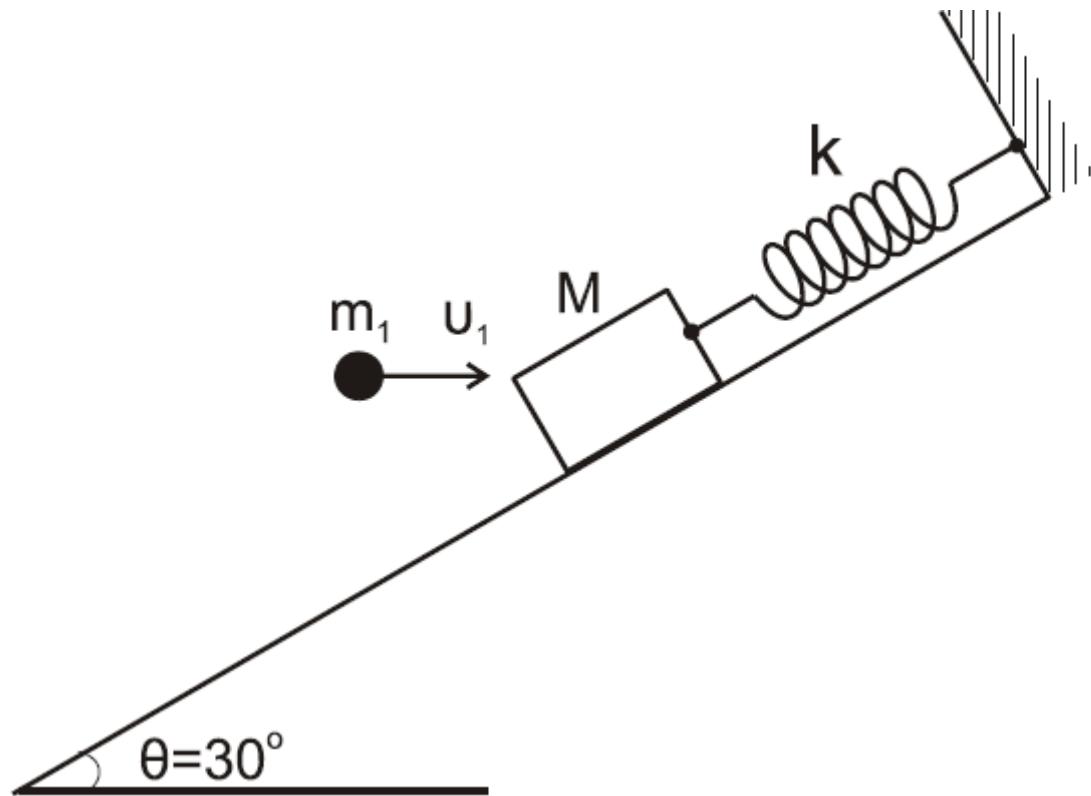
Δ2. Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων u_1 και u_2 . **Μονάδες 4**

Σώμα μάζας $M=3m$ ισορροπεί δεμένο στο άκρο ελατηρίου, σταθεράς $k=100\text{ N/m}$, που βρίσκεται κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου γωνίας $\theta=30^\circ$, όπως στο σχήμα. Η σφαίρα, μάζας m_1 , κινούμενη οριζόντια με την ταχύτητα u_1 , σφηνώνεται στο σώμα M .

Δ3. Να βρείτε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων (M, m_1) κατά την κρούση. **Μονάδες 6**

Δ4. Δεδομένου ότι το συσσωμάτωμα (M, m_1) μετά την κρούση εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, να βρείτε το πλάτος A της ταλάντωσης αυτής. **Μονάδες 7**

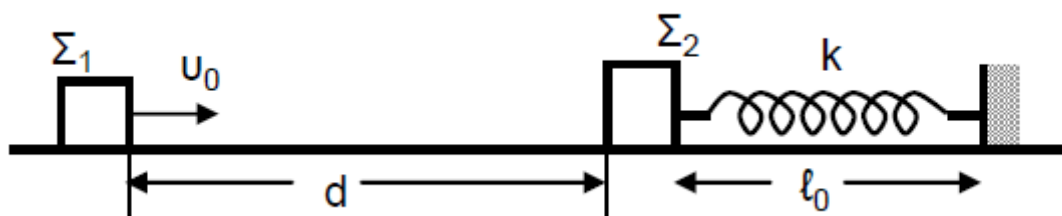
Δίνονται: η επιτάχυνση βαρύτητας $g=10\text{ m/s}^2$, $\eta\mu 30^\circ=1/2$, $\sigma\upsilon\nu 30^\circ=\sqrt{3}/2$



2013

Θέμα Γ

Σώμα Σ_1 με μάζα m_1 κινείται σε οριζόντιο επίπεδο ολισθαίνοντας προς άλλο σώμα Σ_2 με μάζα $m_2 = 2m_1$, το οποίο αρχικά είναι ακίνητο. Έστω u_0 η ταχύτητα που έχει το σώμα Σ_1 τη στιγμή $t_0 = 0$ και ενώ βρίσκεται σε απόσταση $d = 1\text{ m}$ από το σώμα Σ_2 . Αρχικά, θεωρούμε ότι το σώμα Σ_2 είναι ακίνητο πάνω στο επίπεδο δεμένο στο ένα άκρο οριζώντιου ιδανικού ελατηρίου με αμελητέα μάζα και σταθερά ελατηρίου k , και το οποίο έχει το φυσικό του μήκος ℓ_0 . Το δεύτερο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο τοίχο, όπως φαίνεται στο σχήμα:



Αμέσως μετά τη κρούση, που είναι κεντρική και ελαστική, το σώμα Σ_1 αποκτά ταχύτητα με μέτρο $u_1' = 10\text{ m/s}$ και φορά αντίθετη της αρχικής ταχύτητας. Δίνεται ότι ο συντελεστής τριβής ολίσθησης των δύο σωμάτων με το οριζόντιο επίπεδο είναι $\mu = 0,5$ και ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\text{ m/s}^2$.

Γ1. Να υπολογίσετε την αρχική ταχύτητα u_0 του σώματος Σ_1 . **Μονάδες 6**

Γ2. Να υπολογίσετε το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μεταφέρθηκε από το σώμα Σ_1 στο σώμα Σ_2 κατά την κρούση. **Μονάδες 6**

Γ3. Να υπολογίσετε το συνολικό χρόνο κίνησης του σώματος Σ₁ από την αρχική χρονική στιγμή t₀ μέχρι να ακινητοποιηθεί τελικά. Δίνεται : $\sqrt{10} = 3,2$ **Μονάδες 6**

Γ4. Να υπολογίσετε τη μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου, αν δίνεται ότι m₂ = 1kg και k = 105 N/m. **Μονάδες 7**

Θεωρήστε ότι η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα και ότι τα δύο σώματα συγκρούονται μόνο μία φορά.

A1. Σε μία απλή αρμονική ταλάντωση η ταχύτητα του σώματος που ταλαντώνεται δίνεται από τη σχέση $v = A\omega\eta\mu\omega t$. Τότε η απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας δίνεται από τη σχέση:

α. $x = A\eta\mu\omega t$

β. $x = A\sigma\upsilon\nu\omega t$

γ. $x = A\eta\mu(\omega t + \pi)$

δ. $x = A\eta\mu(\omega t + \frac{3\pi}{2})$.

A2. Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος A. Στη θέση μέγιστης απομάκρυνσης

α. η κινητική ενέργεια του σώματος γίνεται μέγιστη.

β. η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης μηδενίζεται.

γ. το μέτρο της δύναμης επαναφοράς γίνεται μέγιστο.

δ. η επιτάχυνση του σώματος μηδενίζεται.

A4. Η δύναμη επαναφοράς που ασκείται σε ένα σώμα μάζας m που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση είναι ίση με F. Το πηλίκο F/m:

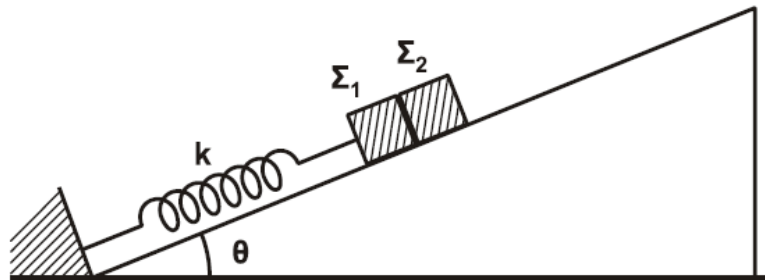
α) παραμένει σταθερό σε σχέση με το χρόνο

β) μεταβάλλεται αρμονικά σε σχέση με το χρόνο

γ) αυξάνεται γραμμικά σε σχέση με το χρόνο

δ) γίνεται μέγιστο, όταν το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας.

- B3.** Σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης θ είναι τοποθετημένα δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα, που εφάπτονται μεταξύ τους. Το σώμα Σ_1 είναι δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς k , ενώ το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.



Σχήμα 2

Μετακινώντας τα δύο σώματα προς τα κάτω, το σύστημα τίθεται σε ταλάντωση πλάτους A . Η συνθήκη για να μην αποχωριστεί το Σ_1 από το Σ_2 είναι:

- i) $A \cdot k < (m_1 + m_2) g \eta \mu \theta$
- ii) $A \cdot k > (m_1 + m_2) g \eta \mu \theta$
- iii) $A \cdot k > (m_1 + m_2)^2 g \eta \mu \theta$

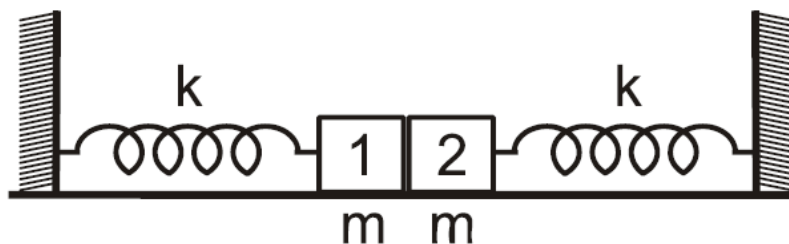
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 7

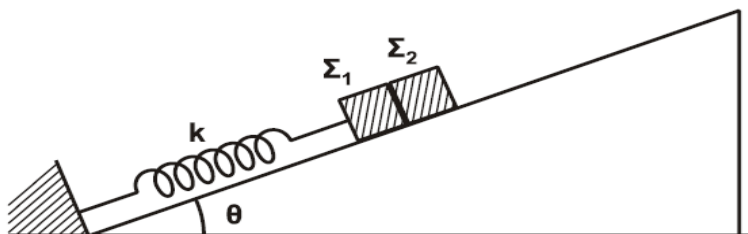
- B1.** Δύο όμοια σώματα, ίσων μαζών m το καθένα, συνδέονται με όμοια ιδανικά ελατήρια σταθεράς k το καθένα, των οποίων τα άλλα άκρα είναι συνδεδεμένα σε ακλόνητα σημεία, όπως στο σχήμα. Οι άξονες των δύο ελατηρίων βρίσκονται στην ίδια ευθεία, τα ελατήρια βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος ℓ_0 και το οριζόντιο επίπεδο στο οποίο βρίσκονται είναι λείο.



Μετακινούμε το σώμα 1 προς τα αριστερά κατά d και στη συνέχεια το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί. Το σώμα 1 συγκρούεται πλαστικά με το σώμα 2. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = 2k$. Αν A_1 το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος 1 πριν τη κρούση και A_2 το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος μετά την κρούση, τότε ο λόγος $\frac{A_1}{A_2}$ είναι:

- i) 1 ii) $\frac{1}{2}$ iii) 2

- B3.** Σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης θ είναι τοποθετημένα δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα, που εφάπτονται μεταξύ τους. Το σώμα Σ_1 είναι δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς k , ενώ το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.



Σχήμα 2

Μετακινώντας τα δύο σώματα προς τα κάτω, το σύστημα τίθεται σε ταλάντωση πλάτους A . Η συνθήκη για να μην αποχωριστεί το Σ_1 από το Σ_2 είναι:

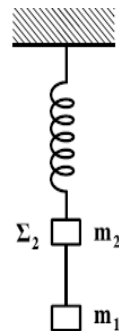
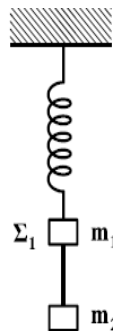
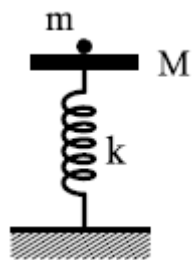
- i) $A \cdot k < (m_1 + m_2) g \eta \mu \theta$
 ii) $A \cdot k > (m_1 + m_2) g \eta \mu \theta$
 iii) $A \cdot k > (m_1 + m_2)^2 g \eta \mu \theta$

- 6.** Δίσκος μάζας M είναι στερεωμένος στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k , και ισορροπεί (όπως στο σχήμα). Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο στο έδαφος. Στο δίσκο τοποθετούμε χωρίς αρχική ταχύτητα σώμα μάζας m . Το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η ενέργεια της ταλάντωσης είναι:

$$\alpha. \frac{1}{2} \frac{m^2 g^2}{k}$$

$$\beta. \frac{1}{2} \frac{M^2 g^2}{k}$$

$$\gamma. \frac{1}{2} \frac{(m+M)^2}{k} g^2$$



Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).

8. Δύο όμοια ιδανικά ελατήρια κρέμονται από δύο ακλόνητα σημεία. Στα κάτω άκρα των ελατηρίων δένονται σώματα Σ_1 μάζας m_1 και Σ_2 μάζας m_2 . Κάτω από το σώμα Σ_1 δένουμε μέσω αβαρούς νήματος άλλο σώμα μάζας m_2 , ενώ κάτω από το Σ_2 σώμα μάζας m_1 ($m_1 \neq m_2$), όπως φαίνεται στο παραπάνω δεξιά σχήμα.

Αρχικά τα σώματα είναι ακίνητα. Κάποια στιγμή κόβουμε τα νήματα και τα σώματα Σ_1 και Σ_2 αρχίζουν να ταλαντώνονται. Αν η ενέργεια της ταλάντωσης του Σ_1 είναι E_1 και του Σ_2 είναι E_2 , τότε:

$$\alpha. \frac{E_1}{E_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

$$\beta. \frac{E_1}{E_2} = \frac{m_2^2}{m_1^2}$$

$$\gamma. \frac{E_1}{E_2} = 1$$

- B1.** Δύο ιδανικά ελατήρια A και B με σταθερές k_1 και k_2 αντίστοιχα κρέμονται από δύο ακλόνητα σημεία (Σχήμα 3). Στα κάτω άκρα των ελατηρίων A και B είναι δεμένα και ισορροπούν δύο σώματα Σ_1 μάζας m_1 και Σ_2 μάζας m_2 .

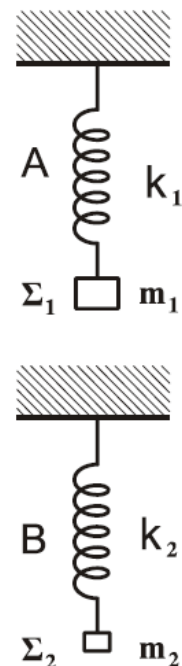
Στην κατάσταση αυτή το ελατήριο A έχει διπλάσια επιμήκυνση από το ελατήριο B. Εκτρέπουμε τα σώματα Σ_1 και Σ_2 κατακόρυφα μέχρις ότου τα ελατήρια αποκτήσουν το φυσικό τους μήκος και τα αφήνουμε ελεύθερα. Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση με ενέργειες ταλάντωσης E_1 και $E_2 = 2E_1$ αντίστοιχα.

Ο λόγος των σταθερών k_1 και k_2 των δύο ελατηρίων A και B είναι ίσος με:

α) $\frac{k_1}{k_2} = \frac{1}{4}$

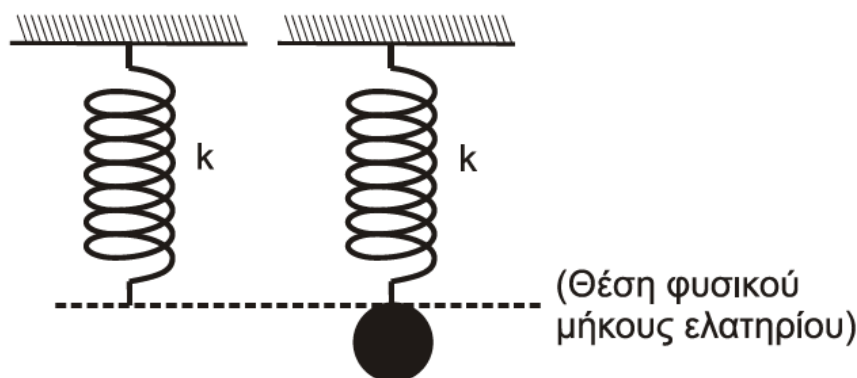
β) $\frac{k_1}{k_2} = \frac{1}{8}$

γ) $\frac{k_1}{k_2} = 8$



Σχήμα 3

- B1.** Ένα κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς k έχει το άνω άκρο του στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο και βρίσκεται στη θέση φυσικού μήκους. Στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου και ενώ αυτό βρίσκεται στη θέση φυσικού μήκους, στερεώνεται μάζα m . Από τη θέση αυτή το σύστημα αφήνεται ελεύθερο και αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.



Σχήμα 1

Η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου κατά τη διάρκεια της απλής αρμονικής ταλάντωσης του σώματος είναι ίση με:

i. $\frac{m^2 g^2}{k}$

ii. $\frac{2m^2 g^2}{k}$

iii. $\frac{m^2 g^2}{2k}$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

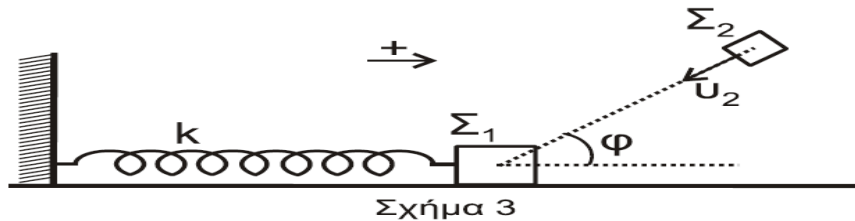
β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 2

Μονάδες 7

Θέμα Γ

Σώμα Σ_1 , μάζας $m_1 = 1 \text{ kg}$, είναι δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100 \text{ N/m}$. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σώμα Σ_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, πλάτους $A = 0,4 \text{ m}$, σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή που το σώμα Σ_1 έχει απομάκρυνση $x_1 = +\frac{A\sqrt{3}}{2}$, κινούμενο κατά τη θετική φορά, συγκρούεται πλαστικά με σώμα Σ_2 , μάζας $m_2 = 3 \text{ kg}$. Το σώμα Σ_2 κινείται, λίγο πριν την κρούση, με ταχύτητα $u_2 = 8 \text{ m/s}$ σε διεύθυνση που σχηματίζει γωνία φ (όπου $\sin\varphi = \frac{1}{3}$) με το οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα 3. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει μετά την κρούση, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.



Γ1. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος Σ_1 λίγο πριν την κρούση (μονάδες 3) και την ταχύτητα του συσσωματώματος, αμέσως μετά την κρούση (μονάδες 4).

Μονάδες 7

Γ2. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

Μονάδες 6

Γ3. Να εκφράσετε την κινητική ενέργεια του συσσωματώματος σε συνάρτηση με την απομάκρυνση. Να σχεδιάσετε (με στυλό) σε βαθμολογημένους άξονες την κινητική ενέργεια του συσσωματώματος σε συνάρτηση με την απομάκρυνση.

Μονάδες 6

Γ4. Να υπολογίσετε το ποσοστό επί τοις εκατό (%) της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 , ακριβώς πριν την κρούση που μετατράπηκε σε θερμότητα, κατά την κρούση.

Μονάδες 6

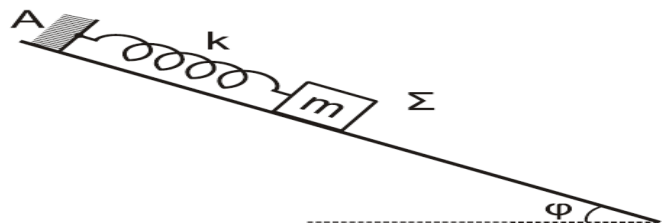
Να θεωρήσετε ότι:

- η διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα.
- η θετική φορά είναι αυτή που φαίνεται στο σχήμα 3.

ΘΕΜΑ Γ

Λείο κεκλιμένο επίπεδο έχει γωνία κλίσης $\varphi = 30^\circ$. Στο ανώτερο σημείο Α του κεκλιμένου επιπέδου στερεώνουμε το άνω άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 200 \text{ N/m}$, στο άλλο άκρο του οποίου δένουμε σώμα Σ μάζας $m = 2 \text{ kg}$, που ισορροπεί.

Απομακρύνουμε το σώμα προς τα κάτω (προς τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου) κατά $d = 0,1 \text{ m}$ από τη θέση ισορροπίας, κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου και μετά το αφήνουμε ελεύθερο.



Σχήμα 1

Γ1. Να αποδείξετε ότι το σώμα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε τη συχνότητα της ταλάντωσης.

Μονάδες 6

Γ2. Σε ποιες τιμές της απομάκρυνσης του ταλαντωτή ο λόγος της κινητικής ενέργειας K του σώματος προς την ολική ενέργεια E της ταλάντωσης είναι $K/E = 1/4$;

Μονάδες 6

Γ3. Να υπολογίσετε τον λόγο του μέτρου της δύναμης του ελατηρίου $F_{ελ}$ προς το μέτρο της δύναμης επαναφοράς $F_{επ}$ στην ανώτερη θέση της ταλάντωσης του σώματος.

Μονάδες 6

Γ4. Αν τη χρονική στιγμή $t = 0$ το σώμα περνά από τη θέση ισορροπίας, κινούμενο προς τα επάνω, να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή που για πρώτη φορά το σώμα περνά από τη θέση που το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος.

Θεωρήστε θετική φορά απομάκρυνσης την προς τα επάνω.

Μονάδες 7

Δίνεται:

- η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$ και
- $\sin 30^\circ = \sin \pi/6 = 1/2$

Θέμα Δ

Τα σώματα Σ_1 , μάζας $m_1 = 1 \text{ kg}$, και Σ_2 , μάζας $m_2 = 3 \text{ kg}$, του σχήματος είναι τοποθετημένα σε λείο οριζόντιο επίπεδο και εφάπτονται μεταξύ τους. Το σώμα Σ_1 είναι δεμένο στην άκρη οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100 \text{ N/m}$. Το ελατήριο με τη βοήθεια νήματος είναι συσπειρωμένο κατά $d = 0,4 \text{ m}$ από τη θέση φυσικού μήκους, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Κάποια χρονική στιγμή το νήμα κόβεται και το σύστημα των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 κινείται προς τα δεξιά. Μετά την αποκόλληση το σώμα Σ_2 συνεχίζει να κινείται σε λείο δάπεδο και συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με το σώμα Σ_3 , μάζας $m_3 = 2 \text{ kg}$.

Δ1. Να προσδιορίσετε τη θέση στην οποία θα αποκολληθεί το σώμα Σ_2 από το σώμα Σ_1 , τεκμηριώνοντας την απάντησή σας.

Μονάδες 6

Δ2. Να υπολογίσετε το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας του σώματος Σ_1 , καθώς και το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που θα εκτελεί το σώμα Σ_1 αφού αποκολληθεί από το σώμα Σ_2 .

Μονάδες 6

Δ3. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος των σωμάτων Σ_2 και Σ_3 μετά την κρούση.

Μονάδες 6

Δ4. Να υπολογίσετε το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμική ενέργεια κατά την κρούση.

Μονάδες 7

4. Σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 1 \text{ kg}$ ισορροπεί πάνω σε λείο κεκλιμένο επίπεδο που σχηματίζει με τον ορίζοντα γωνία $\varphi = 30^\circ$. Το σώμα Σ_1 είναι δεμένο στην άκρη ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $K = 100 \text{ N/m}$ το άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Εκτρέπουμε το σώμα Σ_1 κατά $d_1 = 0,1 \text{ m}$ από τη θέση ισορροπίας του κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου και το αφήνουμε ελεύθερο.

Γ1. Να αποδείξετε ότι το σώμα Σ_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. **Μονάδες 5**

Γ2. Να υπολογίσετε τη μέγιστη τιμή του μέτρου του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_1 . **Μονάδες 5**

Μετακινούμε το σώμα Σ_1 προς τα κάτω κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου μέχρι το ελατήριο να συμπιεστεί από το φυσικό του μήκος κατά $\Delta l = 0,3 \text{ m}$. Τοποθετούμε ένα δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 1 \text{ kg}$ στο κεκλιμένο επίπεδο, ώστε να είναι σε επαφή με το σώμα Σ_1 , και ύστερα αφήνουμε τα σώματα ελεύθερα.

Γ3. Να υπολογίσετε τη σταθερά επαναφοράς του σώματος Σ_2 κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του. **Μονάδες 6**

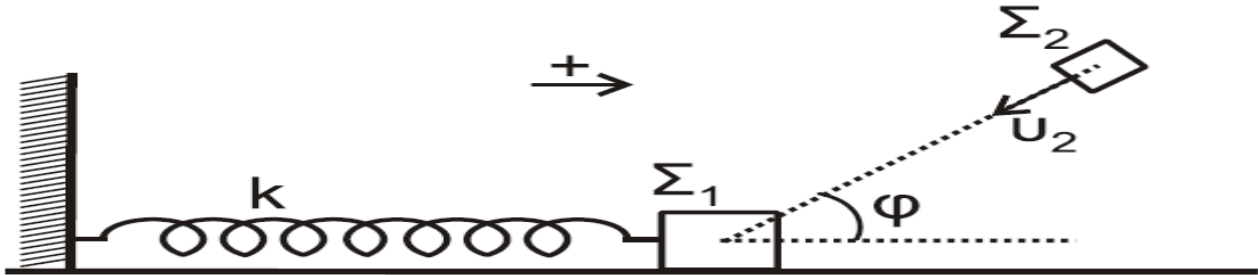
Γ4. Να υπολογίσετε σε πόση απόσταση από τη θέση που αφήσαμε ελεύθερα τα σώματα χάνεται η επαφή μεταξύ τους. **Μονάδες 9**

Δίνονται: $\sin 30^\circ = 1/2$, $g = 10 \text{ m/s}^2$

ΘΕΜΑ Δ

Σώμα Σ_1 , μάζας $m_1 = 1\text{ kg}$ βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και είναι προσδεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $K = 100\text{ N/m}$. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο ακλόνητα. Το σύστημα ελατήριο - σώμα Σ_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση απομάκρυνσης $x = 0,4\eta\mu\omega t$ (SI).

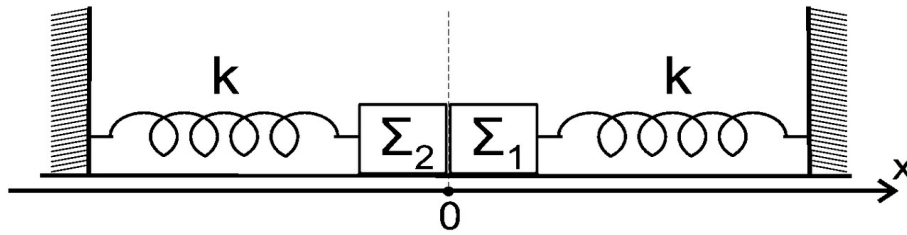
Τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{\pi}{10}\text{ s}$ το σώμα Σ_1 συγκρούεται πλαστικά με ένα άλλο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 3\text{ kg}$ το οποίο κινείται με ταχύτητα $u = 20\text{ m/s}$ που σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία φ (συνφ=1/3)



- Δ1.** Να υπολογίσετε την απομάκρυνση (μονάδες 3), το μέτρο (μονάδες 3) και τη φορά της ταχύτητας (μονάδα 1) του σώματος Σ_1 τη χρονική στιγμή t_1 .
Μονάδες 7
- Δ2.** Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος, αμέσως μετά την κρούση (μονάδες 4), και να προσδιορίσετε τη φορά της (μονάδα 1).
Μονάδες 5
- Δ3.** Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με τον χρόνο της νέας αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί το συσσωμάτωμα, αμέσως μετά την κρούση. Θεωρήστε ως $t = 0$ τη στιγμή της κρούσης και θετική φορά αυτή που φαίνεται στο σχήμα.
Μονάδες 8
- Δ4.** Να υπολογίσετε το ποσοστό μεταβολής επί τοις εκατό (%) της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_1 , κατά τη διάρκεια της κρούσης.
Μονάδες 5

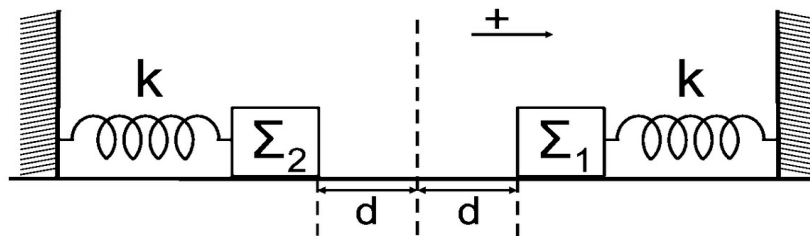
ΘΕΜΑ Γ

Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 , του **σχήματος 4**, με μάζες $m_1 = 1 \text{ kg}$ και $m_2 = 4 \text{ kg}$ αντίστοιχα, βρίσκονται ακίνητα σε λείο οριζόντιο επίπεδο και εφάπτονται μεταξύ τους. Τα σώματα είναι δεμένα στην άκρη δύο όμοιων ιδανικών ελατηρίων σταθεράς $k = 100 \text{ N/m}$, που βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος και των οποίων η άλλη άκρη είναι σταθερά στερεωμένη.



Σχήμα 4

Μετακινούμε τα σώματα Σ_1 και Σ_2 έτσι ώστε τα ελατήρια να συσπειρωθούν κατά $d = 0,2 \text{ m}$ το καθένα (**σχήμα 5**) και στη συνέχεια τη χρονική στιγμή $t = 0$ αφήνονται ελεύθερα να ταλαντωθούν.



Σχήμα 5

- Γ1.** Να γράψετε τις εξισώσεις των απομακρύνσεων x_1 και x_2 των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 συναρτήσει του χρόνου. Ως θετική φορά ορίζεται η από το Σ_2 προς Σ_1 και ως $x = 0$ ορίζεται η θέση που εφάπτονται αρχικά τα σώματα στο **σχήμα 4**.

Μονάδες 6

- Γ2.** Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 κινούμενα με αντίθετη φορά συγκρούονται στη θέση $x = -\frac{d}{2}$. Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων τους ελάχιστα πριν από την κρούση.

Μονάδες 6

- Γ3.** Η κρούση που ακολουθεί είναι πλαστική. Να αποδείξετε ότι το συσσωμάτωμα μετά την κρούση θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση.

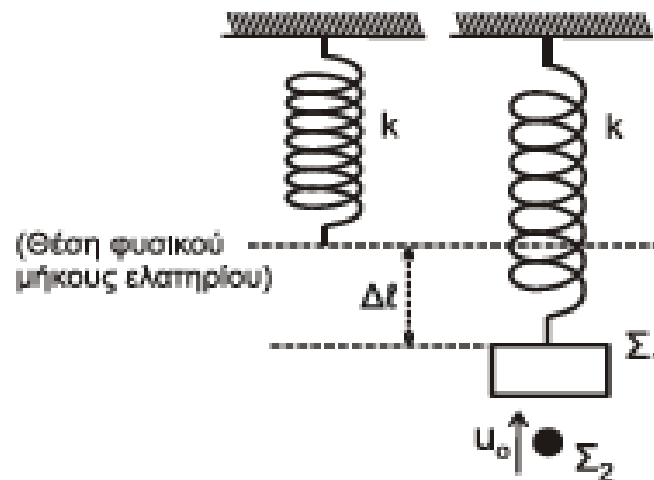
Μονάδες 6

- Γ4.** Να βρείτε το μέτρο του μέγιστου ρυθμού μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος μετά την κρούση.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Ένα κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς k έχει το πάνω άκρο του στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου αναρτάται σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 1 \text{ kg}$ και, όταν το σώμα ισορροπεί, η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι ίση με $\Delta l = 0,05 \text{ m}$.



Σχήμα 6

Δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 1 \text{ kg}$ κινούμενο κατακόρυφα προς τα πάνω συγκρούεται πλαστικά με ταχύτητα μέτρου u_0 με το σώμα Σ_1 (Σχήμα 6). Η διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα και το συσσωμάτωμα, που προκύπτει από την κρούση, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης $D = k$ και φτάνει μέχρι τη θέση στην οποία το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος.

- Γ1. Να υπολογίσετε τη σταθερά k του ελατηρίου (μονάδες 2) και το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το συσσωμάτωμα (μονάδες 4).

Μονάδες 6

- Γ2. Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια του σώματος Σ_2 πριν την κρούση.

Μονάδες 7

- Γ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_2 κατά την κρούση (μονάδες 4) και να προσδιορίσετε την κατεύθυνσή της (μονάδες 2).

Μονάδες 6

- Γ4. Αν $t_0 = 0$ η χρονική στιγμή της κρούσης, να γράψετε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση του συσσωματώματος από την θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με τον χρόνο.

Μονάδες 6

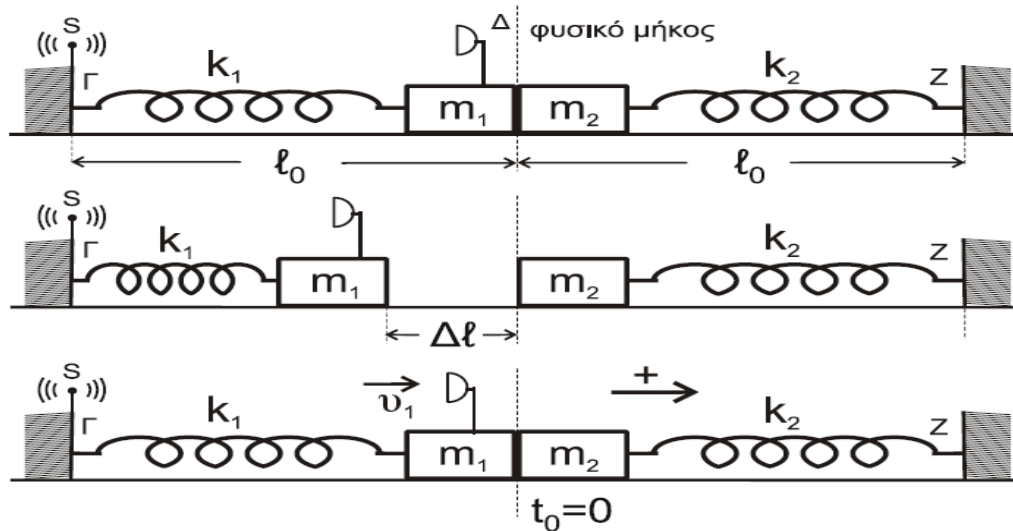
Να θεωρήσετε :

- θετική κατεύθυνση την κατεύθυνση κίνησης του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση
- ότι κατά την κρούση δεν έχουμε απώλεια μάζας
- ότι η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα για όλα τα σώματα

Δίνονται:

- η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$
- $\eta\mu\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$, $\eta\mu\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\eta\mu\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

ΘΕΜΑ Γ



Τα ιδανικά ελατήρια του σχήματος με σταθερές k_1 και k_2 ($k_1 = k_2 = k = 50 \text{ N/m}$) έχουν το ένα άκρο τους στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο (Γ και Z , αντίστοιχα). Στα ελεύθερα άκρα των ελατηρίων συνδέονται τα σώματα m_1 και m_2 με $m_1 = m_2 = 2 \text{ kg}$.

Τα δύο σώματα αρχικά εφάπτονται μεταξύ τους και είναι ακίνητα. Τα ελατήρια βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος και οι άξονές τους βρίσκονται στην ίδια ευθεία.

Στο άκρο Γ του ελατηρίου k_1 υπάρχει ακίνητη ηχητική πηγή S που εκπέμπει συνεχώς ήχο συχνότητας f_s . Στο σώμα m_1 έχει τοποθετηθεί αβαρής σημειακός δέκτης ηχητικών κυμάτων D .

Εκτρέπουμε το σώμα m_1 από τη θέση ισορροπίας, συμπιέζοντας το ελατήριο k_1 κατά $\Delta \ell = 0,4 \text{ m}$ και το αφήνουμε ελεύθερο. Τη στιγμή που το σώμα m_1 διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του συγκρούεται πλαστικά με το σώμα m_2 .

Γ1. Να υπολογίσετε το λόγο της συχνότητας f_1 του ήχου που καταγράφει ο δέκτης λίγο πριν την κρούση προς την αντίστοιχη συχνότητα f_2 που καταγράφει αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 7

Γ2. Να δείξετε ότι το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = 2k$ και να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης.

Μονάδες 6

Γ3. Να υπολογίσετε σε πόσο χρόνο μετά την κρούση ο δέκτης καταγράφει για πρώτη φορά συχνότητα ίση με τη συχνότητα f_s που εκπέμπει η ηχητική πηγή.

Μονάδες 6

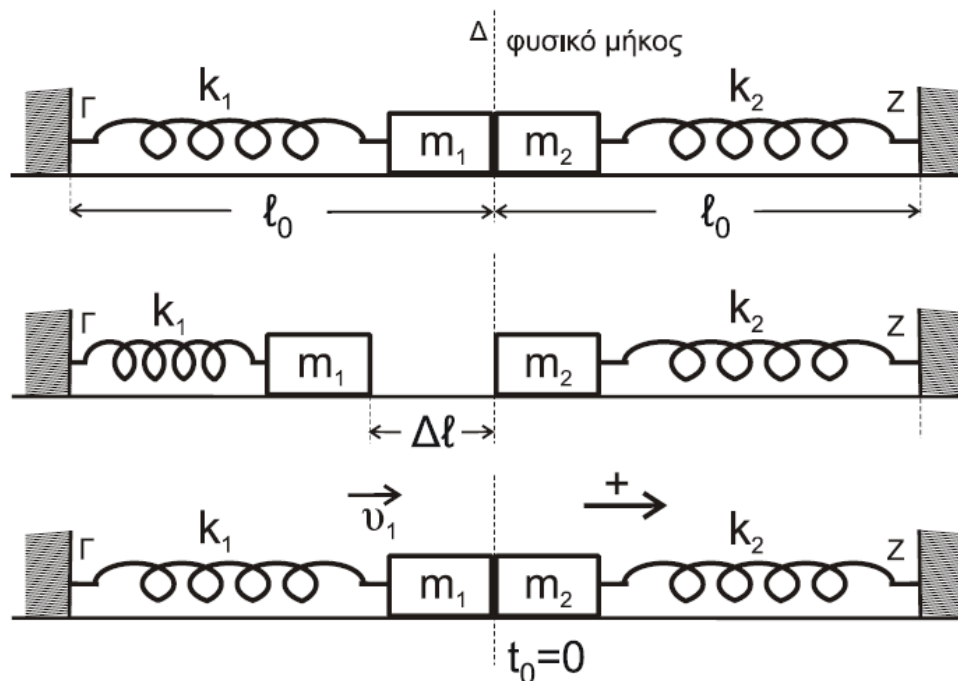
Γ4. Να υπολογίσετε το μέτρο του μέγιστου ρυθμού μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος κατά τη διάρκεια της ταλάντωσής του.

Μονάδες 6

Να θεωρήσετε :

- ότι κατά την κρούση τα δύο σώματα δεν παραμορφώνονται
- θετική κατεύθυνση την κατεύθυνση κίνησης του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση
- αμελητέες τις τριβές, την αντίσταση του αέρα και το χρόνο κρούσης.
- ότι ο ηχητικός δέκτης δεν καταστρέφεται κατά την κρούση.
- Δίνεται η ταχύτητα του ήχου στον αέρα: $v_{\eta\chi} = 340 \text{ m/s}$.

ΘΕΜΑ Γ



Τα ιδανικά ελατήρια του σχήματος με σταθερές k_1 και k_2 ($k_1 = k_2 = k = 50 \text{ N/m}$) έχουν το ένα άκρο τους στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο (Γ και Z , αντίστοιχα). Στα ελεύθερα άκρα των ελατηρίων συνδέονται τα σώματα m_1 και m_2 με $m_1 = m_2 = 2 \text{ kg}$.

Τα δύο σώματα αρχικά εφάπτονται μεταξύ τους και είναι ακίνητα. Τα ελατήρια βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος και οι άξονές τους βρίσκονται στην ίδια ευθεία.

Εκτρέπουμε το σώμα m_1 από τη θέση ισορροπίας, συμπιέζοντας το ελατήριο k_1 κατά $\Delta \ell = 0,4 \text{ m}$ και το αφήνουμε ελεύθερο. Τη στιγμή που το σώμα m_1 διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του συγκρούεται πλαστικά με το σώμα m_2 .

- Γ1. Να δείξετε ότι το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = 2k$ και να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης.

Μονάδες 9

- Γ2. Να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης του συσσωματώματος από τη θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας ως $t = 0$ τη στιγμή της κρούσης και ως θετική φορά την κατεύθυνση κίνησης του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 7

- Γ3. Να υπολογίσετε το μέτρο του μέγιστου ρυθμού μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος κατά τη διάρκεια της ταλάντωσής του.

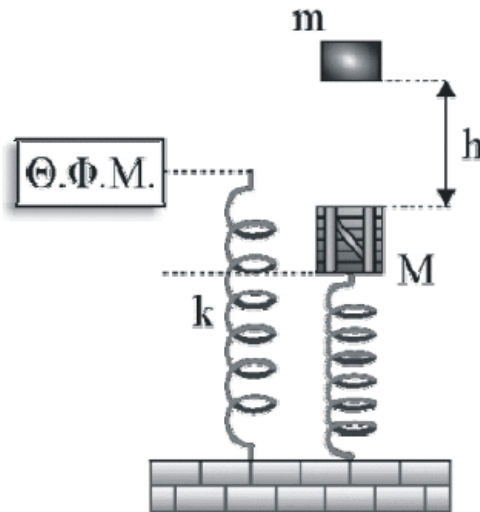
Μονάδες 9

Να θεωρήσετε αμελητέες τις τριβές, την αντίσταση του αέρα και το χρόνο κρούσης.

ΘΕΜΑ Γ

Κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k = 100 \text{ N/m}$ έχει στερεωμένο το κάτω του άκρο στο οριζόντιο δάπεδο. Στο πάνω ελεύθερο άκρο του ελατηρίου ισορροπεί σώμα μάζας $M = 3 \text{ Kg}$. Στην κατακόρυφο που ταυτίζεται με τον άξονα του ελατηρίου και σε απόσταση h πάνω από το σώμα μάζας M αφήνεται ελεύθερο ένα σώμα μάζας $m = 1 \text{ Kg}$. Τα δύο σώματα συγκρούονται, χωρίς να αναπηδούν και παραμένοντας σε επαφή μεταξύ τους εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A = 0,4 \text{ m}$.

Θεωρούμε ως αρχή μέτρησης του χρόνου $t = 0$ τη χρονική στιγμή της κρούσης τους και επιλέγουμε ως θετική φορά την προς τα κάτω. Να υπολογίσετε:



- Γ1.** Την κοινή ταχύτητα των σωμάτων αμέσως μετά την κρούση τους και την απόσταση h των δύο σωμάτων τη στιγμή που αφέθηκε ελεύθερο το σώμα μάζας m .

Μονάδες 8

- Γ2.** Την αλγεβρική τιμή του ρυθμού μεταβολής της ορμής του συστήματος και τον ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συστήματος όταν διέρχεται για πρώτη φορά από τη θέση $x = +\frac{A}{2}$.

Μονάδες 6

- Γ3.** Το έργο της δύναμης του ελατηρίου από τη στιγμή της επαφής των σωμάτων μέχρι τη στιγμή που φτάνουν στην πάνω ακραία θέση της ταλάντωσής τους, καθώς και το έργο της δύναμης επαναφοράς της ταλάντωσης για την ίδια μετατόπιση.

Μονάδες 6

- Γ4.** Το μέτρο της δύναμης επαφής που ασκείται στο σώμα μάζας m από το σώμα μάζας M στην πάνω ακραία θέση της ταλάντωσης.

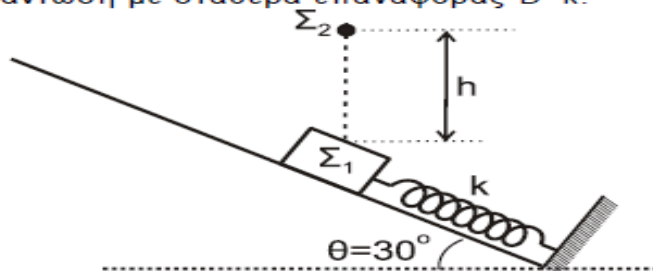
Μονάδες 5

Δίνεται ότι το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας είναι $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Να θεωρήσετε αμελητέες τις αντιστάσεις του αέρα και τη χρονική διάρκεια της κρούσης.

ΘΕΜΑ Γ

Στο σχήμα 3, σώμα Σ_1 μικρών διαστάσεων, μάζας $m_1=1\text{kg}$ ισορροπεί σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\theta=30^\circ$ δεμένο στο ελεύθερο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου. Ο άξονας του ελατηρίου είναι παράλληλος στο κεκλιμένο επίπεδο. Από ύψος $h=0,6\text{m}$ πάνω από το Σ_1 αφήνεται ελεύθερο σώμα Σ_2 μικρών διαστάσεων μάζας $m_2=3\text{kg}$ το οποίο συγκρούεται πλαστικά με το σώμα Σ_1 . Το συσσωμάτωμα που προκύπτει αρχίζει να κινείται τη χρονική στιγμή $t_0=0$, πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο εκτελώντας απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D=k$.

**Σχήμα 3**

Γ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 6

Γ2. Να υπολογίσετε το πλάτος A της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

Μονάδες 6

Γ3. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του συσσωματώματος σε συνάρτηση με τον χρόνο. Να θεωρήσετε θετική φορά, τη φορά από τη βάση προς την κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου.

Μονάδες 6

Γ4. Να υπολογίσετε τον λόγο του μέτρου της δύναμης του ελατηρίου προς το μέτρο της δύναμης επαναφοράς της ταλάντωσης, όταν η κινητική ενέργεια K του συσσωματώματος είναι οκταπλάσια της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης U ($K=8U$), για δεύτερη φορά.

Μονάδες 7

Να θεωρήσετε ότι:

- κατά την κρούση δεν έχουμε απώλεια μάζας,
- η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα,
- η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα για όλα τα σώματα.

Δίνονται:

- η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$
- $\eta\mu\frac{\pi}{6} = \eta\mu\frac{5\pi}{6} = \frac{1}{2}$, $\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sigma\upsilon\nu\frac{5\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

B1. Δύο ίδια ιδανικά ελατήρια A και B σταθεράς k έχουν το πάνω άκρο τους στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Στο κάτω άκρο των ελατηρίων A και B είναι δεμένα και ισορροπούν δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 , μάζας m_1 και $m_2 = 4m_1$ (**Σχήμα 1**).

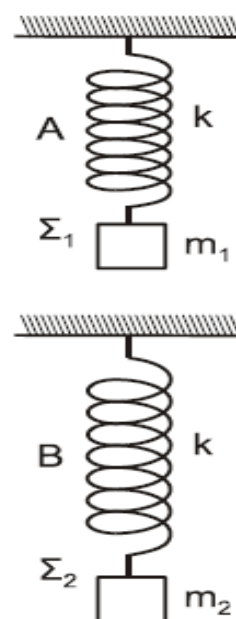
Απομακρύνουμε τα δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 κατακόρυφα προς τα κάτω κατά d και τα αφήνουμε ελεύθερα την ίδια χρονική στιγμή ($t=0$). Το σώμα Σ_1 διέρχεται για πρώτη φορά από την αρχική θέση ισορροπίας του τη χρονική στιγμή t_1 και το σώμα Σ_2 διέρχεται για πρώτη φορά από την αρχική θέση ισορροπίας του τη χρονική στιγμή t_2 . Για τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2 ισχύει ότι:

- $t_2 = 4t_1$.
- $t_2 = \frac{t_1}{4}$.
- $t_2 = 2t_1$.

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

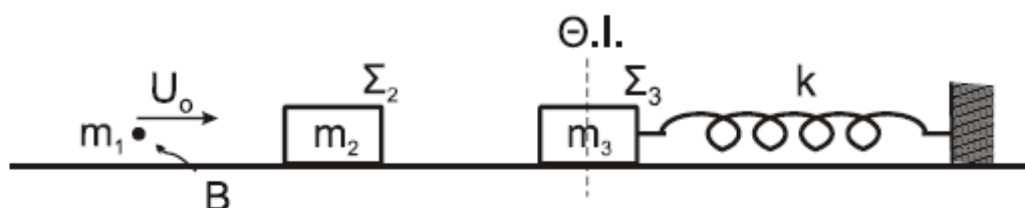
Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6**Σχήμα 1**

ΘΕΜΑ Δ

Βλήμα B μάζας $m_1 = 0,5\text{kg}$, κινούμενο με ταχύτητα μέτρου $U_0 = 16\text{m/s}$, συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 1,5\text{kg}$, που βρίσκεται ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο, στην ευθεία κίνησης του βλήματος B (Σχήμα 5), με αποτέλεσμα να δημιουργηθεί συσσωμάτωμα (B- Σ_2).



Σχήμα 5

Σώμα Σ_3 , μάζας $m_3 = 2\text{kg}$, ηρεμεί προσδεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς $k = 200\text{N/m}$, το οποίο είναι ακλόνητα στερεωμένο και μπορεί να κινείται στο ίδιο λείο οριζόντιο επίπεδο (Σχήμα 5).

Η κρούση του βλήματος B με το σώμα Σ_2 είναι ακαριαία.

Δ1. Να υπολογίσετε την κοινή ταχύτητα του συσσωματώματος (B- Σ_2).

Μονάδες 4

Δ2. Να υπολογίσετε το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας που έγινε θερμότητα κατά την κρούση του βλήματος B με το σώμα Σ_2 .

Μονάδες 6

Αμέσως μετά την κρούση, το συσσωμάτωμα (B- Σ_2) συνεχίζει να κινείται και τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα Σ_3 , με αποτέλεσμα το σώμα Σ_3 αμέσως μετά την κρούση να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = k$.

Δ3. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος (B- Σ_2), την ταχύτητα του σώματος Σ_3 αμέσως μετά την ελαστική κρούση, καθώς και το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος Σ_3 .

Μονάδες 7

Δ4. Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή t_1 , κατά την οποία το σώμα Σ_3 ξανασυγκρούεται με το συσσωμάτωμα (B- Σ_2) και να υπολογίσετε την απόσταση του σώματος Σ_3 από το συσσωμάτωμα (B- Σ_2) τη χρονική στιγμή $t_2 = (t_1 + 5)\text{s}$.

Μονάδες 8

- Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.