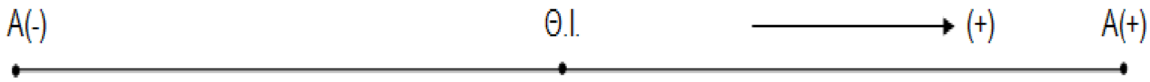


$t_0=0$ (δίχως φ_0)

	(7)	(8)	(6)	(5)	(1,9)	(2)	(4)	(3)
	A(-)	**A(-) → Θ.Ι.**	**A(-) ← Θ.Ι.**	**Θ.Ι.** ←	**Θ.Ι.** →	**Θ.Ι. → A(+)**	**Θ.Ι. ← A(+)**	**A(+)**
t	$\frac{3T}{4}$	$\frac{3T}{4}<t<T$	$\frac{T}{2}<t<\frac{3T}{4}$	$\frac{T}{2}$	0,(T)	$0<t<\frac{T}{4}$	$\frac{T}{4}<t<\frac{T}{2}$	$\frac{T}{4}$
Φ=ωt	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}<\phi<2\pi$	$\pi<\phi<\frac{3\pi}{2}$	π	0,(2π)	$0<\phi<\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}<\phi<\pi$	$\frac{\pi}{2}$
x	-A	-A <x <0 αρνητική	-A <x <0 αρνητική	0	0	0 <x < +A θετική	0<x <+A θετική	+A
υ	0	0 <υ <+ωA θετική → ⟶	0> υ > -ωA αρνητική ← ⟵	- ωA -max	+ωA max	+ωA >υ > 0 θετική ⟶ →	-ωA <υ <0 αρνητική ⟵ ←	0
α	$+\omega^2A$	$+\omega^2A > \alpha > 0$ θετική ⟶ →	$0 < \alpha < +\omega^2A$ θετική ⟶ →	0	0	$0 > \alpha > -\omega^2A$ αρνητική ← ⟵	$-\omega^2A < \alpha < 0$ αρνητική ← ⟵	$-\omega^2A$
ΣF	+DA	+DA>ΣF>0 ⟶ →	0< ΣF <+DA ⟶ →	0	0	0> ΣF >-DA ← ⟵	-DA< ΣF <0 ← ⟵	-DA
Κίν.	Ακιν.	Επιταχυν.	Επιβραδυν.	-max	max	Επιβραδυν.	Επιταχυν.	Ακιν.
U	$\frac{1}{2}DA^2$	$\frac{1}{2}DA^2>U>0$ μείωση	$\frac{1}{2}DA^2>U>0$ αύξηση	0	0	$0<U<\frac{1}{2}DA^2$ αύξηση	$0<U<\frac{1}{2}DA^2$ μείωση	$\frac{1}{2}DA^2$
K	0	$0<K<\frac{1}{2}DA^2$ αύξηση	$0<K<\frac{1}{2}DA^2$ μείωση	$\frac{1}{2}DA^2$	$\frac{1}{2}DA^2$	$\frac{1}{2}DA^2>K>0$ μείωση	$0<K<\frac{1}{2}DA^2$ αύξηση	0
E	$\frac{1}{2}DA^2$	$\frac{1}{2}DA^2$	$\frac{1}{2}DA^2$	$\frac{1}{2}DA^2$	$\frac{1}{2}DA^2$	$\frac{1}{2}DA^2$	$\frac{1}{2}DA^2$	$\frac{1}{2}DA^2$

Α. ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

1. Απλός αρμονικός ταλαντωτής μάζας M=1kg εκτελεί 30 πλήρεις ταλαντώσεις σε ένα λεπτό. Η ολική ενέργεια της ταλάντωσης είναι 5J. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ το σώμα βρίσκεται στη θέση χ=0,5m και έχει θετική ταχύτητα. Αν $\pi^2=10$:

Α. Να γράψετε τις εξισώσεις της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της συνισταμένης δύναμης σε συνάρτηση με τον χρόνο.

Β. Πόση είναι η ταχύτητα, ο ρυθμός μεταβολής της ορμής και ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος τη χρονική στιγμή $t_0=0$;

Γ. Σε ποιες θέσεις η δυναμική ενέργεια γίνεται ίση με την κινητική ενέργεια;

Δ. Για πόσο χρονικό διάστημα η δυναμική ενέργεια παραμένει μεγαλύτερη της κινητικής;

2. Η ενέργεια της ταλάντωσης ενός απλού αρμονικού ταλαντωτή είναι E=2J. Η απόσταση μεταξύ των ακραίων θέσεων Α και Α΄ της ταλάντωσης είναι d=2m και ο χρόνος που απαιτείται για την μετάβαση του σώματος από την μία ακραία θέση στην άλλη είναι $\Delta t=\pi/2$ sec. Τη χρονική στιγμή t=0 το σώμα διέρχεται από το μέσο Ο του ευθυγράμμου τμήματος ΑΑ΄ έχοντας ταχύτητα $\upsilon<0$.

Α. Να υπολογίσετε την μάζα του σώματος.

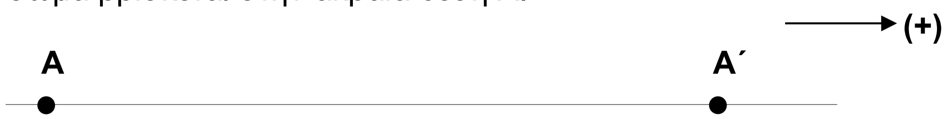
Β. Να γράψετε τις χρονικές εξισώσεις της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του απλού αρμονικού ταλαντωτή.

Γ. Να υπολογιστεί το χρονικό διάστημα για το οποίο η συνισταμένη δύναμη που δέχεται το σώμα έχει τιμή μεγαλύτερη ίση του μισού της μεγίστης της τιμής.

Δ. Για ποιες τιμές της απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση ισορροπίας η κινητική ενέργεια του σώματος έχει τριπλάσια τιμή από τη δυναμική του ενέργεια.

Ε. Να παραστήσετε γραφικά τη φάση της ταλάντωσης σε συνάρτηση με τον χρόνο

3. Η μάζα ενός απλού αρμονικού ταλαντωτή είναι m=1kg. Η απόσταση μεταξύ των ακραίων θέσεων Α και Α΄ της ταλάντωσης είναι d=4m και η συχνότητα της ταλάντωσης είναι 1/π Hz. Τη χρονική στιγμή t=0 το σώμα βρίσκεται στην ακραία θέση Α.



Α. Να υπολογίσετε την ενέργεια της ταλάντωσης.

Β. Να γράψετε τις χρονικές εξισώσεις της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του απλού αρμονικού ταλαντωτή. Να θεωρήσετε ως θετική τη φορά προς τα δεξιά.

Γ. Να υπολογιστούν οι μέγιστες τιμές της ταχύτητας, της συνισταμένης δύναμης και της κινητικής ενέργειας του σώματος.

Δ. Για ποιες τιμές της απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση ισορροπίας η κινητική ενέργεια του σώματος έχει τριπλάσια τιμή από τη δυναμική του ενέργεια.

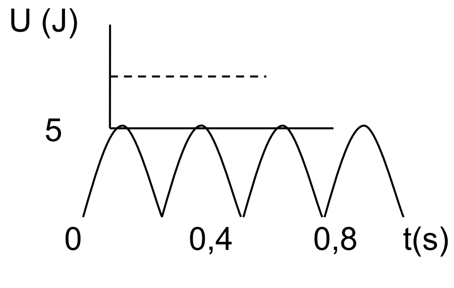
Ε. Πόση σε εκείνες τις τιμές απομάκρυνσης η ταχύτητα, ο ρυθμός μεταβολής της ορμής και ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος;

4. Στο σχήμα που ακολουθεί φαίνεται η γραφική παράσταση της δυναμικής ενέργειας ενός απλού αρμονικού ταλαντωτή μάζας m=1kg με τον χρόνο για τα πρώτα 0,8sec της κίνησης του. Τη χρονική στιγμή $t=0^+$ η ταχύτητα του σώματος έχει κατεύθυνση προς την αρνητική φορά. Αν $\pi^2=10$

Α. Να γράψετε την χρονική εξίσωση της ταχύτητας του απλού αρμονικού ταλαντωτή και να την παραστήσετε γραφικά για το χρονικό διάστημα των 0,8 sec

Β. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος όταν η απομάκρυνση του είναι $10^{-1}\sqrt{2}$ m.

Γ. Για πόσο χρόνο κατά τη διάρκεια της πρώτης περιόδου η απομάκρυνση του σώματος από τη ΘΙ είναι μεγαλύτερη από 0,1m.



5. Δύο όμοια κατακόρυφα ιδανικά ελατήρια (1) και (2) έχουν το άνω άκρο τους ακλόνητα στερεωμένο στην οροφή. Στο άλλο άκρο τους ισορροπούν κρεμασμένα δύο σώματα με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα. Οι επιμηκύνσεις των δύο ελατηρίων στη θέση ισορροπίας είναι $\Delta l_1=4\Delta l_2$. Απομακρύνουμε τα σώματα από τη θέση ισορροπίας τους κατά την ίδια απόσταση d, το μεν πρώτο κατακόρυφα προς τα επάνω, το δε δεύτερο κατακόρυφα προς τα κάτω και τα αφήνουμε ταυτόχρονα ελεύθερα, οπότε εκτελούν απλές αρμονικές ταλαντώσεις.

(1) Τα σώματα διέρχονται για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας τους:
α. ταυτόχρονα, **β.** σε διαφορετικές χρονικές στιγμές με πρώτο το Σ_1
γ. σε διαφορετικές χρονικές στιγμές με πρώτο το Σ_2

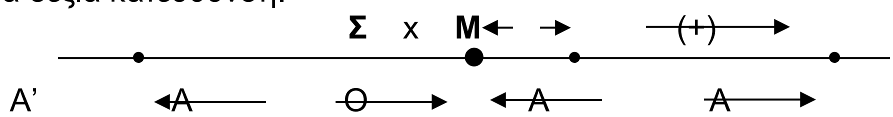
(2) **α.** Οι μέγιστες ταχύτητες των δύο σωμάτων είναι ίσες. **β.** η μέγιστη ταχύτητα του Σ_1 είναι διπλάσια αυτής του Σ_2. **γ.** η μέγιστη ταχύτητα του Σ_2 είναι διπλάσια αυτής του Σ_1.

(3) **α.** Οι ενέργειες ταλάντωσης των δύο σωμάτων είναι ίσες, **β.** η ενέργεια ταλάντωσης του Σ_1 είναι διπλάσια αυτής του Σ_2. **γ.** η ενέργεια ταλάντωσης του Σ_1 είναι τετραπλάσια αυτής του Σ_2.

(4) Να συγκρίνετε τις μέγιστες δυνάμεις των δύο ελατηρίων κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης των δύο σωμάτων

Β. ΒΑΣΙΚΑ ΣΗΜΕΙΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

Με τον όρο **απλή αρμονική ταλάντωση** (Α.Α.Τ) αναφερόμαστε στην ευθύγραμμη κίνηση ενός σώματος Σ μεταξύ δύο ακραίων θέσεων Α και Α’, οι οποίες απέχουν ίσες αποστάσεις (έστω Α) από τη θέση ισορροπίας Ο (το μέσον του ευθ. τμήματος ΑΑ’). Η μελέτη της Α.Α.Τ προϋποθέτει τον ορισμό μίας φοράς ως **θετικής** (+). Αν δεν ορίζεται διαφορετικά από το πρόβλημα, ως θετική θεωρούμε την προς τα δεξιά κατεύθυνση.



Θα προσδιορίσουμε στη συνέχεια τα χαρακτηριστικά μεγέθη της Α.Α.Τ. Στην αρχή, για απλότητα, θα θεωρήσουμε πως το σώμα αρχίζει να κινείται τη χρονική στιγμή $t_0=0$, από τη θέση ισορροπίας και με κατεύθυνση προς τη θετική φορά. Η κίνηση αυτή λέγεται ταλάντωση **δίχως αρχική φάση ($\varphi_0=0$)**. Εντούτοις αρκετά από τα αναφερόμενα στην παράγραφο αυτή ισχύουν και για την περίπτωση της ταλάντωσης με αρχική φάση φ_0 που θα εξεταστεί στη συνέχεια.

Β.1. <u>Χρονική διάρκεια – Συχνότητα – Φάση</u>
Ο απαιτούμενος χρόνος για την εκτέλεση μίας **πλήρους** ταλάντωσης από το Σ (ο όρος’’ πλήρης’’ περιλαμβάνει την επιστροφή του σώματος στην αρχική θέση με την ίδια όμως φορά κίνησης, π.χ. η κίνηση ΟΑΟ δεν θεωρείται πλήρης ταλάντωση, αντίθετα με την κίνηση ΟΑΟΑ’Ο, που είναι μία πλήρης ταλάντωση) ονομάζεται **περίοδος (Τ)** της ταλάντωσης και μετριέται στο SI σε sec. Θεωρώντας πως η κάθε πλήρης ταλάντωση αποτελείται από τέσσερα τμήματα, ήτοι ΟΑ, ΑΟ, ΟΑ’, Α’Ο, για κάθε ένα από αυτά απαιτείται χρόνος ίσος με το ένα τέταρτο της περιόδου (Τ/4).
Ο αριθμός των πλήρων ταλαντώσεων σε χρόνο ίσο με 1sec ονομάζεται **συχνότητα (f)** της Α.Α.Τ. και μετριέται στο SI σε Hz. Προφανώς ισχύει:

$$f=\frac{1}{T} \quad \textbf{(1)}$$

Μία ακόμη χαρακτηριστική ποσότητα της απλής αρμονικής ταλάντωσης είναι η **γωνιακή συχνότητα (ω)**, η οποία ορίζεται ως:

$$\omega=2\pi f=2\pi/T \quad \textbf{(2)}$$

και μετριέται στο SI σε rad/sec. Το γινόμενο **ωt** ονομάζεται **φάση** της Α.Α.Τ. και μετριέται στο SI σε rad.

Σημείωση: Τα όσα αναφέρονται παραπάνω ισχύουν σε γενικές γραμμές για οποιοδήποτε περιοδικό φαινόμενο (π.χ. την ομαλή κυκλική κίνηση). Όπως θα δούμε παρακάτω η ιδιαιτερότητα της Α.Α.Τ έγκειται στον τρόπο με τον οποίο τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά μεγέθη εξαρτώνται από τον χρόνο (ημιτονοειδής εξάρτηση).

Β.2. Απομάκρυνση (θέση) – Ταχύτητα - Επιτάχυνση

Αν τη χρονική στιγμή t το σώμα βρίσκεται σε μία τυχαία θέση Μ, τότε η απόσταση ΟΜ του Μ από τη θέση ισορροπίας Ο ονομάζεται **απομάκρυνση (x)** του σώματος και μετριέται στο SI σε m. Η μέγιστη απόλυτη τιμή της απομάκρυνσης ονομάζεται **πλάτος (Α)** της ταλάντωσης. Στην Α.Α.Τ η απομάκρυνση εξαρτάται ημιτονοειδώς από τον χρόνο, κάτι που συνοψίζει η εξίσωση:

$$x=A\eta\mu(\omega t) \quad \mathbf{(3)}$$

Ημιτονοειδής εξάρτηση υφίσταται επίσης και μεταξύ της **ταχύτητας (υ)** του Σ σε κάποια τυχαία θέση και του χρόνου, η οποία περιγράφεται από την εξίσωση:

$$\upsilon=\upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu(\omega t) \ \mathbf{(4)} \ \text{και} \ \upsilon_{max}=\omega A \ \mathbf{(5)}$$

Από τη στιγμή που η ταχύτητα του Σ μεταβάλλεται κατά τη διάρκεια μίας περιόδου η Α.Α.Τ. είναι επιταχυνόμενη κίνηση, η **επιτάχυνση (α)** της οποίας εξαρτάται ημιτονοειδώς από τον χρόνο κατά την εξίσωση:

$$\alpha=-\alpha_{max}\eta\mu(\omega t) \ \mathbf{(6)} \ \text{και} \ \alpha_{max}=\omega^2 A \ \mathbf{(7)}$$

Σημείωση: Οι τιμές των x, υ και α είναι τόσο θετικές όσο και αρνητικές, ενώ κατά τη διάρκεια μίας περιόδου το Σ διέρχεται δύο φορές από κάθε θέση, μία κινούμενο προς τη θετική και μία κινούμενο προς την αρνητική κατεύθυνση. Η κατεύθυνση κίνησης του Σ δηλώνεται από το πρόσημο της ταχύτητας, ενώ κατά τη διάρκεια μίας περιόδου η ταχύτητα του Σ παίρνει δύο φορές την ίδια τιμή υ_1, μία στη θέση $x=x_1$ και μία στη θέση $x=-x_1$. Το είδος της κίνησης του Σ καθορίζεται από τη σχέση των υ και α: αν είναι ομόρροπα (ομόσημα) η κίνηση είναι επιταχυνόμενη, ενώ αν είναι αντίρροπα (ετερόσημα) η κίνηση είναι επιβραδυνόμενη.

Β.3. Συνισταμένη Δύναμη

Ως μεταβαλλόμενη κίνηση και μάλιστα μη ομαλά, η Α.Α.Τ προϋποθέτει την ύπαρξη μη μηδενικής **συνισταμένης δύναμης (ΣF)** η οποία σύμφωνα με τον 2ο νόμο του Νεύτωνα και τις σχέσεις (6) και (7) δίνεται από τη σχέση:

$$\Sigma F=m\alpha=-m\omega^2 A\,\eta\mu(\omega t) \quad \mathbf{(8)}$$

συνεπώς εξαρτάται επίσης ημιτονοειδώς από τον χρόνο. Η τελευταία σχέση με τη βοήθεια της (3) μπορεί να γραφεί:

$$\Sigma F=-Dx \ \mathbf{(9)}, \ \text{με} \ D=m\omega^2 \ \mathbf{(10)}$$

Η σχέση (9) αποτελεί την ικανή και αναγκαία συνθήκη ώστε ένα σώμα να εκτελεί Α.Α.Τ. Σύμφωνα με αυτή για να εκτελεί ένα σώμα Α.Α.Τ πρέπει η συνισταμένη δύναμη να είναι ανάλογή της θέσης και με φορά προς τη θέση ισορροπίας **(δύναμη επαναφοράς)**.

Σημείωση: Από τις σχέσεις (2) και (10) προκύπτει η σχέση που δίνει την τιμή της περιόδου T της Α.Α.Τ:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} \quad \mathbf{(11)}$$

Η σχέση αυτή δηλώνει την εξάρτηση της περιόδου από τα φυσικά χαρακτηριστικά του ταλαντούμενου συστήματος.

Β.4. Η ενέργεια στην Α.Α.Τ.

Ένα ταλαντούμενο σύστημα διαθέτει ενέργεια. Η ενέργεια αυτή, γνωστή ως **ενέργεια ταλάντωσης**, είναι η απαιτούμενη ενέργεια που πρέπει να δοθεί στο σύστημα, μέσω κάποιας δύναμης, ώστε αυτό να ταλαντωθεί. Εφόσον η δύναμη αυτή πρέπει να υπερνικήσει αρχικά τη δύναμη επαναφοράς θα ισούται με αυτήν, συνεπώς η παρεχόμενη ενέργεια θα ισούται με το έργο μίας δύναμης αντίθετης με τη δύναμη επαναφοράς. Έτσι:

$$E_{\tau\alpha\lambda}=\frac{1}{2}DA^2 \quad \mathbf{(12)}$$

Η ενέργεια αυτή είναι **κινητική** (το σύστημα έχει ταχύτητα) και **δυναμική** (από τη στιγμή που η ταχύτητα μεταβάλλεται περιοδικά η κινητική ενέργεια μετατρέπεται σε δυναμική και αντιστρόφως). Ισχύει:

$$K=\frac{1}{2}mu^2=\frac{1}{2}m\omega^2A^2\sigma\upsilon\nu^2(\omega t)=\frac{1}{2}DA^2\sigma\upsilon\nu^2(\omega t)=\frac{1}{2}DA^2\left(\frac{1+\sigma\upsilon\nu(2\omega t)}{2}\right)=\frac{E\tau\alpha\lambda}{2}+\frac{E\tau\alpha\lambda}{2}\sigma\upsilon\nu(2\omega t) \quad \textbf{(13)}$$

$$U=E_{\tau\alpha\lambda}-K=\frac{1}{2}Dx^2=\frac{1}{2}DA^2(1-\sigma\upsilon\nu^2(\omega t))=\frac{1}{2}DA^2\left(1-\frac{1+\sigma\upsilon\nu(2\omega t)}{2}\right)=\frac{E\tau\alpha\lambda}{2}-\frac{E\tau\alpha\lambda}{2}\sigma\upsilon\nu(2\omega t) \quad \textbf{(14)}$$

Σημείωση: Από τη σχέση (12) προκύπτει πως το πλάτος της Α.Α.Τ είναι συνάρτηση μόνο της αρχικά παρεχόμενης ενέργειας στο σύστημα. Επίσης από τις δύο τελευταίες σχέσεις συνάγεται ότι η κινητική και η δυναμική ενέργεια στην Α.Α.Τ. μεταβάλλονται επίσης ημιτονοειδώς με τον χρόνο αλλά με διπλάσια συχνότητα από αυτή των υπολοίπων χαρακτηριστικών μεγεθών. Κατά τη διάρκεια μίας περιόδου η τιμή της Κ ισούται με αυτήν της U σε τέσσερις χρονικές στιγμές. Τέλος η ΑΔΜΕ επιβάλλει U+K=σταθ.=Ε, σε κάθε χρονική στιγμή.

Γ. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

<u>1Η ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ: ΑΠΟ ΤΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΣΤΙΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΚΙΝΗΣΗΣ ΚΑΙ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΑ</u>

Σε πολλές ασκήσεις ζητείται η εξαγωγή πληροφοριών για την Α.Α.Τ με τη βοήθεια δεδομένων εξισώσεων κίνησης ή αντιστρόφως η κατασκευή των εξισώσεων κίνησης από τα δεδομένα της άσκησης (μπορεί να δίνονται είτε με λόγια, είτε με γραφικές παραστάσεις).

• Στην πρώτη περίπτωση γίνεται αντιπαραβολή μεταξύ της δοθείσης εξίσωσης και της γενικής μορφής της εξίσωσης κίνησης, όπως είναι γνωστή από τη θεωρία. Π.χ.

Δινεται: $\upsilon=2\pi\sigma\upsilon\nu\left(\pi t+\frac{5\pi}{6}\right)$ (SI)

$\updownarrow \quad \updownarrow \quad\quad \updownarrow \quad\quad\quad \Rightarrow \omega=\pi rad/s, \varphi_0=5\pi/6 rad, \varphi=\pi t+\frac{5\pi}{6}, \upsilon_{max}=\omega A=2\pi m/s \Rightarrow A=2m$

Θεωρια: $\upsilon=\omega A\sigma\upsilon\nu(\omega t+\varphi_0)$

Παρατήρηση: Αν αντί του (SI) υπάρχουν άλλες μονάδες τα μεγέθη θα εκφραστούν σε αυτές.

• Στην δεύτερη περίπτωση, όταν τα δεδομένα δεν δίνουν άμεσα πληροφορίες για τα στοιχεία της Α.Α.Τ. δίνεται έμφαση σε εκφράσεις όπως οι ακόλουθες:

- <u>Η απόσταση των δύο ακραίων θέσεων</u> **= 2A**.
- <u>Το ολικό διάστημα που διανύεται κατά τη διάρκεια μίας πλήρους ταλάντωσης</u> **= 4A**.
- <u>Το σώμα διέρχεται Ν φορές σε χρόνο t από μία συγκεκριμένη θέση (π.χ. ΘΙ)</u> $\Rightarrow$ **f=(N/2)/t**
- <u>Ο χρόνος ανάμεσα σε δύο μηδενισμούς της ταχύτητας</u> **=T/2**
- <u>Η ταχύτητα στην ΘΙ</u> **=υ_{max}.**
- <u>Τα μεγέθη χ, υ, α, ΣF παίρνουν την ίδια τιμή</u> **2 φορές** ενώ <u>τα Κ και U</u> **4 φορές** <u>κατά τη διάρκεια μίας περιόδου</u>.

Παρατήρηση: Στην περίπτωση των διαγραμμάτων να δίνεται βαρύτητα στο μέγεθος που παριστάνεται γραφικά.

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν τα εξής θέματα:

Γ.1.1. <u>Προσδιορισμός αρχικής φάσης – Σχέση (φ-t)</u>

• Στην περίπτωση που το Σ τη χρονική στιγμή t_0=0 δεν διέρχεται από την Θ.Ι. με κατεύθυνση προς την ορισθείσα θετική φορά, λέμε ότι η κίνηση γίνεται **με αρχική φάση φ_0**. Για τις τιμές της αρχικής φάσης ισχύει:

$$0\leq\varphi_0<2\pi \quad \textbf{(15)}$$

Η φ_0 πρέπει να συνυπολογίζεται στην φάση $\varphi=\omega t$, κάτι που σημαίνει πως οι εξισώσεις της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης τροποποιούνται ως εξής:

$x=A\eta\mu(\omega t+\varphi_0)$ **(3)'** $\quad$ $\upsilon=\upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu(\omega t+\varphi_0)$ **(4)'** $\quad$ $\alpha=-\alpha_{max}\eta\mu(\omega t+\varphi_0)$ **(6)'**

Για τον προσδιορισμό της φ_0 εργαζόμαστε ως εξής:

(α) Αν γνωρίζουμε τις τιμές των μεγεθών x(ή α, ή ΣF, ή U)και υ(ή K) τη χρονική στιγμή t_0=0

Στην περίπτωση αυτή εκμεταλλευόμαστε το γεγονός του ότι δύο διαφορετικές γωνίες εντός του διαστήματος που ορίζεται από τη σχέση (15) δεν μπορούν να έχουν ίδιους και τους δύο τριγωνομετρικούς αριθμούς ημίτονο και συνημίτονο.

Αντικαθιστώντας στις εξισώσεις (3)' και (4)' τις γνωστές τιμές των t (=0), x και υ προκύπτει ένα σύστημα δύο τριγωνομετρικών εξισώσεων, η μία εκ των οποίων περιέχει το $\eta\mu\varphi_0$ και η άλλη το $\sigma\upsilon\nu\varphi_0$. Από τη λύση του συστήματος των δύο αυτών εξισώσεων και λαμβάνοντας υπόψη τον περιορισμό (15) προκύπτει η τιμή της φ_0. Ισχύει:

$$\eta\mu\varphi_0=\eta\mu\alpha \Rightarrow \varphi_0=2k\pi+\alpha \text{ και } \varphi_0=(2k+1)\pi-\alpha$$
$$\sigma\upsilon\nu\varphi_0=\sigma\upsilon\nu\alpha \Rightarrow \varphi_0=2k\pi\pm\alpha \qquad \textbf{(16)}$$

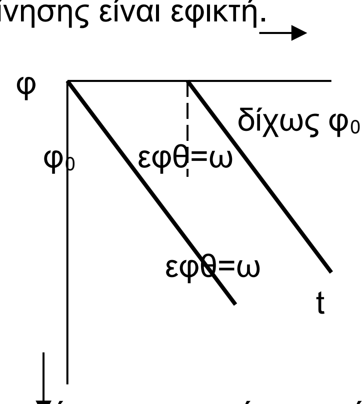
(β) Όταν γνωρίζουμε τη τιμή του x(α, ΣF, U)και την φορά κίνησης τη χρονική στιγμή t_0=0

Αντικαθιστώντας στην εξίσωση (3)' τις γνωστές τιμές των t (=0) και x προκύπτει μία τριγωνομετρική εξίσωση, η οποία περιέχει το $\eta\mu\varphi_0$. Από τη λύση της και λαμβάνοντας υπόψη τον περιορισμό (15) προκύπτουν δύο τιμές της φ_0. Δεκτή είναι αυτή από τις δύο που, εάν αντικατασταθεί στην εξίσωση (4)', θα μας δώσει τιμή της υ (+ ή -) η οποία ανταποκρίνεται στην φορά της κίνησης. Αν το Σ βρίσκεται στις ακραίες θέσεις μόνο μία φορά κίνησης είναι εφικτή.

- Η εξάρτηση της φ από τον χρόνο περιγράφεται από τη σχέση:

$\varphi=\omega t+\varphi_0$ **(17)** , ω και φ_0 σταθερά

είναι συνεπώς ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων αν φ_0=0 και της οποίας η κλίση ισούται με ω.



Γ.1.2. <u>Σχέσεις μεταξύ των χαρακτηριστικών μεγεθών της Α.Α.Τ.</u>

Σε πολλά προβλήματα ζητείται η χρονική στιγμή που το Σ έχει κάποια ορισμένη τιμή απομάκρυνσης, ταχύτητας, κ.ο.κ. ή αντίστροφα η τιμή κάποιου εκ των χαρακτηριστικών μεγεθών σε ορισμένη χρονική στιγμή. Αν και η απευθείας επίλυση των αντίστοιχων τριγωνομετρικών εξισώσεων και ανισώσεων (στην οποία πρέπει να λαμβάνονται υπόψη όλοι οι περιορισμοί) είναι ασφαλής δρόμος, ταυτόχρονα είναι ιδιαίτερα επίπονος. Έτσι, εναλλακτικά, μπορούμε να καταφεύγουμε στις σχέσεις που υφίστανται μεταξύ των χαρακτηριστικών μεγεθών της Α.Α.Τ.

- **Όταν ζητείται η τιμή της ταχύτητας υ τη στιγμή που το Σ βρίσκεται σε ορισμένη θέση x**

Ξεκινώντας από την σχέση (10) που δίνει την σταθερά επαναφοράς και την ΑΔΜΕ:

$$K+U=E \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2+\frac{1}{2}Dx^2=\frac{1}{2}DA^2 \qquad \textbf{(18)}$$

αποδεικνύεται ότι: $\upsilon=\pm\omega\sqrt{A^2-x^2}$ **(19)**

Η σχέση αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί και αντίστροφα για τον υπολογισμό της απομάκρυνσης όταν είναι γνωστή η τιμή της ταχύτητας, αφού προηγηθεί η κατάλληλη τροποποίηση:

$$x=\pm\sqrt{A^2-\frac{\upsilon^2}{\omega^2}} \qquad \textbf{(19)'}$$

Σημείωση: Όπως φαίνεται από τη σχέση (19) σε κάθε τιμή της απομάκρυνσης αντιστοιχούν δυο αντίθετες τιμές ταχύτητας, η μία για κίνηση προς τη Θ.Ι. ($\pm$) και η άλλη για την αντίθετη κίνηση ($\mp$), ενώ σε κάθε τιμή της ταχύτητας αντιστοιχούν δύο αντίθετες τιμές της απομάκρυνσης, η μία στο θετικό και η άλλη στον αρνητικό ημιάξονα.

- **Όταν ζητείται η τιμή της επιτάχυνσης α τη στιγμή που το Σ βρίσκεται σε ορισμένη θέση**

Με τη βοήθεια των σχέσεων (3)' και (6)' προκύπτει:

$$\alpha = -\omega^2 x \quad \textbf{(20)}$$

ενώ αυτόματα:

$$\Sigma F = -m\omega^2 x \quad \textbf{(20)'}$$

* **Όταν ζητείται η τιμή της επιτάχυνσης α τη στιγμή που το Σ έχει ορισμένη ταχύτητα υ ή αντίστροφα.**

Συνδυάζοντας τις εξισώσεις (19) και (20) παίρνουμε:

$$\alpha = \pm\sqrt{\omega^2 A^2 - \upsilon^2} \ \textbf{(21)} \text{ και } \upsilon = \pm\sqrt{\omega^2 A^2 - \alpha^2} \ \textbf{(21)'}$$

Πρέπει να τονιστεί πως οι σχέσεις (19) – (21) πρέπει να αποδεικνύονται.

* **Όταν ζητείται η θέση ή η χρονική στιγμή κατά την οποία είναι η γνωστή η σχέση της κινητικής με τη δυναμική ενέργεια ή η σχέση μίας εκ των δύο με την ενέργεια της ταλάντωσης.**

Χρησιμοποιούμε τη γνωστή σχέση μεταξύ των ενεργειών και την ΑΔΜΕ (18) και βρίσκουμε την απομάκρυνση στην οποία υφίσταται αυτή η σχέση. Ακολούθως – εδώ είναι αναπόφευκτη η χρήση της – επιλύουμε την τριγωνομετρική εξίσωση (3)' και υπολογίζουμε τη χρονική στιγμή λαμβάνοντας υπόψη και τους περιορισμούς που τίθενται από το πρόβλημα (π.χ. ''κατά τη διάρκεια της πρώτης περιόδου'' σημαίνει $0 \leq t < T$ κ.λ.π.).

Παρατήρηση: Για τον υπολογισμό του % ποσοστού της Ε που αντιπροσωπεύει η Κ (ή η U) χρησιμοποιούμε την απλή μαθηματική σχέση :

$$\%\ \text{ποσοστο} = \frac{K}{E} \cdot 100\% \quad \textbf{(22)}$$

<u>2^{Η} ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ: ΑΠΟΔΕΙΞΗ ΤΗΣ ΑΑΤ ΓΙΑ ΕΝΑ ΣΩΜΑ</u>

Όταν η συνισταμένη δύναμη που δέχεται ένα σώμα σε κάθε σημείο της τροχιάς του είναι ανάλογη της απομάκρυνσης και αντίθετης φοράς από αυτή (ΣF=-Dx), τότε η κίνηση του σώματος είναι Α.Α.Τ. (η σχέση είναι ικανή). Αντίστροφα για να εκτελεί ένα σώμα Α.Α.Τ. πρέπει να ισχύει η παραπάνω σχέση μεταξύ συνισταμένης δύναμης και απομάκρυνσης.

* **Για να αποδείξουμε ότι η κίνηση ενός σώματος είναι Α.Α.Τ. :**

(α) Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στη Θ.Ι. (προσδιορίζεται από την εκφώνηση). Στη Θ.Ι. ισχύει πάντοτε ΣF=0. Από τη σχέση αυτή και λαμβάνοντας υπόψη τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα καταλήγουμε σε μία δεύτερη σχέση για τις δυνάμεις αυτές.

(β) Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα σε μία τυχαία θέση της τροχιάς του (απομάκρυνσης x διάφορης του μηδενός) και υπολογίζουμε τη συνισταμένη των δυνάμεων αυτών, <u>**θεωρώντας ως θετικές τις δυνάμεις που είναι ομόρροπες με τη φορά της απομάκρυνσης από τη Θ.Ι.**</u>

(γ) Αν η ΣF προκύπτει ανάλογη της x με συντελεστή αναλογίας που είναι συνάρτηση των φυσικών χαρακτηριστικών του συστήματος (μάζες, σταθερές ελατηρίων), τότε η κίνηση είναι Α.Α.Τ. και η τιμή του συντελεστή αναλογίας συμπίπτει με τη τιμή της σταθεράς επαναφοράς D.

* **Για να υπολογίσουμε χαρακτηριστικά της Α.Α.Τ. :**

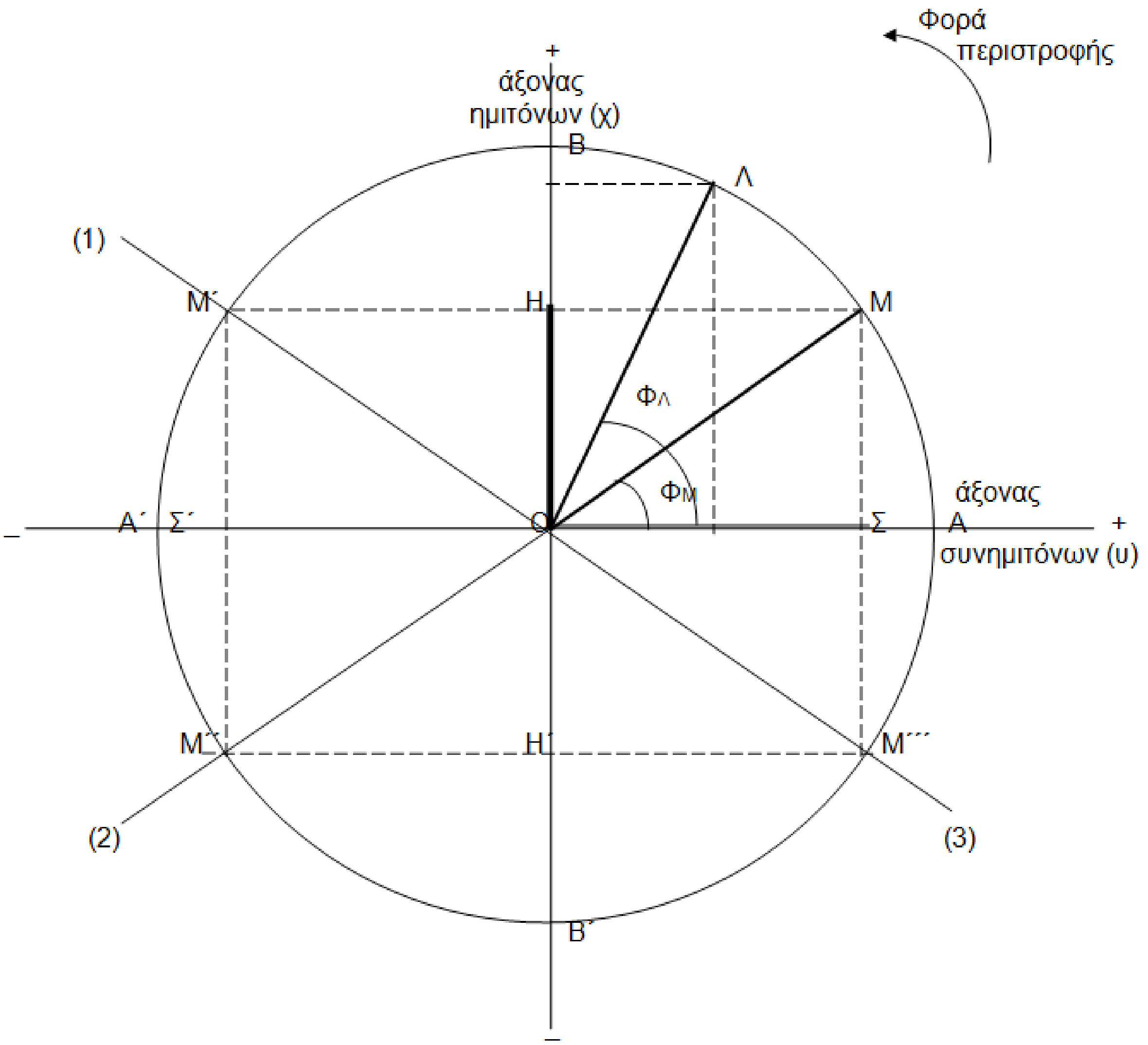
(δ) Με γνωστή τη D υπολογίζουμε την περίοδο της ταλάντωσης (σχέση 11).

(ε) Ο υπολογισμός του πλάτους απαιτεί ιδιαίτερη προσοχή και το πλάτος συμπίπτει με την απόσταση της ΘΙ και της θέσης μηδενισμού της ταχύτητας <u>**μόνο όταν**</u> η ΘΙ δεν αλλάζει εξαιτίας της δημιουργίας συσσωματώματος ή της διάσπασης του σώματος σε δύο κομμάτια.

<u>3^{Η} ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ: ΚΥΚΛΟΣ ΑΝΑΦΟΡΑΣ</u>

Ιδιαίτερα χρήσιμος στη μελέτη της Α.Α.Τ είναι ο κύκλος ανφοράς. Εδώ θεωρούμε τον κύκλο αυτό με τη διαφορά ότι η ακτίνα του είναι ίση με το πλάτος (Α) της Α.Α.Τ. Για να γίνει η μελέτη αυτή σκεφτόμαστε ως εξής:

Έστω ένα σώμα Σ το οποίο εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση σε κύκλο ακτίνας R=A, με γωνιακή ταχύτητα ω και με τη φορά του σχήματος. Θεωρούμε ότι τη χρονική στιγμή t_0=0 το σώμα βρίσκεται στη θέση Α, ενώ τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2 στις θέσεις Μ και Λ αντίστοιχα. Η ακτίνα του κύκλου (επιβατική ακτίνα), η οποία παρακολουθεί την κίνηση του Σ σε κάθε χρονική στιγμή διαγράφει τόξα φ=ωt. Η προβολή (ΟΗ) της ακτίνας στον κατακόρυφο άξονα ισούται με Α.ημωt και παριστά την απομάκρυνση, ενώ η προβολή της (ΟΣ) στον οριζόντιο άξονα ισούται με Α.συνωt και συνεπώς μπορεί να παραστήσει την ταχύτητα του σώματος. Έτσι για την περίπτωση αυτή, που ισοδυναμεί με Α.Α.Τ δίχως αρχική φάση (αν υπάρχει αρχική φάση το Σ ξεκινάει από κάποιο σημείο Κ όπου $A\hat{O}K = \phi_0$), η θέση Α είναι η Θ.Ι. για κίνηση προς την θετική φορά (χ=0, υ=max), η θέση Β η θετική ακραία θέση (χ=+Α, υ=0), η θέση Α΄ η Θ.Ι (χ=0, υ=-max), αλλά για κίνηση προς την αρνητική φορά και η θέση Β΄ η αρνητική ακραία θέση (χ=-Α, υ=0).



4Η ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ: ΟΙ ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ ΤΗΣ ΣF

Σε κάποιες ασκήσεις ζητείται ο υπολογισμός των δυνάμεων που συνιστούν την δύναμη επαναφοράς. Διακρίνουμε δύο περιπτώσεις:

- **Το σώμα ταλαντώνεται υπό την επίδραση της δύναμης του ελατηρίου και του βάρους**

Τότε $ΣF=F_{ελ} – W$ ή $ΣF= W – F_{ελ}$ ανάλογα με τη θετική φορά.

Έτσι θα έχουμε: $F_{ελ} =W – Dx$ ή $F_{ελ} =W + Dx$ αντίστοιχα

- **Το σώμα ταλαντώνεται υπό την επίδραση της δύναμης επαφής Fκ**

Τότε ΣF= Fκ = μεταβλητή και το σώμα χάνει την επαφή όταν Fκ=0, δηλ. αν η Fκ είναι η μόνη δύναμη η επαφή χάνεται στη θέση ισορροπίας.

44. Υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και περνάει από δύο σημεία της τροχιάς του Α και Β που απέχουν απόσταση $d = 20\sqrt{2}$ cm, με την ίδια ταχύτητα. Για τη μετάβαση από το σημείο Α στο Β απαιτείται χρονικό διάστημα $t_1 = 4$ s. Μετά το πέρασμά του από το Β το υλικό σημείο χρειάζεται χρονικό διάστημα $t_2 = 4$ s για να περάσει πάλι από το σημείο Β κινούμενο με αντίθετη φορά. Να βρείτε

α. την περίοδο της ταλάντωσης.

β. το πλάτος της ταλάντωσης.

[Απ. (α) 16 s (β) 20 cm]

45. Υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Όταν η απομάκρυνσή του έχει τιμές x_1, x_2, η ταχύτητά του έχει αντίστοιχες τιμές υ_1, υ_2. Να βρείτε

α. την περίοδο της ταλάντωσης.

β. το πλάτος της ταλάντωσης.

Εφαρμογή: $x_1 = 0{,}16$ m, $x_2 = 0{,}12$ m, $\upsilon_1 = 1{,}2$ m/s, $\upsilon_2 = 1{,}6$ m/s

[Απ. (α) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{x_2^2 - x_1^2}{\upsilon_1^2 - \upsilon_2^2}}$, $T = 0{,}2\pi$ s (β) $x_0 = \sqrt{\dfrac{\upsilon_1^2 x_2^2 - \upsilon_2^2 x_1^2}{\upsilon_1^2 - \upsilon_2^2}}$, $x_0 = 0{,}2$ m]

49. Υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η απομάκρυνσή του x από τη θέση ισορροπίας του δίνεται από την εξίσωση $x = 0{,}2\sqrt{2}ημ(20πt + φ_0)$ (SI).

α. Για ποιες τιμές της απομάκρυνσης x η δυναμική του $E_Δ$ είναι ίση με το 50% της ολικής του ενέργειας $E_{ολ.}$;

β. Να βρείτε την τιμή της αρχικής φάσης $φ_0$, αν δίνεται ότι για το $t_0 = 0$ είναι $E_K = \frac{3}{4}E_{ολ}$ με $x > 0$ και $υ < 0$.

[Απ. (α) – 0,2 m, 0,2 m (β) $\frac{5π}{6}$]

50. Υλικό σημείο μάζας $m = 10^{-2}$ kg εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $x_0 = 0{,}2$ m. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ περνάει από τη θέση x = 0,1 m κινούμενο κατά τη θετική κατεύθυνση, ενώ τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{2}{3}$ s περνάει από την ίδια θέση κινούμενο κατά την αρνητική κατεύθυνση. Να θεωρήσετε ότι η απομάκρυνση x του υλικού σημείου από τη θέση ισορροπίας του είναι ημιτονική συνάρτηση του χρόνου

α. Να υπολογίσετε την περίοδο της ταλάντωσης.

β. Να γράψετε για την ταλάντωση που εκτελεί το υλικό σημείο τις εξισώσεις σε συνάρτηση με το χρόνο:

i) της απομάκρυνσης x. ii) της ταχύτητας υ. iii) της επιτάχυνσης α.

γ. Κατά το χρονικό διάστημα της κίνησης από $t_0 = 0$ μέχρι $t_2 = \frac{1}{3}$ s, να βρείτε για τη συνισταμένη δύναμη που ενεργεί στο υλικό σημείο:

i) την ώθηση. ii) το έργο

$(π^2 \approx 10)$.

[Απ. (α) 2 s (β) i) $x = 0{,}2ημ\left(πt + \frac{π}{6}\right)$ ii) $υ = 0{,}2πσυν\left(πt + \frac{π}{6}\right)$ (SI)

iii) $α = -2ημ\left(πt + \frac{π}{6}\right)$ (SI) (γ) i) $-\sqrt{3}\,π\,10^{-3}$ N·s ii) $-15 \cdot 10^{-4}$ J]

46. Υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και η απομάκρυνσή του από τη θέση ισορροπίας του δίνεται από την εξίσωση $x = x_0 ημ(ωt + φ_0)$.

α. Να υπολογίσετε τις τιμές των μεγεθών x_0, ω, $φ_0$ αν γνωρίζετε ότι απόσταση των ακραίων θέσεων του υλικού σημείου είναι d = 0,2 m και για $t_0 = 0$ είναι x = 0,05 m και $υ = -\sqrt{3}$ m/s.

β. Να βρείτε τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ την επιτάχυνση του υλικού σημείου.

γ. Να παραστήσετε γραφικά σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας του τη συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο υλικό σημείο, αν η μάζα του είναι m = 0,1 kg.

[Απ. (α) $x_0 = 0{,}1$ m, $ω = 20$ rad/s, $φ_0 = \frac{5π}{6}$ (β) $α = -20$ m/s^2 (γ) ευθεία]

47. Υλικό σημείο μάζας m = 0,01 kg εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $x_0 = 0{,}2$ m και περιόδου T = π s.

α. Να βρείτε το ελάχιστο χρονικό διάστημα που απαιτείται για να μεταβεί το υλικό σημείο από τη θέση $x_1 = 0{,}1$ m στη θέση $x_2 = -0{,}1$ m, αν δίνεται ότι το υλικό σημείο περνάει από τη θέση x_1 κινούμενο

i) προς τη θετική κατεύθυνση.

ii) προς την αρνητική κατεύθυνση.

β. Πόσος είναι ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του υλικού σημείου όταν αυτό περνάει από τις θέσεις x_1 και x_2;

[Απ. (α) i) $\frac{π}{2}$s ii) $\frac{π}{6}$s (β) $-4 \cdot 10^{-3}$ N, $4 \cdot 10^{-3}$ N]

48. Υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση κατά μήκος του άξονα x΄x. Τη χρονική στιγμή t = 0 το υλικό σημείο διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του κινούμενο προς τη θετική κατεύθυνση. Το πλάτος της ταλάντωσης είναι $x_0 = 4$ cm και η συχνότητα ν = 2 Hz. Να θεωρήσετε ότι η απομάκρυνση x του υλικού σημείου από τη θέση ισορροπίας του είναι ημιτονική συνάρτηση του χρόνου.

α. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης x σε συνάρτηση με το χρόνο.

β. Να προσδιορίσετε τη μέγιστη ταχύτητα (κατά μέτρο) του υλικού σημείου και τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία αυτό θα αποκτήσει αυτήν την ταχύτητα για πρώτη φορά μετά τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$.

γ. Να προσδιορίσετε τη μέγιστη επιτάχυνση (κατά μέτρο) του υλικού σημείου και τη χρονική στιγμή t_2 κατά την οποία την αποκτά για πρώτη φορά μετά τη στιγμή $t_0 = 0$.

δ. Να υπολογίσετε τη συνολική απόσταση που διάνυσε το υλικό σημείο από τη στιγμή $t_0 = 0$ ως τη στιγμή t = 1,25 s.

[Απ. (α) $x = 4 \cdot 10^{-2} ημ4πt$ (SI) (β) 0,16π m/s, 0,25 s
(γ) $0{,}64π^2$ m/s^2, $\frac{1}{8}$s (δ) 0,4 m]

ΘΕΜΑ 1ο

1. Σε μια απλή αρμονική ταλάντωση έχουν πάντα την ίδια φορά:

α. η ταχύτητα και η επιτάχυνση. **β.** η ταχύτητα και η απομάκρυνση.

γ. η δύναμη επαναφοράς και η απομάκρυνση. **δ.** η δύναμη επαναφοράς και η επιτάχυνση.

2. Ένα σώμα εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση. Όταν διέρχεται από τη θέση ισορροπίας

α. η κινητική του ενέργεια είναι μηδέν. **β.** η επιτάχυνσή του είναι μέγιστη.

γ. η δύναμη επαναφοράς είναι μηδέν. **δ.** η δυναμική του ενέργεια είναι μέγιστη.

3. Σε μία γραμμική αρμονική ταλάντωση διπλασιάζουμε το πλάτος της. Τότε:

α. η περίοδος διπλασιάζεται. **β.** η συχνότητα διπλασιάζεται.

γ. η ολική ενέργεια παραμένει σταθερή. **δ.** η μεγίστη ταχύτητα διπλασιάζεται.

4. Ένα σύστημα ελατηρίου—μάζας εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους Α. Αν τετραπλασιάσουμε την ολική ενέργεια της ταλάντωσης αυτού του συστήματος, τότε

α. η συχνότητα ταλάντωσης θα διπλασιαστεί. **β.** η σταθερά επαναφοράς θα τετραπλασιαστεί.

γ. το πλάτος της ταλάντωσης θα τετραπλασιαστεί. **δ.** η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης θα διπλασιαστεί.

5. Σώμα μάζας m που είναι προσδεδεμένο σε οριζόντιο ελατήριο σταθεράς k, όταν απομακρύνεται από τη θέση ισορροπίας κατά Α, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο Τ. Αν τετραπλασιάσουμε την απομάκρυνση Α, η περίοδος της ταλάντωσης γίνεται

α. 2T. **β**. T. **γ.** T/2. **δ.** 4T.

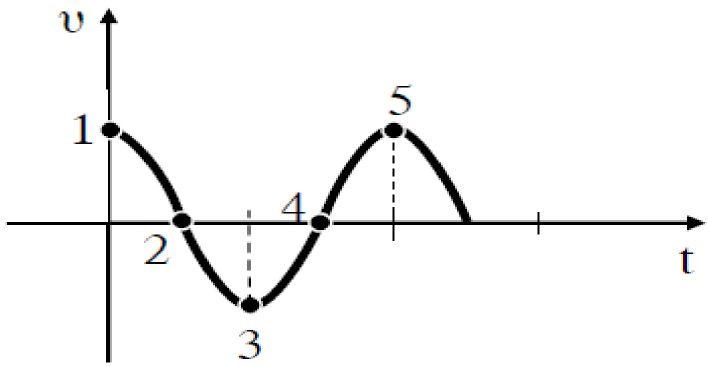
6. Ένα σώμα εκτελεί αρμονική ταλάντωση πλάτους Α. Η ταχύτητα του σώματος

α. έχει την ίδια φάση με την επιτάχυνση α. **β.** είναι μέγιστη στις ακραίες θέσεις.

γ. είναι μέγιστη, κατά μέτρο, στη θέση ισορροπίας.

δ. έχει πάντα αντίθετη φορά από τη δύναμη επαναφοράς.

7. Το διάγραμμα του σχήματος παριστάνει την ταχύτητα ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε συνάρτηση με το χρόνο. Στην περίπτωση αυτή



α. στα σημεία 1 και 5 το σώμα βρίσκεται στη μέγιστη απομάκρυνση.

β. στα σημεία 2 και 4 το σώμα βρίσκεται στη μέγιστη απομάκρυνση.

γ. στα σημεία 4 και 5 το σώμα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας.

δ. στα σημεία 3 και 4 το σώμα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας.

8. Στην απλή αρμονική ταλάντωση, το ταλαντούμενο σώμα έχει μέγιστη ταχύτητα:

α. στις ακραίες θέσεις της τροχιάς του. **β.** όταν η επιτάχυνση είναι μέγιστη.

γ. όταν η δύναμη επαναφοράς είναι μέγιστη. **δ.** όταν η δυναμική του ενέργεια είναι μηδέν.

9. Στην απλή αρμονική ταλάντωση

α. η δυναμική ενέργεια παραμένει σταθερή. **β.** η ολική ενέργεια μεταβάλλεται αρμονικά με το χρόνο. **γ.** η ολική ενέργεια παραμένει σταθερή. **δ.** η κινητική ενέργεια παραμένει σταθερή.