

Η φυσική της Α λυκείου

Έργο Ενέργεια Ισχύς



- ▶ Στοιχεία θεωρίας
- ▶ Θέματα προς λύση
- ▶ Θέματα με τις λύσεις τους

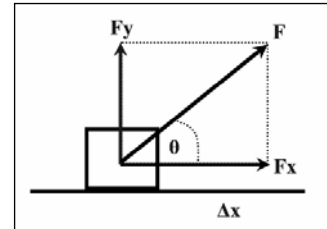
by Leo Kastanas (2019)

Στοιχεία Θεωρίας

Η έννοια του έργου: Μια δύναμη παράγει έργο όταν μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της κατά τη διεύθυνσή της. Το έργο εκφράζει την ενέργεια που μεταφέρεται από ένα σώμα σε ένα άλλο ή που μετατρέπεται από μια μορφή σε μια άλλη. Κάθε φορά που κάποια δύναμη κάνει έργο συμβαίνει μετατροπή ή μεταφορά ενέργειας ίσης ποσοτικά με το έργο που έγινε.

Έργο σταθερής δύναμης: Είναι μονόμετρο μέγεθος που ισούται με το γινόμενο της επιτόχιας συνιστώσας της δύναμης επί τη μετατόπισή της. Επιτόχια είναι η συνιστώσα της δύναμης που είναι κατά τη διεύθυνση της κίνησης του σώματος.

$$W = F_x \cdot \Delta x \rightarrow W = F \cdot \Delta x \cdot \sin \theta$$



Μονάδα μέτρησης του έργου είναι το **1Joule** ($1J=1N \cdot m$)

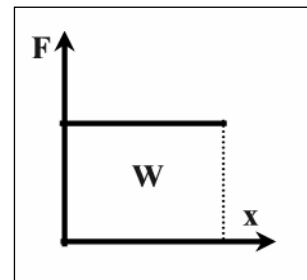
Αν $0 \leq \theta < 90^\circ$, $\sin \theta > 0 \rightarrow W > 0$, έργο θετικό ή παραγόμενο. Η επιτόχια συνιστώσα της δύναμης έχει την ίδια κατεύθυνση με την κίνηση του σώματος. Αν $\theta = 0^\circ$, $\sin \theta = 1 \rightarrow W = F \cdot \Delta x$

Αν $\theta = 90^\circ$, $\sin \theta = 0 \rightarrow W = 0$, Η δύναμη είναι κάθετη στη μετατόπιση και δεν κάνει έργο. Τέτοιες δυνάμεις είναι η κάθετη αντίδραση N του εδάφους και η κεντρομόλος δύναμη.

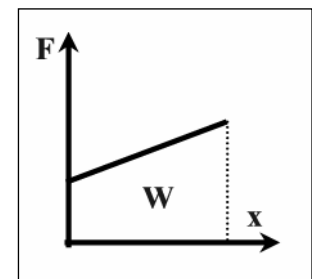
Αν $90^\circ < \theta \leq 180^\circ$, $\sin \theta < 0 \rightarrow W < 0$, έργο αρνητικό ή καταναλισκόμενο. Η επιτόχια συνιστώσα της δύναμης έχει την αντίθετη κατεύθυνση από την κίνηση του σώματος, π.χ η τριβή ολίσθησης.

Αν $\theta = 180^\circ$, $\sin \theta = -1 \rightarrow W = -F \cdot \Delta x$.

Στο διάγραμμα, δύναμης – μετατόπισης, το έργο ισούται με το εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης και του άξονα των x.



Έργο δύναμης της οποίας η αλγεβρική τιμή μεταβάλλεται ως προς τη μετατόπιση: Στην περίπτωση αυτή το έργο ισούται με το εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης και του άξονα των x, στο διάγραμμα δύναμης F – μετατόπισης, x. Αν η δύναμη παίρνει και αρνητικές τιμές το αντίστοιχο εμβαδόν ισοδυναμεί με αρνητικό έργο.



Κινητική ενέργεια: Η ενέργεια που έχει ένα σώμα λόγω της κίνησής του. Ισούται με:

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

Μονάδα μέτρησης το 1J. Δεν παίρνει αρνητικές τιμές.

Θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας (ΘΜΚΕ): Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας ενός σώματος ισούται με το αλγεβρικό άθροισμα των έργων όλων των δυνάμεων που ασκούνται σε αυτό.

$$\Sigma W = K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}}$$

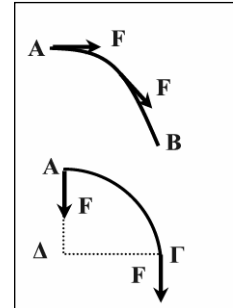
Αν $\Sigma W > 0$ η κινητική ενέργεια αυξάνεται, (επιτάχυνση), ενώ αν $\Sigma W < 0$ η κινητική ενέργεια μειώνεται (επιβράδυνση). Αν $\Sigma W = 0 \rightarrow \Delta K = 0 \rightarrow K_{\text{αρχ}} = K_{\text{τελ}}$. Με το ΘΜΚΕ υπολογίζουμε ταχύτητα, μετατόπιση ή το έργο μιας άγνωστης δύναμης αρκεί να μην μας δίνεται χρονική διάρκεια, Δt .

Έργο δύναμης σταθερού μέτρου που εφάπτεται σε καμπύλη τροχιά: Αν AB είναι το μήκος της τροχιάς τότε:

$$W_{AB} = F \cdot (AB)$$

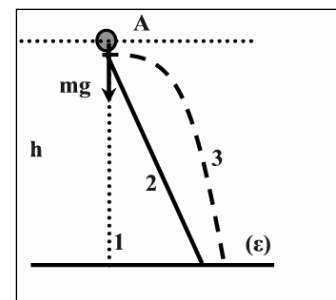
Έργο σταθερής δύναμης που μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της σε καμπύλη τροχιά : Το έργο ισούται με το γινόμενο του μέτρου της δύναμης επί την προβολή ΑΔ της καμπύλης ΑΓ στη διεύθυνση της δύναμης.

$$W_{AB} = F \cdot (\text{προβολή της ΑΓ}) = F \cdot (ΑΔ)$$



Συντηρητικές (ή διατηρητικές) δυνάμεις: Είναι οι δυνάμεις των οποίων το έργο σε μια κλειστή διαδρομή είναι ίσο με το μηδέν. Ισοδύναμα, είναι οι δυνάμεις των οποίων το έργο εξαρτάται από την αρχική και τελική θέση του σώματος, αλλά **δεν** εξαρτάται από τη διαδρομή από την αρχική στην τελική θέση. Τέτοιες δυνάμεις είναι το βάρος, η άνωση, η δύναμη του ελατηρίου και η δύναμη του ηλεκτροστατικού πεδίου.

Έργο βάρους: Το έργο του βάρους είναι ανεξάρτητο της διαδρομής του σώματος. Εξαρτάται από το μέτρο του βάρους mg και την υψομετρική διαφορά h μεταξύ της αρχικής και τελικής θέσης του σημείου εφαρμογής του.



•Αν το σώμα κινείται προς τα κάτω, τότε για κατακόρυφη πτώση του σημείου εφαρμογής κατά h το έργο του βάρους είναι:

$$W_w = +mgh$$

•Αν το σώμα κινείται προς τα πάνω τότε για κατακόρυφη άνοδο του σημείου εφαρμογής κατά h το έργο είναι:

$$W_w = -mgh$$

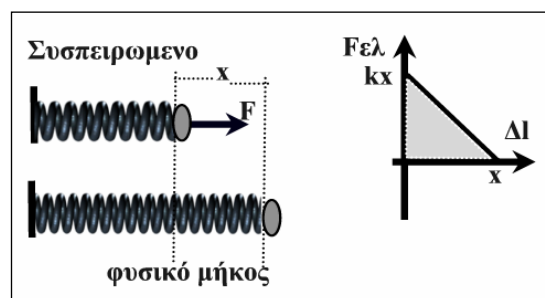
•Αν το σώμα κινείται οριζόντια τότε το έργο του βάρους είναι μηδέν, $W_w = 0$.

•Αν το σώμα χάνει ύψος το έργο του βάρους είναι θετικό ενώ αν κερδίζει ύψος είναι αρνητικό. Αν κινείται οριζόντια το έργο του βάρους είναι μηδενικό αφού το βάρος θα είναι κάθετο στην διαδρομή.

Το έργο της δύναμης του ελατηρίου: Έναν συσπειρωμένο ελατήριο από το φυσικό του μήκος κατά x αφήνεται ελεύθερο να σπρώξει ένα σώμα που τοποθετείται μπροστά στο άκρο του. Η δύναμη ελαστικότητας του ελατηρίου είναι μεταβλητή της μορφής:

$$F_{\text{ελ}} = k \cdot \Delta l,$$

Η παραμόρφωση παίρνει τιμές $x \leq \Delta l \leq 0$. Το έργο της δύναμης αυτής θα υπολογιστεί από την γραφική παράσταση της F ως προς Δl και ισούται με το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν του τριγώνου.



$$W_{\text{ελ}} = \frac{1}{2} kx \cdot x \rightarrow W_{\text{ελ}} = \frac{1}{2} kx^2$$

Μη συντηρητικές δυνάμεις: Είναι οι δυνάμεις των οποίων το έργο σε μια κλειστή διαδρομή είναι διάφορο του μηδενός. Ισοδύναμα, είναι οι δυνάμεις των οποίων το έργο εξαρτάται από την αρχική και τελική θέση του σώματος, αλλά εξαρτάται **και** από τη διαδρομή από την αρχική στην τελική θέση. Τέτοιες δυνάμεις είναι η τριβή, η μαγνητική δύναμη, οι ανθρώπινες δυνάμεις και γενικώς όλες οι άλλες εκτός από τις 4 συντηρητικές.

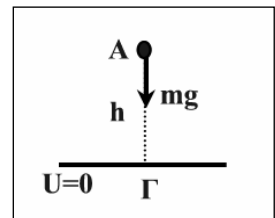
Δυναμική ενέργεια, U : Είναι η μορφή ενέργειας που έχει ένα σώμα ή σύστημα σωμάτων λόγω δράσης σε αυτό συντηρητικών δυνάμεων. Η δυναμική ενέργεια αναφέρεται ουσιαστικά σε σύστημα σωμάτων τα οποία αλληλεπιδρούν με συντηρητικές δυνάμεις.

Η U ενός σώματος ή συστήματος ισούται με το έργο της αντίστοιχης συντηρητικής δύναμης κατά τη μετάβαση από την αρχική κατάσταση ή θέση σε μια άλλη κατάσταση ή θέση που αυθαίρετα έχουμε ορίσει ως κατάσταση ή θέση μηδενικής δυναμικής ενέργειας ($U=0$).

Δυναμική ενέργεια βαρύτητας: Έχει ένα σώμα επειδή έχει βάρος, δηλαδή έλκεται από τη Γη. Συνεπώς η δυναμική ενέργεια αναφέρεται στο σύστημα σώμα – Γη. Όμως επειδή η Γη είναι ακίνητη ως προς το σώμα λόγω της τεράστιας μάζας της, μπορούμε να χρεώνουμε όλη τη δυναμική ενέργεια του συστήματος μόνο στο σώμα.

Η δυναμική ενέργεια του σώματος μάζας m σε ένα σημείο Α που βρίσκεται κοντά στην επιφάνεια της Γης ισούται με το έργο του βάρους mg κατά τη μεταφορά του σώματος από τη θέση Α σε ένα σημείο Γ ενός οριζοντίου επιπέδου που εμείς έχουμε αυθαίρετα ορίσει ως στάθμη μηδενικής δυναμικής ενέργειας βαρύτητας.

$$U_A = mgh$$



Αν το σημείο Α είναι κάτω από το επίπεδο, $U=0$, τότε το σώμα έχει αρνητική δυναμική ενέργεια.

Δυναμική ενέργεια ελατηρίου: Κάθε ελατήριο σταθεράς k που το μήκος του είναι παραμορφωμένο κατά x (συσπείρωση ή επιμήκυνση) έχει δυναμική ενέργεια ελατηρίου ίση με:

$$U_{ελ} = \frac{1}{2}kx^2$$

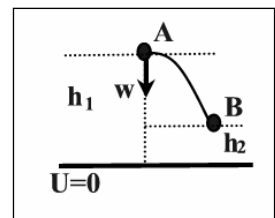
Η $U_{ελ} \geq 0$ δεν παίρνει αρνητικές τιμές.

Το έργο των συντηρητικών δυνάμεων: Το έργο κάθε συντηρητικής δύναμης σε μια μεταβολή ισούται με τη διαφορά των δυναμικών ενεργειών του σώματος δηλαδή:

$$W_{συν} = U_{αρχ} - U_{τελ} = -\Delta U$$

Άρα το έργο του βάρους για μετάβαση από τη θέση (Α) στη θέση (Β) θα είναι

$$W_{mg} = U_A - U_B = mgh_1 - mgh_2$$



Το έργο της δύναμης τους ελατηρίου θα ισούται με τη διαφορά των δυναμικών ενεργειών κατά την μετάβαση από παραμόρφωση x_1 σε παραμόρφωση x_2 , δηλαδή

$$W_{ελ} = U_{ελ, αρχ} - U_{ελ, τελ} = \frac{1}{2}kx_1^2 - \frac{1}{2}kx_2^2$$

Μηχανική ενέργεια, E: Είναι το άθροισμα κινητικής και δυναμικής ενέργειας ενός σώματος ή συστήματος σωμάτων.

$$E=K+U$$

Η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας, (ΑΔΜΕ): Η μηχανική ενέργεια διατηρείται σταθερή εφόσον εκτελείται έργο μόνο από τις συντηρητικές δυνάμεις. Δηλαδή οι μη συντηρητικές ή δεν ασκούνται ή ασκούνται αλλά δεν κάνουν έργο.

$$E_{αρχ}=E_{τελ} \rightarrow K_{αρχ}+U_{αρχ}=K_{τελ}+U_{τελ}$$

Θεώρημα μεταβολής της μηχανικής ενέργειας (ΘΜΜΕ): Αν δρουν συντηρητικές αλλά και μη συντηρητικές δυνάμεις που κάνουν έργο, τότε η μηχανική ενέργεια μεταβάλλεται. Το συνολικό έργο των μη συντηρητικών δυνάμεων ισούται με τη μεταβολή της μηχανικής ενέργειας.

$$\Sigma W_{μη\ συν} = E_{τελ} - E_{αρχ}$$

Στιγμιαία ισχύς δύναμης, P: Είναι ο ρυθμός παραγωγής έργου από τη δύναμη:

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} \rightarrow P = \frac{\pm F_x \cdot \Delta x}{\Delta t} \rightarrow P = \pm F_x \cdot v$$

Όπου v η ταχύτητα και F_x η επιτροχία συνιστώσα της δύναμης.

Μονάδα μέτρησης στο SI είναι το **1Watt** ($1W=1J/s$). Πολλαπλάσια το $1kW=10^3W$, $1MW=10^6W$.

Αν η δύναμη και η ταχύτητα είναι σταθερές τότε η ισχύς είναι σταθερή.

Αν η ταχύτητα ή η δύναμη μεταβάλλονται τότε η σχέση, $P=\pm F_x \cdot v$ δίνει τη στιγμιαία ισχύ σε μια δεδομένη χρονική στιγμή. Θετική αν η δύναμη κάνει έργο θετικό, αρνητική αν κάνει έργο αρνητικό

Χαρακτηριστικοί στιγμιαίοι ρυθμοί ενέργειας:

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας: $\frac{\Delta K}{\Delta t} = \Sigma F_x \cdot v$

Ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας βαρύτητας: $\frac{\Delta U}{\Delta t} = \pm mg_x \cdot v$

Ο ρυθμός παραγωγής θερμότητας λόγω τριβών: $\frac{\Delta |W_T|}{\Delta t} = T \cdot v$

Ο ρυθμός μεταβολής της μηχανικής ενέργειας: $\frac{\Delta E}{\Delta t} = \Sigma F_{x,μη\ συντ.} \cdot v$

Ισχύς μηχανής: Είναι ο ρυθμός μεταφοράς ενέργειας από ή προς ένα σύστημα (μηχανή). Γενικά η μηχανή είναι μια διάταξη που μετατρέπει μια ποσότητα ενέργεια από μια μορφή σε κάποια ή κάποιες άλλες. Η μέση ισχύς μηχανής είναι το πηλίκο του έργου που παράγει η μηχανή σε κάποια χρονική διάρκεια t προς τη χρονική διάρκεια: $P = \frac{W}{t}$

Η στιγμιαία ισχύς μηχανής είναι ο ρυθμός μεταφοράς ή μετατροπής ενέργειας: $P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$

Συντελεστής απόδοση μηχανής: Είναι το πηλίκο της ωφέλιμης ισχύος (η ενέργειας) που αποδίδει η μηχανή προς την ισχύ (ή ενέργεια) που δαπανά:

$$e = \frac{P_{\omega\phi}}{P_{\delta\alpha\pi}} < 1 \quad \text{ή} \quad e = \frac{E_{\omega\phi}}{E_{\delta\alpha\pi}} < 1$$

1. Έργο δύναμης

Α ΘΕΜΑΤΑ

Βρείτε τη σωστή απάντηση στις ερωτήσεις “κλειστού” τύπου που ακολουθούν

A1.1 Μια δύναμη κάνει έργο όταν

- α. έχει πολύ μεγάλο μέτρο
- β. όταν είναι δύναμη επαφής
- γ. όταν είναι δύναμη από απόσταση
- δ. μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της

A1.2 Ο Μίμης σπρώχνει ένα κιβώτιο και το επιταχύνει στον οριζόντιο δρόμο. Το έργο της δύναμης του Μίμη μετράει

- α. τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του κιβωτίου
- β. τη θερμότητα που εκλύεται λόγω τριβών
- γ. το ποσό ενέργειας που μεταφέρεται από το σώμα του Μίμη στο κιβώτιο
- δ. τη μεταβολή της ταχύτητας του κιβωτίου.

A1.3 Το έργο δύναμης

- α. είναι μέγεθος διανυσματικό
- β. μετριέται σε N/m
- γ. έχει πάντοτε θετική αλγεβρική τιμή
- δ. εκφράζει κάθε μετατροπή ενέργειας από μια μορφή σε μια άλλη

A1.4 Η μονάδα μέτρησης του έργου είναι το 1Joule. Το 1Joule είναι ίσο με

- α. 1 N/m
- β. 1 N·m
- γ. 1 N/m²
- δ. 1 N·m²

A1.5 Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές;

Το έργο μιας δύναμης είναι μηδέν όταν

- α. η δύναμη είναι κάθετη στη μετατόπιση του σώματος
- β. η δύναμη είναι παράλληλη στη μετατόπιση του σώματος
- γ. η δύναμη μετατοπίζει αργά το σημείο εφαρμογής της
- δ. δεν μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της.

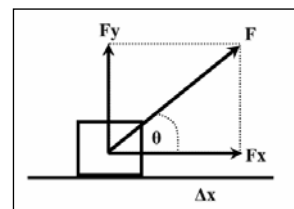
A1.6 Μια δύναμη F μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της κατά Δx . Η διεύθυνση της δύναμης σχηματίζει γωνία θ με τη μετατόπιση.

I. Τότε το έργο της ισούται με:

- α. $W=F \cdot \Delta x$
- β. $W=F \cdot \Delta x \cdot \sin \theta$
- γ. $W=F \cdot \Delta x \cdot \eta \mu \theta$

II. Αν η γωνία $\theta=0^\circ$ τότε το έργο γίνεται:

- α. $W=0$
- β. $W=-F \cdot x$
- γ. $W=F \cdot x$



A1.7 Το έργο, $W=F \cdot \Delta x \cdot \sin \theta$, μιας δύναμης είναι θετικό όταν

- α. η κατεύθυνση της δύναμης σχηματίζει γωνία, θ , $0^\circ \leq \theta < 90^\circ$ με τη μετατόπιση
- β. η κατεύθυνση της δύναμης σχηματίζει γωνία, θ , $90^\circ < \theta \leq 180^\circ$ με τη μετατόπιση
- γ. η δύναμη είναι κάθετη στη μετατόπιση
- δ. ο φορέας της δύναμης είναι παράλληλος προς τη μετατόπιση.

A1.8 Το έργο $W=F \cdot \Delta x \cdot \sin \theta$ μιας δύναμης είναι αρνητικό όταν

- η κατεύθυνση της δύναμης σχηματίζει γωνία, θ , $0^\circ \leq \theta < 90^\circ$ με τη μετατόπιση
- η κατεύθυνση της δύναμης σχηματίζει γωνία, θ , $90^\circ < \theta \leq 180^\circ$ με τη μετατόπιση
- η δύναμη είναι κάθετη στη μετατόπιση
- ο φορέας της δύναμης είναι παράλληλος προς τη μετατόπιση.

A1.9 Σε ποιες από τις παρακάτω περιπτώσεις το έργο της δύναμης είναι μηδέν;

- Το βάρος ενός αυτοκινήτου που κινείται σε οριζόντιο δρόμο.
- Η τριβή που αναπτύσσεται κατά την κίνηση ενός αυτοκινήτου σε ανηφορικό δρόμο.
- Η δύναμη του νήματος στο εκκρεμές.
- Η έλξη της Γης στην Σελήνη.
- Το βάρος της μπάλας που πέφτει από το 2ο όροφο ενός σπιτιού, στο έδαφος.

A1. 10 Σε ποιες περιπτώσεις μια δύναμη παράγει έργο θετικό;

- Όταν είναι κάθετη στην μετατόπιση του σώματος.
- Όταν έχει αντίθετη κατεύθυνση απ' αυτήν της μετατόπισης του σώματος.
- Όταν έχει κατεύθυνση ίδια με αυτήν της μετατόπισης.
- Όταν δεν μετακινεί το σημείο εφαρμογής της.

A1. 11 Σε ποιες από τις παρακάτω περιπτώσεις μια δύναμη κάνει αρνητικό έργο;

- Το βάρος του ανθρώπου που ανεβαίνει σε μια σκάλα.
- Το έργο της δύναμης του κινητήρα ενός αυτοκινήτου, όταν ο οδηγός του πατά φρένο.
- Η τριβή στην κίνηση ενός αυτοκινήτου.
- Η άνωση του καραβιού, καθώς αυτό βυθίζεται.

A1.12 Πότε παράγει έργο ένας αθλητής της άρσης βαρών;

- Όταν ανυψώνει τα βάρη από το έδαφος;
- Όταν κρατά ψηλά τα βάρη, διατηρώντας τα χέρια τεντωμένα;

A1.13 Αντιστοιχίστε σωστά τις κινήσεις της αριστερής στήλης, με το πρόσημο του έργου του βάρους στην δεξιά:

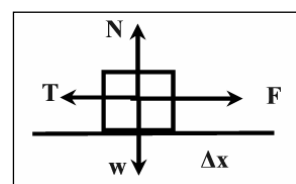
- | | |
|--|------------|
| 1. Ο ορειβάτης ανεβαίνει στο βουνό | α. $W > 0$ |
| 2. Ο παγοδρόμος κινείται στην πίστα ομαλά. | β. $W < 0$ |
| 3. Ο αλεξιπτωτιστής πλησιάζει στο έδαφος | γ. $W = 0$ |

A1.14 Σε ποιες από τις παρακάτω κινήσεις το έργο της συνισταμένης των δυνάμεων είναι ίσο με μηδέν;

- Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.
- Ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση
- Ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.
- Ελεύθερη πτώση.

A1.15 Στο διπλανό σχήμα το σώμα μετατοπίζεται κατά Δx , υπό την επίδραση της δύναμης F , της τριβής T , του βάρους w και της κάθετης δύναμης, N . Να γράψετε τις σχέσεις που δίνουν τα έργα των δυνάμεων:

$W_F = \dots\dots\dots$	$W_N = \dots\dots\dots$
$W_T = \dots\dots\dots$	$W_w = \dots\dots\dots$



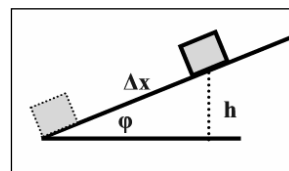
A1.16 Ένα σώμα βάρους mg πέφτει κατακόρυφα κατά h . Το έργο του βάρους είναι:

- $$\alpha. mgh \qquad \beta. 0 \qquad \gamma. -mgh$$

A1.17 Ένα σώμα βάρους mg ανεβαίνει κατακόρυφα κατά h . Το έργο του βάρους είναι:

- $$\alpha. mgh \qquad \beta. 0 \qquad \gamma. -mgh$$

A1.18 Σώμα βάρους mg κατεβαίνει στο κεκλιμένο επίπεδό, γωνίας κλίσης φ , κατά μήκος Δx και ύψος h . Το έργο του βάρους στη διαδρομή αυτή είναι ίσο με



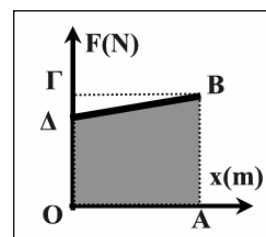
- $\alpha.$ $W = mg \sin \varphi \cdot \Delta x,$ $\beta.$ $W = mg \cdot h$ $\gamma.$ $W = mg \cdot \Delta x$

A1.19 Μικρή σφαίρα βάρους mg βάλλεται στο κενό κατακόρυφα προς τα πάνω, ανεβαίνει σε ύψος h και επιστρέφει. Το συνολικό έργο του βάρους της μέχρι να επιστρέψει στο σημείο από το οποίο ξεκίνησε είναι;

- $\alpha. 0$ $\beta. -2mgh$ $\gamma. 2mgh$

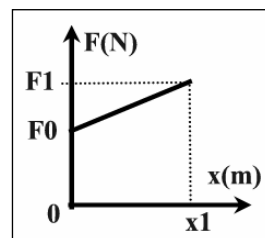
A1.20 Μια δύναμη μεταβάλλεται ως προς τη μετατόπιση με τον τρόπο που φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα δύναμης–μετατόπισης ($F-x$). Το έργο της δύναμης για μετατόπιση από το $x_0=0$ έως $x_1=OA$ ισούται αριθμητικά

- α. με το εμβαδόν του τριγώνου (ΓΒΔ)
β. με το εμβαδόν του ορθογωνίου (ΟΑΒΓ)
γ. με το εμβαδόν του τραπεζίου (ΟΑΒΔ)
δ. Με μηδέν



A1.21 Η δύναμη που ασκείται στο σώμα μεταβάλλεται από την τιμή F_0 στην τιμή F_1 για μετατόπιση από $x_0=0$ έως $x=x_1$. Το έργο της δύναμης ισούται με

- $$\alpha. W = F_1 \cdot x_1 \quad \beta. W = \frac{F_0}{2} x_1 \quad \gamma. W = \frac{F_1 - F_0}{2} x_1 \quad \delta. W = \frac{F_0 + F_1}{2} x_1$$



A1.22 Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι οι σωστές;

- α. Όταν μια δύναμη είναι κάθετη στη μετατόπιση το έργο της είναι μηδέν.
- β. Μονάδα μέτρησης του έργου δύναμης στο S.I είναι το $1\text{Joule}=1\text{N}\cdot\text{1m}$
- γ. Το έργο είναι μια μορφή ενέργειας
- δ. Το θετικό έργο που κάνει μια δύναμη πάνω σε ένα σώμα εκφράζει την ενέργεια που προσφέρεται στο σώμα.
- ε. Το αρνητικό έργο που κάνει μια δύναμη πάνω σε ένα σώμα εκφράζει την ενέργεια που αφαιρείται από το σώμα
- στ. Το έργο της κάθετης δύναμης στήριξης που δέχεται ένα σώμα όταν κινείται πάνω σε μια επιφάνεια είναι πάντοτε μηδέν.
- ζ. Το έργο της τριβής ολίσθησης που ασκείται σε ένα σώμα που ολισθαίνει πάνω σε ακλόνητο επίπεδο, μπορεί να είναι αρνητικό ή θετικό.

Β ΘΕΜΑΤΑ

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας στις ερωτήσεις “ανοικτού τύπου” που ακολουθούν:

B1.1 Κρατάμε ακίνητο αντικείμενο βάρους $w=10\text{N}$ στη θέση Α που βρίσκεται σε ύψος $h=1\text{m}$ πάνω από το έδαφος. Το έργο της δύναμης που ασκούμε είναι

- α. 0J β. 20J γ. -10J

B1.2 Αν ανυψώσουμε ένα σώμα βάρους $w=10\text{N}$ αργά και κατακόρυφα κατά $\Delta h=0,5\text{m}$ από την αρχική του θέση, το έργο που κάνουμε είναι:

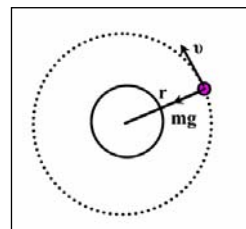
- α. -5J β. 5J γ. 0

B1.3 Αν κατεβάσουμε ένα σώμα βάρους $w=10\text{N}$ αργά στο έδαφος από ύψος 2m , το έργο που κάνουμε είναι:

- α. 20J β. 0J γ. -20J

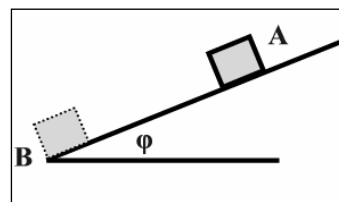
B1.4 Τεχνητός δορυφόρος διαγράφει κυκλική τροχιά γύρω από το κέντρο της με ακτίνα r . Το βάρος του δορυφόρου στην τροχιά που κινείται είναι mg . Το μήκος της περιφέρειας που διαγράφει είναι $s=2\pi r$. Το έργο που κάνει η δύναμη του βάρους για μια περιστροφή είναι

- α. $W=mg \cdot 2\pi R$ β. $W=0$ γ. $W=mg \cdot \pi R$



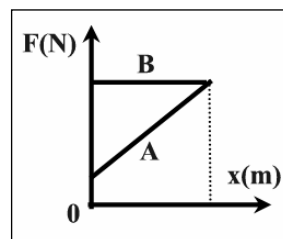
B1.5 Τούβλο βάρους $w=10\text{N}$ κατεβαίνει ολισθαίνοντας κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\varphi=30^\circ$ με σταθερή ταχύτητα, χωρίς να δέχεται αντίσταση από τον αέρα. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές ή λάθος και **γιατί**;

- α. Το επίπεδο είναι λείο.
β. Το έργο του βάρους για μια διαδρομή $AB=1\text{m}$ είναι $W=5\text{J}$
γ. Το έργο της τριβής για την διαδρομή AB είναι -5J .
δ. Το έργο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στο σώμα είναι μηδέν.



B1.6 Στο διπλανό διάγραμμα ($F-x$) φαίνονται η μεταβολή της αλγεβρικής τιμής της δύναμης F_A σε σχέση με τη μετατόπιση και μια δύναμη F_B που έχει σταθερό μέτρο. Η σχέση των έργων των δύο δυνάμεων είναι:

- α. $W_A=W_B$, β. $W_A>W_B$ γ. $W_A<W_B$



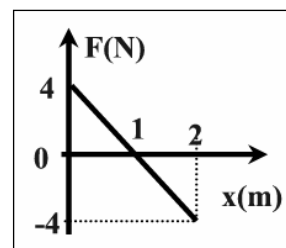
B1.7 Το μέτρο της δύναμης, σταθερής διεύθυνσης, μεταβάλλεται ως προς τη μετατόπιση σύμφωνα με το διπλανό διάγραμμα.

I. Το έργο της δύναμης από $x=0$ έως $x=2\text{m}$ είναι:

- α. 2J β. -2J γ. 0

II. Το έργο της δύναμης από $x=0$ έως $x=1\text{m}$ είναι:

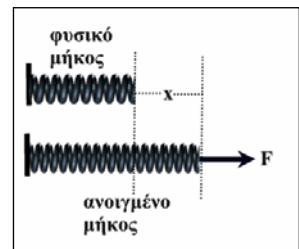
- α. 2J β. -2J γ. 0



B1.8 Ελατήριο σταθεράς k επιμηκύνεται με τη βοήθεια μιας εξωτερικής δύναμης από το φυσικό του μήκος κατά x .

Να δείξετε ότι το έργο της δύναμης του ελατηρίου ($F_{ελ} = -kx$) ισούται με

- α. $W_{ελ} = \frac{1}{2} kx^2$ β. $W_{ελ} = -\frac{1}{2} kx^2$ γ. $W_{ελ} = kx^2$



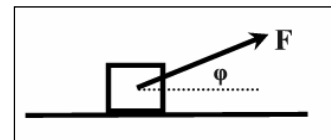
B1.9 Σε σώμα m που κινείται σε οριζόντιο επίπεδο ασκείται σταθερή δύναμη $F = 20\text{N}$. Αν το σώμα μετατοπιστεί κατά 2m , το έργο της δύναμης αποκλείεται να είναι:

- α. -40 J β. μηδέν γ. 40 J δ. 50 J

B1.10 Δύναμη $F = 5\text{N}$, μετατοπίζει ένα αρχικά ακίνητο σώμα κατά $x = 5\text{m}$. Το έργο της δύναμης είναι:

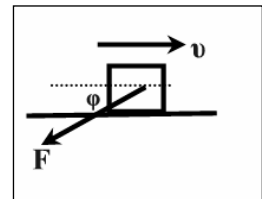
- α. μηδέν β. 25 J γ. -25 J δ. δεν μπορούμε να απαντήσουμε

B1.11 Η δύναμη $F=20\text{N}$ μετατοπίζει το σώμα του σχήματος οριζόντια και προς τα δεξιά κατά $\Delta x=4,5\text{m}$ και το $\sin\theta=0,6$. Το έργο της δύναμης είναι



- α. $W=90\text{J}$ β. $W=0$ γ. $W=54\text{J}$

B1.12 Το κουτί του σχήματος κινείται προς τα δεξιά και η δύναμη F έχει μέτρο 100N . Αν δίνεται ότι $\sin\theta=0,5$ τότε για μετατόπιση $\Delta x=2\text{m}$ το έργο της F είναι:



- α. $W=-100\text{J}$ β. $W=100\text{J}$ γ. $W=-200\text{J}$

B1.13 Η σφαίρα έχει μάζα $m=2\text{kg}$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g=10\text{m/s}^2$. Το σημείο Α βρίσκεται σε ύψος $h=4\text{m}$ από το οριζόντιο επίπεδο (ϵ).

I. Το έργο του βάρους στην διαδρομή ΑΓ είναι

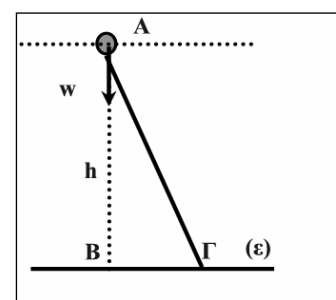
- α. $W=0$ β. $W=80\text{J}$ γ. $W=-80\text{J}$

II. Το έργο του βάρους στην διαδρομή ΑΒΓ είναι

- α. $W=0$ β. $W=80\text{J}$ γ. $W=-80\text{J}$

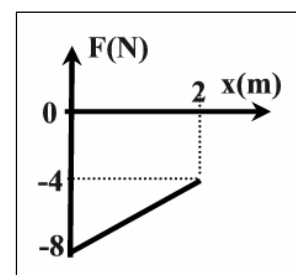
III. Το έργο του βάρους στην διαδρομή ΒΓΑ είναι

- α. $W=0$ β. $W=80\text{J}$ γ. $W=-80\text{J}$



B1.14 Στο διπλανό διάγραμμα βλέπουμε τη μεταβολή της δύναμης F σε σχέση με την μετατόπιση. Το έργο της δύναμης από $x=0$ έως $x=2\text{m}$ είναι

- α. $W=-12\text{J}$ β. $W=-6\text{J}$ γ. $W=0$



Γ ΘΕΜΑΤΑ

υπολογισμός έργου δύναμης

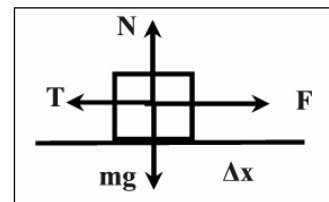
Γ1.1 Σώμα μάζας $m=20\text{kg}$ ανεβαίνει κατακόρυφα στο κενό κατά $h=4\text{m}$ με την επίδραση της κατακόρυφης δύναμης $F=500\text{N}$. Να βρεθούν τα έργα της δύναμης F , του βάρους και της συνισταμένης. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

$$W_F=2000\text{J}, W_w=-800\text{J}, \Sigma W=1200\text{J}$$

Γ1.2 Σώμα μάζας $m=12\text{kg}$ πέφτει κατακόρυφα κατά $h=20\text{m}$ και εκτός από το βάρος του δέχεται και σταθερή και κατακόρυφη αντίσταση αέρα $A=60\text{N}$. Πόσο είναι το συνολικό έργο των δυνάμεων που δέχεται; Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

$$\Sigma W=1200\text{J}$$

Γ1.3 Το σώμα μάζας $m=1\text{kg}$ μετατοπίζεται κατά $\Delta x=10\text{m}$ υπό την επίδραση της δύναμης $F=40\text{N}$. Δίνεται συντελεστής τριβής ολίσθησης $\mu=0,5$ και $g=10\text{m/s}^2$. Να βρεθούν τα έργα όλων των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα καθώς και το συνολικό έργο.



$$W_F=400\text{J}, W_T=-50\text{J}, W_N=0, W_{mg}=0, \Sigma W=350\text{J}$$

Γ1.4 Δύναμη $F = 100\text{N}$ μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της κατά $\Delta x = 8\text{m}$. Το έργο που παράγει τότε είναι 400J . Να υπολογιστεί η γωνία που σχηματίζει η κατεύθυνση της δύναμης F με την κατεύθυνση της μετατόπισης.

$$\theta=60^\circ$$

Γ1.5 Ο γερανός ανυψώνει κατακόρυφα κιβώτιο μάζας $m = 200\text{kg}$ με σταθερή ταχύτητα 2m/s . Αν η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\text{m/s}^2$ και οι αντιστάσεις του αέρα παραλείπονται, να υπολογιστούν

α. Την μετατόπιση του κιβωτίου σε χρόνο $t = 3\text{s}$.

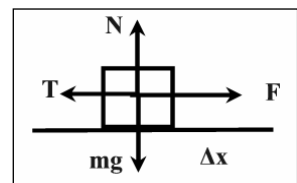
β. Το έργο της ανυψωτικής δύναμης του γερανού, καθώς και το έργο του βάρους για αυτήν την μετατόπιση.

$$\alpha. 6\text{m} \quad \beta. 12000\text{J}, -12000\text{J}$$

Γ1.6 Το σώμα μάζας $m=20\text{kg}$ ξεκινάει τη χρονική στιγμή $t_0=0$ από την ηρεμία με την επίδραση της δύναμης $F=50\text{N}$ και κινείται επιταχυνόμενα με $a=2\text{m/s}^2$. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

α. Να βρεθούν τα έργα της F και της τριβής για μετατόπιση για $\Delta t=2\text{s}$.

β. Να βρεθεί ο συντελεστής τριβής ολίσθησης, μ .

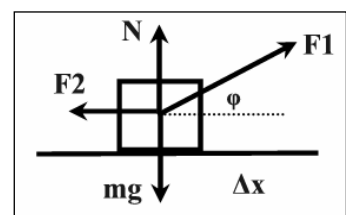


$$\alpha. 200\text{J}, -40\text{J}, \beta. \mu=0,05$$

Γ1.7 Το σώμα μάζας $m=20\text{kg}$ έχει τη χρονική στιγμή $t=0$, $v_0=0$ και επιταχύνεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο υπό την επίδραση δύο δυνάμεων $F_1=100\text{N}$ υπό γωνία $\varphi=60^\circ$ και $F_2=20\text{N}$ κατά $\Delta x=4\text{m}$. Να βρεθούν:

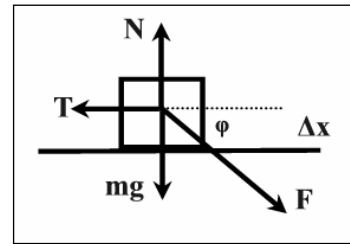
α. Τα έργα των δυνάμεων F_1 και F_2 και το έργο της συνισταμένης.

β. Η επιτάχυνση του σώματος και η ταχύτητα αυτού στα 4m .



$$\alpha. 200\text{J}, -80\text{J}, 120\text{J}, \beta. 1,5\text{m/s}^2, v=2\sqrt{3}\text{m/s}$$

Γ1.8 Το σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ που φαίνεται στο σχήμα επιταχύνεται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο υπό την επίδραση της $F=50\sqrt{2}\text{N}$ που δρα υπό γωνία $\varphi=45^\circ$. Δίνεται συντελεστής τριβής ολίσθησης $\mu=0,2$ και $g=10\text{m/s}^2$. Να βρεθούν τα έργα της F και της τριβής, T για μετατόπιση κατά $\Delta x=0,3\text{m}$.



$15\text{J}, -4,2\text{J}$

Γ1.9 Το σώμα $m = 2\text{kg}$ του σχήματος κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω, υπό την επίδραση κατακόρυφης δύναμης F με σταθερή επιτάχυνση $a = 1\text{m/s}^2$. Αν η αρχική του ταχύτητα είναι ίση με μηδέν, να υπολογίσετε το έργο της δύναμης F που ασκείται στο σώμα.

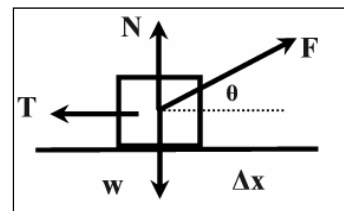
α. Για μετατόπιση $x = 5\text{m}$.

β. Για την ανύψωση του σώματος στα πρώτα 2s .

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{m/s}^2$.

$\alpha. 110\text{J} \beta. 44\text{J}$

Γ1.10 Η σταθερή δύναμη F σέρνει το κιβώτιο μάζας $m = 40\text{kg}$ σε οριζόντιο επίπεδο προς τα δεξιά και σχηματίζει με το οριζόντιο επίπεδο γωνία θ . Ο συντελεστής τριβής ανάμεσα στο έδαφος και στην επιφάνεια του κιβωτίου είναι $\mu = 0.5$. Αν το κιβώτιο κινείται ευθύγραμμα ομαλά με ταχύτητα μέτρου $v = 0,6\text{m/s}$ να υπολογίσετε



α. Το μέτρο της δύναμης F .

β. Το έργο της δύναμης F , καθώς και το έργο της τριβής σε 20s .

γ. Το ολικό έργο σε χρόνο $t = 8\text{s}$.

Δίνονται: $g = 10\text{m/s}^2$, $\eta\mu\theta = 4/5$, $\sigma\upsilon\eta\theta = 3/5$.

$\alpha. 200\text{N} \beta. 1440\text{J}, -1440\text{J} \gamma. \mu\eta\delta\acute{\epsilon}\nu$

Γ1.11 Σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ ολισθαίνει σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\varphi=30^\circ$, υπό την επίδραση τους βάρους της τριβής και της κάθετης δύναμης στήριξης. Να υπολογιστεί το συνολικό έργο που εκτελείται πάνω στο σώμα για μετατόπιση κατά $\Delta x=2\text{m}$, αν

α. το σώμα κατεβαίνει.

β. το σώμα ανεβαίνει.

Δίνεται το $g=10\text{m/s}^2$ και ο συντελεστής τριβής ολίσθησης, $\mu=\sqrt{3}/6$.

$\alpha. 10\text{J}, \beta. 30\text{J}$

Γ1.12 Ένας μικρός μαθητής μάζας $m = 40\text{kg}$ βρίσκεται μέσα σε ασανσέρ το οποίο κινείται προς τα πάνω. Για μετατόπιση του ασανσέρ κατά $h = 2\text{m}$, να υπολογίσετε:

Το έργο του βάρους του παιδιού, καθώς και το έργο της δύναμης που του ασκεί το δάπεδο του ασανσέρ στις παρακάτω περιπτώσεις:

α. Το ασανσέρ ανεβαίνει με σταθερή ταχύτητα 1m/s .

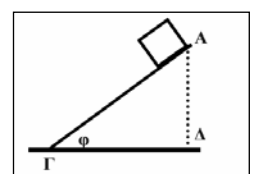
β. Το ασανσέρ ανεβαίνει με σταθερή επιτάχυνση $a = 0,5\text{m/s}^2$.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{m/s}^2$.

$\alpha. W_w = -800\text{J}, W_N = 800\text{J} \beta. W_w = -800\text{J}, W_N = 840\text{J}$

Γ1.13 Να υπολογίσετε το έργο της τριβής, για μετακίνηση σώματος βάρους $w = 10\text{N}$ από την κορυφή ως την βάση του κεκλιμένου επιπέδου.

Δίνονται: $\Gamma\Delta = 4\text{m}$ και ο συντελεστής τριβής ολίσθησης ανάμεσα στο σώμα και την επιφάνεια του επιπέδου, $\mu = 0.8$.

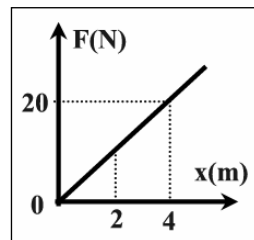


$W=-32\text{J}$

Γ1.14 Στο διπλανό διάγραμμα $F-x$ φαίνεται η μεταβολή της αλγεβρικής τιμής της δύναμης F σε σχέση με τη μετατόπιση. Πόσο είναι το έργο της για μετατόπιση από:

- α. $0 \leq x \leq 4\text{m}$ και
β. $2\text{m} \leq x \leq 4\text{m}$.

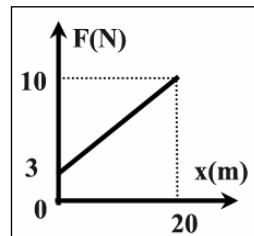
α. 40J , β. 30J



Γ1.15 Στο διπλανό διάγραμμα ($F-x$) φαίνεται η μεταβολή της αλγεβρικής τιμής της δύναμης F σε σχέση με τη μετατόπιση.

- α. Πόσο είναι το έργο της για μετατόπιση από 0 έως 20m;
β. Να γίνει η γραφική παράσταση ($a-x$), αν η μάζα του σώματος είναι 1kg.

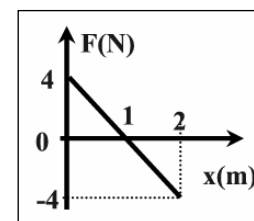
α. 130J



► **Γ1.16** Σε σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ ασκείται συνισταμένη δύναμη της οποίας η αλγεβρική τιμή στον άξονα xx' μεταβάλλεται με τον τρόπο που φαίνεται στο διάγραμμα.

- α. Πόσο είναι το έργο της στο διάστημα $[0,2\text{m}]$;
β. Για ποιο διάστημα το σώμα επιταχύνεται και για πιο επιβραδύνεται;
γ. Αν στη θέση $x=0$ έχει $v_0=0$, σε ποια θέση έχει μέγιστη ταχύτητα και πόσο είναι αυτή;

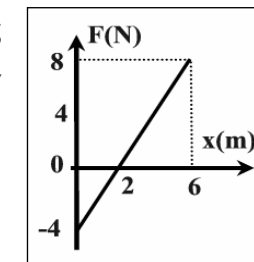
α. $W=0$, γ. $x=1\text{m}$, $v_{\max}=\sqrt{2}\text{m/s}$



► **Γ1.17** Σε σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ ασκείται συνισταμένη δύναμη της οποίας η αλγεβρική τιμή στον άξονα xx' μεταβάλλεται με τον τρόπο που φαίνεται στο διάγραμμα. Για $x_0=0$ είναι και $v_0=0$. Να υπολογιστούν:

- α. Το συνολικό έργο της F από 0 έως 6m.
β. Τα διαστήματα στα οποία το σώμα επιβραδύνεται ή επιταχύνεται.
γ. Τη θέση στην οποία έχει μέγιστη επιτάχυνση και μέγιστη ταχύτητα.
δ. Το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας.

α. $W_{\text{ολ}}=12\text{J}$, γ. $x=6\text{m}$, δ. $v_{\max}=2\sqrt{3}\text{m/s}$



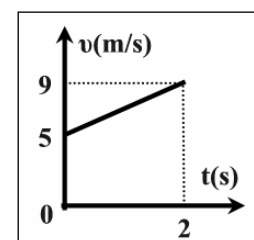
Γ1.18 Όλες οι δυνάμεις που αναφέρονται στη συνέχεια είναι σταθερής διεύθυνσης με αλγεβρική τιμή που μεταβάλλεται συναρτήσει της μετατόπισης, x του σημείου εφαρμογής τους και έχουν την ίδια διεύθυνση με τη κίνηση του σώματος στο οποίο ασκούνται. Να υπολογιστούν τα έργα τους:

- α. $F_1=5x$, $0 \leq x \leq 10\text{m}$,
β. $F_2=-5x$, $0 \leq x \leq 10\text{m}$,
γ. $F_3=10x$, $2\text{m} \leq x \leq 6\text{m}$,
δ. $F_4=10x+2$, $0 \leq x \leq 5\text{m}$,
ε. $F_5=x-2$, $0 \leq x \leq 4\text{m}$,
Όλες οι δυνάμεις μετριούνται σε N.

α. 250J , β. -250J , γ. 160J , δ. 135J , ε. 0

Γ1.19 Η ταχύτητα μιας μικρής σφαίρας μεταβάλλεται σύμφωνα με το διάγραμμα. Αν συνισταμένη δύναμη που ασκείται σ' αυτήν έχει μέτρο $F=20\text{N}$, να υπολογίσετε το έργο της στα πρώτα 2s της κίνησης της.

$W=280\text{J}$



Γ1.20 Οριζόντια δύναμη $F = 2x + 10$ (S.I.) μετατοπίζει σώμα μάζας m σε οριζόντιο επίπεδο. Υπολογίστε το έργο της για μετατόπιση:

α. $x = 5\text{m}$ β. $x = 10\text{m}$

75J, 200J

Γ1.21 Οριζόντια δύναμη $F = 4x + 40$ (S.I.) μετατοπίζει σώμα μάζας $m = 4\text{kg}$ σε οριζόντιο επίπεδο με συντελεστή τριβής $\mu = 0.5$ από τη θέση $x = 0$ ως τη θέση $x = 5\text{m}$. Για τη μετατόπιση αυτή υπολογίστε

α. το έργο της F

β. το έργο της τριβής. Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$

250J, - 100J

Γ1.22 Οριζόντια δύναμη $F = 20 - 2x$ (S.I.) μετατοπίζει σώμα μάζας m σε οριζόντιο επίπεδο. Να υπολογίστε το έργο της από τη θέση $x = 0$ μέχρι όπου η τιμή της F μηδενίζεται.

W=100J

Γ1.23 Οριζόντια δύναμη $F = 10 - x$ (S.I.) μετατοπίζει σώμα μάζας m σε οριζόντιο επίπεδο. Υπολογίστε το έργο της για μετατόπιση:

α. από $x_1=0$ έως $x_2=10\text{m}$

β. από $x_1=0$ έως $x_2 = 12\text{m}$ και

γ. από $x_1=0$ έως $x_2 = 20\text{m}$.

α. 50J, β. 48J, γ. μηδέν

Γ1.24 Υπολογίστε το έργο της σταθερής συνισταμένης δύναμης $F = 10\text{N}$ που μετακινεί αρχικά ακίνητο σώμα μάζας $m = 4\text{kg}$ σε οριζόντιο επίπεδο:

α. Στα πρώτα 2s.

β. Στην διάρκεια του 2ου sec.

50J, 37.5J

Γ1.25 Η εξίσωση ευθύγραμμης κίνησης ενός σημειακού αντικειμένου δίνεται από την σχέση:

$x = 1,5t^2$. Αν η μάζα του είναι $m = 2\text{kg}$, να υπολογίσετε:

α. Το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στο σώμα.

β. Το έργο της στα πρώτα 4s της κίνησης.

α. 6N, β. 144J

Γ1.26 Ο εργάτης σπρώχνει το κιβώτιο του σχήματος προς τα δεξιά, ασκώντας του οριζόντια δύναμη F . Αν ο συντελεστής τριβής ανάμεσα στο έδαφος και την επιφάνεια του κιβωτίου είναι $\mu = 0.5$ και το ολικό έργο των δυνάμεων που ασκούνται στο κιβώτιο για μετατόπιση $\Delta x = 5\text{m}$ είναι 100J, υπολογίστε το έργο της δύναμης του εργάτη για αυτήν τη μετατόπιση.

Δίνονται, η μάζα του κιβωτίου $m = 20\text{kg}$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{m/s}^2$.



W=600J

2.Θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας

2. Α ΘΕΜΑΤΑ

Βρείτε τη σωστή απάντηση στις ερωτήσεις “κλειστού” τύπου που ακολουθούν

A2.1 Η κινητική ενέργεια σώματος μάζας m που κινείται με ταχύτητα v είναι:

α. $K = \frac{mv^2}{2}$

β. $K = mv^2$

γ. $K = 2mv^2$

A2.2 Σύμφωνα με το ΘΜΚΕ, η μεταβολής κινητικής ενέργειας ενός σώματος ισούται

α. με το άθροισμα των απόλυτων τιμών έργων των δυνάμεων που δρουν πάνω του

β. με το έργο τους βάρους του σώματος

γ. με το αντίθετο του έργου της συνισταμένης δύναμης που δρα πάνω του

δ. με το αλγεβρικό άθροισμα των έργων των δυνάμεων που δρουν πάνω του

A2.3 Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές;

Η κινητική ενέργεια ενός σώματος σταθερής μάζας

α. είναι μονόμετρο μέγεθος.

β. είναι ανάλογη της ταχύτητας.

γ. παραμένει στο σώμα υπό άλλη μορφή όταν αυτό σταματήσει να κινείται.

δ. έχει πρόσημο πάντοτε θετικό.

ε. δεν εξαρτάται από την κατεύθυνση της κίνησης του σώματος.

στ. μεταβάλλεται πάντοτε όταν στο σώμα ασκούνται δυνάμεις.

A2.4 Σώμα μάζας m δέχεται δυνάμεις που κάνουν πάνω του συνολικό έργο ΣW και η ταχύτητα μεταβάλλεται από την αρχική τιμή v_1 στην τελική v_2 . Το συνολικό έργο ισούται:

α. $\Sigma W = \frac{1}{2}mv_2^2$

β. $\Sigma W = \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_2^2$

γ. $\Sigma W = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$

A2.5 Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση η κινητική ενέργεια του σώματος

α. αυξάνεται

β. μειώνεται

γ. διατηρείται σταθερή

A2. 6 Αν η ταχύτητα ενός σώματος μάζας m μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση $v = \alpha \cdot t$ τότε η κινητική ενέργεια του σώματος είναι

α. ανάλογη του χρόνου, t

β. ανάλογη του τετραγώνου του χρόνου t^2

γ. αντιστρόφως ανάλογη του χρόνου t ,

A2.7 Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;

α. Αν η μεταβολή της κινητικής ενέργειας είναι μηδέν, τότε το σώμα μένει ακίνητο.

β. Αν σε ένα σώμα που κινείται το συνολικό έργο είναι $\Sigma W = 0$, τότε το σώμα κινείται ευθύγραμμα και ομαλά.

γ. Αν ένα σώμα επιταχύνεται τότε, $\Sigma W > 0$.

δ. Όταν ένα αυτοκίνητο φρενάρει σε οριζόντιο δρόμο το $\Sigma W < 0$.

A2.8 Σώμα που επιταχύνεται πάνω σε τραχύ οριζόντιο επίπεδο δέχεται δύναμη F της ίδιας κατεύθυνσης με την κίνησή του. Ποιες από τις ακόλουθες προτάσεις είναι σωστές;

- α. Το έργο της F ισούται με τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος.
- β. Το συνολικό έργο που εκτελείται πάνω στο σώμα είναι θετικό.
- γ. Το έργο της τριβής είναι κατά απόλυτη τιμή μικρότερο από το έργο της F .
- δ. Η κινητική ενέργεια του σώματος μένει σταθερή.
- ε. Το έργο της τριβής είναι αρνητικό

A2.9 Σώμα κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο υπό την επίδραση μιας μόνο οριζόντιας δύναμης F που έχει την ίδια κατεύθυνση με τη μετατόπιση του σώματος. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;

- α. Η δύναμη F κάνει έργο αρνητικό
- β. Το συνολικό έργο που εκτελείται πάνω στο σώμα είναι θετικό.
- γ. Η κινητική ενέργεια του σώματος αυξάνεται.
- δ. Το έργο του βάρους του είναι ίσο με μηδέν.
- ε. Η κινητική ενέργεια παραμένει σταθερή

A2.10 Στην ελεύθερη πτώση κατά ένα ύψος h , η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος

- α. ισούται με το έργο του βάρους
 - β. ισούται με το αντίθετο του έργου του βάρους
 - γ. είναι μεγαλύτερη από το έργο του βάρους
 - δ. είναι μικρότερη από το έργο του βάρους
- για το ίδιο ύψος h .

A2. 11 Ποια από τα παρακάτω φυσικά μεγέθη είναι μονόμετρα και ποια διανυσματικά;

- α. ταχύτητα β. επιτάχυνση γ. δύναμη δ. έργο ε. κινητική ενέργεια, στ. βάρος, ζ. μάζα

A2.12 Η κινητική ενέργεια αυξάνεται όταν η συνισταμένη των δυνάμεων

- α. είναι μηδέν
- β. έχει την ίδια κατεύθυνση με την κίνηση
- γ. έχει αντίθετη κατεύθυνση από την κίνηση.
- δ. είναι κάθετη στη διεύθυνση της κίνησης.

A2.13 Αν η ταχύτητα ενός σώματος σταθερής μάζας m , διπλασιαστεί τότε η κινητική ενέργεια

- α. διπλασιάζεται
- β. υποδιπλασιάζεται
- γ. τετραπλασιάζεται
- δ. διατηρείται σταθερή.

A2.14 Αν η ταχύτητα, v ενός σώματος σταθερής μάζας m , γίνει $0,5v$ τότε η κινητική ενέργεια

- α. διπλασιάζεται
- β. υποτετραπλασιάζεται
- γ. τετραπλασιάζεται
- δ. διατηρείται σταθερή.

A2.15 Στην κατακόρυφη βολή προς τα πάνω και μέχρι το σώμα βάρους mg να φτάσει στο μέγιστο ύψος h η μεταβολή της κινητικής ενέργειας είναι:

α. $\Delta K = mgh$

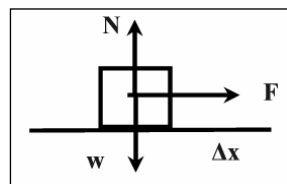
β. $\Delta K = 2mgh$

γ. $\Delta K = -mgh$

2. Β ΘΕΜΑΤΑ

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας στις ερωτήσεις “ανοικτού τύπου” που ακολουθούν

B2.1 Σώμα μάζας m ηρεμεί αρχικά πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Δύναμη F σταθερού μέτρου με κατεύθυνση παράλληλη προς το οριζόντιο επίπεδο, το μετατοπίζει κατά Δx και του δίνει ταχύτητα v . Να αποδείξετε ότι το έργο της δύναμης ισούται



α. $W=F \cdot \Delta x = \frac{1}{2}mv^2$ β. $W=F \cdot \Delta x = mv^2$ γ. $W=F \cdot \Delta x = -mv^2$

B2.2 Σφαίρα πέφτει ελεύθερα από την ηρεμία μόνο με την επίδραση του βάρους της. Σε δυο διαφορετικές χρονικές στιγμές t_1 , t_2 έχει ταχύτητες $v_1=v$ και $v_2=4v$ αντιστοίχως. Η σχέση των κινητικών ενεργειών είναι:

α. $K_2=2K_1$ β. $K_2=4K_1$ γ. $K_2=16K_1$

B2.3 Σφαίρα πέφτει ελεύθερα από την ηρεμία μόνο με την επίδραση του βάρους της. Σε δυο διαφορετικές χρονικές στιγμές t_1 , t_2 έχει ταχύτητες $v_1=v$ και $v_2=4v$ και κινητικές ενέργειες K_1 και K_2 αντιστοίχως. Το έργο του βάρους από t_1 μέχρι t_2 είναι

α. $W=15K_1$ β. $W=16K_1$ γ. $W=4K_1$

B2.4 Δύο αυτοκίνητα ίσης μάζας φρενάρουν στον ίδιο δρόμο και δέχονται τις ίδιες δυνάμεις τριβής από αυτόν. Αν τη στιγμή που φρενάρουν το Α έχει κινητική ενέργεια K και το Β κινητική ενέργεια $4K$ τότε τα διαστήματα s_A και s_B που διανύουν μέχρι να σταματήσουν είναι:

α. $s_A=s_B$ β. $s_B=4s_A$ γ. $s_B=2s_A$

B2.5 Μικρή σφαίρα βάλλεται από το έδαφος στο κενό και προς τα πάνω με αρχική κινητική ενέργεια K και φτάνει σε μέγιστο ύψος h . Αν η ίδια σφαίρα υπό τις ίδιες συνθήκες βάλλονταν με τον ίδιο τρόπο με αρχική κινητική ενέργεια $3K$, τότε το μέγιστο ύψος που θα έφτανε θα ήταν

α. h β. $2h$ γ. $3h$

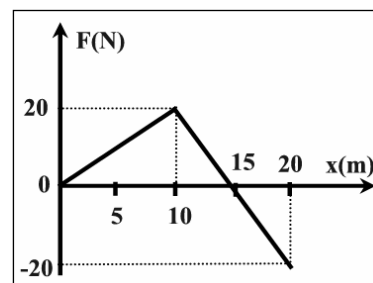
B2.6 Σώμα ξεκινάει από την ηρεμία υπό την επίδραση της μεταβλητής συνισταμένης δύναμης που φαίνεται στο σχήμα.

I. Η κινητική του ενέργεια στη θέση $x=20m$ θα είναι

α. $K=0$ β. $K=150J$ γ. $K=100J$

II. Το σώμα θα έχει μέγιστη κινητική ενέργεια στη θέση

α. $x=10m$ β. $x=15m$ γ. $x=20m$



B2.7 Σταθερή δύναμη F ασκείται σε αρχικά ακίνητο σώμα που ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο και το μετατοπίζει κατά Δx . Στο τέλος της διαδρομής αυτής το σώμα έχει αποκτήσει κινητική ενέργεια K και ταχύτητα μέτρου v . Αν για την ίδια μετατόπιση ασκούταν δύναμη $F' = 4F$, τότε:

I. Η κινητική ενέργεια που θα αποκτήσει το σώμα θα είναι:

- α. $K' = K$ β. $K' = 2K$ γ. $K' = 4K$ δ. $K' = 8K$ **II.**

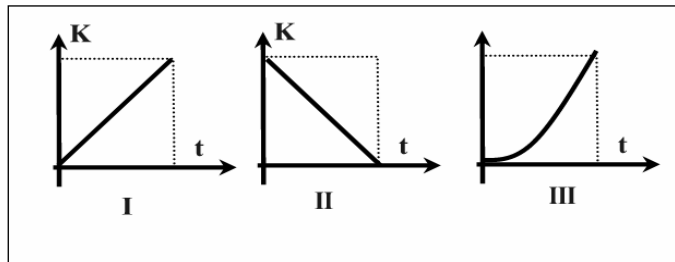
II. Το μέτρο της ταχύτητας που θα αποκτήσει το σώμα θα είναι:

- α. $v' = v$ β. $v' = 2v$ γ. $v' = 4v$ δ. $v' = 8v$

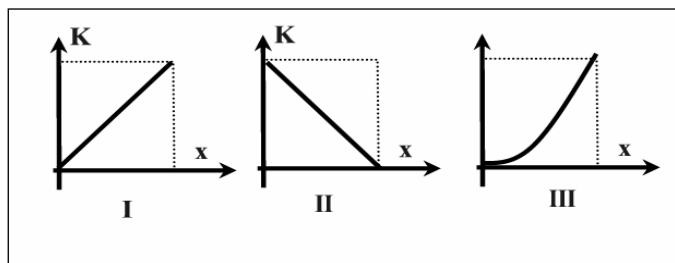
B2.8 Σώμα αφήνεται από ύψος h χωρίς αρχική ταχύτητα να πέσει στο έδαφος. Οι αντιστάσεις του αέρα παραλείπονται. Καθώς πέφτει η κινητική του ενέργεια μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση

- α. $K = \frac{1}{2}mg^2t^2$ β. $K = \frac{1}{2}mgt^2$ γ. $K = \frac{1}{2}mgt^2$

B2.9 Σώμα αφήνεται από ύψος h χωρίς αρχική ταχύτητα να πέσει στο έδαφος. Οι αντιστάσεις του αέρα παραλείπονται. Ποια είναι η γραφική παράσταση που δείχνει την μεταβολή της κινητικής ενέργειας σε σχέση με το χρόνο.



B2.10 Σώμα επιταχύνεται από την ηρεμία με την επίδραση σταθερή συνισταμένης δύναμης. Ποια γραφική παράσταση εκφράζει την μεταβολή της κινητικής του ενέργειας σε σχέση με την μετατόπιση, x .



B2.11 Ο Μίμης αφήνει την μπάλα από το μπαλκόνι να πέσει στο έδαφος, χωρίς αρχική ταχύτητα. Ο Πέτρος πετάει την ίδια μπάλα από το ίδιο μπαλκόνι με αρχική ταχύτητα v_0 κατακόρυφα προς τα κάτω και πέφτει και αυτή στο έδαφος. Οι αντιστάσεις του αέρα παραλείπονται. Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας της μπάλας είναι:

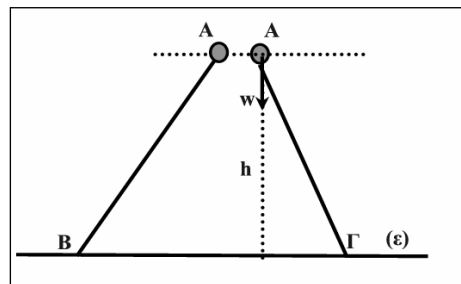
- α. μεγαλύτερη στην πρώτη περίπτωση απ' ό,τι στην δεύτερη.
β. μικρότερη στην πρώτη περίπτωση απ' ό,τι στην δεύτερη.
γ. είναι ίδια και στις δύο περιπτώσεις.

B2.12 Δύο οχήματα Α και Β με μάζες m και $2m$ αντιστοίχως φρενάρουν με την ίδια αρχική ταχύτητα και σταματούν. Τα έργα της τριβής των ελαστικών τους με τον δρόμο έχουν την σχέση

- α. $W_{T,A} = W_{T,B}$ β. $W_{T,A} = 2W_{T,B}$ γ. $W_{T,A} = \frac{1}{2}W_{T,B}$

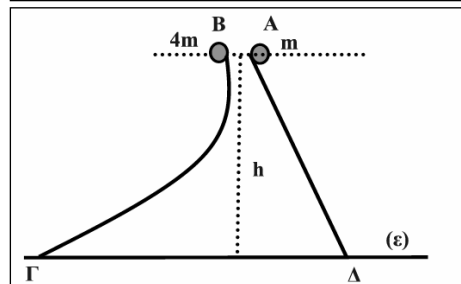
B2.13 Δύο σώματα με μάζες $m_1=m_2=m$ αφήνονται χωρίς αρχική ταχύτητα από το ίδιο ύψος h να κατέβουν χωρίς τριβές τα κεκλιμένα επίπεδα AB και $A\Gamma$ με $AB>A\Gamma$. Για τις κινητικές ενέργειες των σωμάτων όταν φτάνουν στο οριζόντιο επίπεδο (ε) ισχύει:

- α. $K_B=K_\Gamma$ β. $K_B>K_A$ γ. $K_B>K_\Gamma$



B2.14 Δύο σώματα με μάζες $m_1=m$ και $m_2=4m$ αφήνονται χωρίς αρχική ταχύτητα από το ίδιο ύψος h από τα σημεία A και B αντιστοίχως, να διανύσουν χωρίς τριβές τις διαδρομές $A\Delta$ και $B\Gamma$. Όταν φτάνουν στο οριζόντιο επίπεδο (ε) ισχύει:

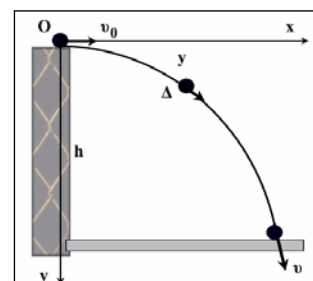
- α. $v_1=4v_2$ β. $v_1=v_2$ γ. $v_2=2v_1$



B2.15 Σώμα μάζας m βάλλεται οριζόντια με ταχύτητα v_0 στο κενό από ύψος h πάνω από το έδαφος.

I. Όταν φτάνει στο έδαφος η κινητική του ενέργεια θα είναι

- α. $K= \frac{1}{2}mgh$ β. $K=mgh$ γ. $K=2mgh$

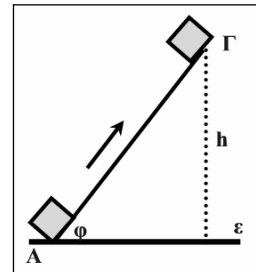


II. Όταν φτάνει στο έδαφος η ταχύτητα v όταν θα είναι:

- α. $v=v_0$ β. $v=\sqrt{2gh}$ γ. $v=\sqrt{v_0^2+2gh}$

B2.16 Σώμα μάζας m βάλλεται από τη βάση A λείου κεκλιμένου επιπέδου με αρχική ταχύτητα v_0 και φτάνει στο σημείο Γ με ταχύτητα μέτρου, v . Τα A και Γ απέχουν κατακόρυφη απόσταση h . Για την ταχύτητα v ισχύει

- α. $v=v_0$ β. $v=\sqrt{v_0^2-2gh}$ γ. $v=\sqrt{v_0^2+2gh}$



2. Γ ΘΕΜΑΤΑ

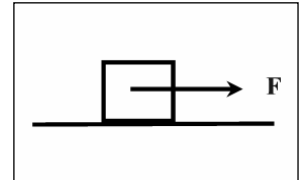
Γ2.1 Ένα αυτοκίνητο μάζας $m = 1000 \text{ kg}$ κινείται με ταχύτητα $v_0 = 20 \text{ m/s}$. Να υπολογιστούν:

- Η κινητική του ενέργεια.
- Το συνολικό έργο που απαιτείται για να διπλασιάσει την ταχύτητά του.
- Το συνολικό έργο που απαιτείται για να σταματήσει αν η αρχική ταχύτητα είναι v_0 .

$$\alpha. K=2 \cdot 10^5 \text{ J}, \beta. W=6 \cdot 10^5 \text{ J}, \gamma. W=-2 \cdot 10^5 \text{ J}$$

Γ2.2 Σε σώμα μάζας $m = 2 \text{ kg}$, που κινείται με ταχύτητα $v_0 = 2 \text{ m/s}$ ασκείται συνισταμένη δύναμη $F = 20 \text{ N}$, παράλληλη με το οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Να υπολογιστούν:

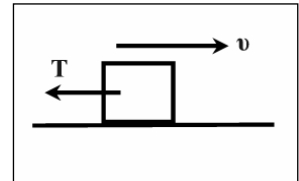
- Η ταχύτητά του σώματος μετά από μετατόπιση $x = 3 \text{ m}$.
- Η μετατόπιση ώστε η ταχύτητα να αυξηθεί από 2 m/s σε $v = 10 \text{ m/s}$;
- Το έργο που απαιτείται για να σταματήσει όταν έχει πλέον ταχύτητα $v = 10 \text{ m/s}$



$$\alpha. 8 \text{ m/s} \quad \beta. x=4,8 \text{ m}, \quad \gamma. -100 \text{ J}$$

Γ2.3 Πακέτο μάζας $m=4 \text{ kg}$ βάλλεται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο με αρχική ταχύτητα $v_0=5 \text{ m/s}$. Το πακέτο δέχεται σε οριζόντια κατεύθυνση μόνο τη δύναμη της τριβής.

- Να βρείτε το έργο της μέχρι να σταματήσει.
- Αν για να σταματήσει χρειάζεται να ολισθήσει κατά $2,5 \text{ m}$ να βρείτε το συντελεστή τριβής μεταξύ του πακέτου και του επιπέδου.



$$\alpha. W_T=50 \text{ J}, \quad \beta. \mu=0,5$$

Γ2.4 Σώμα μάζας $m=2 \text{ kg}$ αφήνεται ($v_0=0$) να πέσει κατακόρυφα από ύψος $h=20 \text{ m}$ πάνω από το έδαφος. Στη διαδρομή εκτός από το βάρος του δέχεται και σταθερή κατακόρυφη αντίσταση αέρα, $F=15 \text{ N}$. Δίνεται $g=10 \text{ m/s}^2$. Με εφαρμογή του ΘΜΚΕ:

- Να βρείτε την ταχύτητα με την οποία φτάνει στο έδαφος.
- Αν έπεφτε στο κενό από το ίδιο ύψος με πόση ταχύτητα θα έφτανε στο έδαφος;

$$\alpha. v=10 \text{ m/s}, \quad \beta. 20 \text{ m/s}$$

Γ2.5 Μικρή σφαίρα μάζας m βάλλεται από ύψος $h=3,2 \text{ m}$ πάνω από το έδαφος κατακόρυφα προς τα κάτω με αρχική ταχύτητα $v_0=6 \text{ m/s}$.

- Με πόση ταχύτητα φτάνει στο έδαφος;
- Αν βάλλουμε το σώμα οριζόντια πόσο είναι το μέτρο της ταχύτητας με την οποία φτάνει στο έδαφος;
- Αν βάλλουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα πάνω πόσο είναι το μέτρο της ταχύτητας με την οποία φτάνει στο έδαφος;

Οι αντιστάσεις του αέρα θεωρούνται αμελητέες. Δίνεται $g=10 \text{ m/s}^2$.

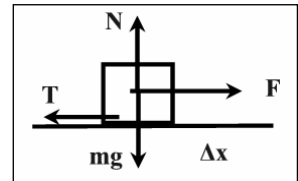
$$\alpha. v=10 \text{ m/s}, \quad \beta. v=10 \text{ m/s}, \quad \gamma. v=10 \text{ m/s}$$

Γ2.6 Μοτοσικλέτα με το αναβάτη της έχει συνολική μάζα $m=300 \text{ kg}$ και φρενάρει σε οριζόντιο δρόμο τη στιγμή που έχει ταχύτητα 72 km/h (20 m/s). Αφού διανύσει απόσταση μήκους d σταματάει. Μεταξύ των ελαστικών της και του δρόμου, ο συντελεστής τριβής είναι $\mu=0,5$. Οι αντιστάσεις του αέρα θεωρούνται αμελητέες. Δίνεται $g=10 \text{ m/s}^2$. Να υπολογιστούν:

- α. Το έργο της δύναμης της τριβής
β. Η απόσταση d που χρειάστηκε για να σταματήσει.

α. $W = -6 \cdot 10^4 J$, β. $d = 40m$

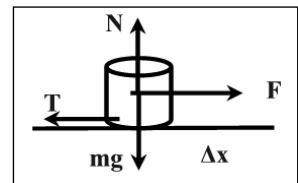
Γ2.7 Το σώμα μάζας $m = 2kg$ ξεκινάει από την ηρεμία και μετατοπίζεται κατά $\Delta x = 10m$ υπό την επίδραση της δύναμης $F = 50N$. Δίνεται συντελεστής τριβής ολίσθησης $\mu = 0,5$ και $g = 10m/s^2$. Να βρεθούν:



- α. Τα έργα της F και της τριβής.
β. Το συνολικό έργο που γίνεται πάνω στο σώμα.
β. Η ταχύτητα του σώματος μετά τα $10m$.

α. $500J$, $-100J$, β. $400J$, β. $20m/s$

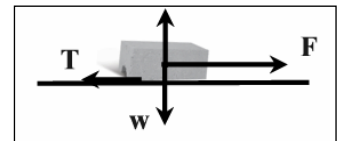
Γ2.8 Στο σώμα μάζας $m = 4kg$ του σχήματος που αρχικά ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο, ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη $F = 20N$. Μετά από μετατόπιση $x = 4m$ το σώμα έχει αποκτήσει ταχύτητα $v = 4m/s$. Να υπολογίσετε:



- α. Τα έργα της δύναμης F και της τριβής ολίσθησης.
β. Τον συντελεστή τριβής ανάμεσα στο σώμα και το οριζόντιο επίπεδο. Δίνεται $g = 10m/s^2$

α. $80J$, $-32J$ β. $\mu = 0,4$

Γ2.9 Πλάκα μάζας $m = 20kg$ ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Σταθερή δύναμη F με κατεύθυνση παράλληλη με το επίπεδο το μετατοπίζει κατά $10m$. Μεταξύ σώματος και επιπέδου ο συντελεστής τριβής ολίσθησης είναι $\mu = 0,2$. Στα $10m$ η πλάκα έχει ταχύτητα $v = 10m/s$.



- α. Να βρεθεί το μέτρο της F .
β. Αμέσως μετά από τα $10m$, η δύναμη F μηδενίζεται ακαριαία και το σώμα ολισθαίνει μόνο με την επίδραση της τριβής και σταματάει. Πόση είναι η πρόσθετη μετατόπιση μέχρι να σταματήσει;
Δίνεται $g = 10m/s^2$.

α. $F = 140N$, β. $s = 25m$

Γ2.10 Σώμα μάζας $m = 4kg$ εκτοξεύεται από το έδαφος κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα μέτρου $20m/s$. Το μέγιστο ύψος που φτάνει είναι $h = 15m$, Να υπολογιστούν:

- α. Η μεταβολή της κινητικής του ενέργειας
β. Το έργο τους βάρους μέχρι το μέγιστο ύψος
γ. Το μέτρο της μέσης αντίστασης του αέρα που του ασκείται κατά την κίνηση του.
Δίνεται $g = 10 m/s^2$.

α. $-800J$, β. $-600J$, γ. $R = 40/3N$

Γ2.11 Βλήμα βάρους $w = 100N$ βάλλεται κατακόρυφα προς τα κάτω από ύψος $h = 1m$, με αρχική ταχύτητα $v_0 = 2m/s$. Όταν φτάνει στο έδαφος εισχωρεί μέσα του κατά $d = 0,2m$ και σταματάει.

- α. Να βρεθεί η δύναμη της τριβής που ασκεί το έδαφος στο βλήμα, αν θεωρηθεί ότι είναι κατακόρυφη και σταθερή.

Αν το ίδιο βλήμα βληθεί κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα μέτρου $v_0 = 20m/s$.

- β. Ποιο είναι το μέγιστο ύψος που θα φτάσει το βλήμα πάνω από το σημείο O ;
γ. Ποιο είναι το μέτρο της ταχύτητας, όταν θα επιστρέψει στο σημείο από το οποίο ξεκίνησε.
Δίνεται $g = 10m/s^2$.

α. $F = 700N$, β. $20m$, γ. $20m/s$

Γ2.12 Σε σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ που αρχικά ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη $F = 10\text{N}$, με αποτέλεσμα το μέτρο της ταχύτητας του να αυξάνεται σύμφωνα με την σχέση $v = 3t$. Να υπολογίσετε:

- Το έργο της τριβής που ασκείται στο σώμα στα πρώτα 2s.
- Το μέτρο της τριβής.

$$\alpha. W = 24\text{J} \quad \beta. T = 4\text{N}$$

Γ2.13 Κύβος μάζας m βάλλεται από τη βάση λείου κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης $\varphi=30^\circ$ με αρχική ταχύτητα $v_0=10\text{m/s}$ και με φορά προς τα πάνω. Να υπολογιστούν:

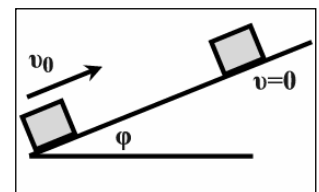
- Το διάστημα που θα διανύσει μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά του.
- Το μέτρο της ταχύτητάς του, όταν επιστρέψει στο σημείο εκκίνησης. Δίνεται το $g=10\text{m/s}^2$.

$$\alpha. s=10\text{m}, \quad \beta. 10\text{m/s}$$

Γ2.14 Σώμα μάζας m βάλλεται από τη βάση κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης φ με αρχική ταχύτητα μέτρου $v_0=10\text{m/s}$ και με φορά προς τα πάνω.

- Να βρείτε το διάστημα που θα διανύσει μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά του,
 - Να εκτιμήσετε αν το σώμα να μπορεί να ξανακατέβει;
 - Να βρείτε την ταχύτητα με την οποία θα επιστρέψει στο σημείο από το οποίο ξεκίνησε.
- Δίνονται, ο συντελεστής τριβής $\mu=0,5$, το $g=10\text{m/s}^2$ και $\eta\mu\varphi=0,6$, $\sigma\upsilon\varphi=0,8$.

$$\alpha. s=5\text{m}, \quad \beta. \text{Μπορεί}, \quad \gamma. 2\sqrt{5}\text{m/s}$$

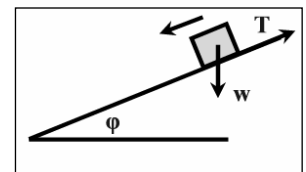


Γ2.15 Πλακάκι μάζας $m=2\text{kg}$ βάλλεται από σημείο κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης φ με αρχική ταχύτητα μέτρου $v_0=8\text{m/s}$ με φορά προς τα κάτω. Όταν θα έχει διανύσει απόσταση $s=9\text{m}$ πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο να υπολογιστούν:

- τα έργα του βάρους και της τριβής
- Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας
- Η τελική ταχύτητα.

Δίνονται ο συντελεστής τριβής μεταξύ πλάκας και επιπέδου $\mu=0,5$, το $g=10\text{m/s}^2$ και $\eta\mu\varphi=0,6$, $\sigma\upsilon\varphi=0,8$.

$$\alpha. 108\text{J}, \quad \beta. -72\text{J}, \quad \Delta K=36, \quad \gamma. v=10\text{m/s}$$

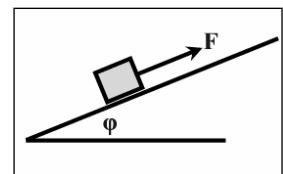


Γ2.16 Κιβώτιο μάζας $m=2\text{kg}$ μετατοπίζεται με φορά προς τα πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\varphi=30^\circ$ με τη βοήθεια σχοινιού, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η δύναμη που ασκείται στο σχοινί έχει μέτρο $F=50\text{N}$ και ο συντελεστής τριβής μεταξύ του κιβωτίου και του επιπέδου είναι $\mu=\sqrt{3}/3$. Αν τη χρονική στιγμή $t_0=0$ έχει ταχύτητα $v_0=10\text{m/s}$, τότε και μετά από διαδρομή $\Delta x=10\text{m}$, να υπολογιστούν:

- Τα έργα της δύναμης F και της τριβής.
- Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας
- Η ταχύτητα του κιβωτίου.

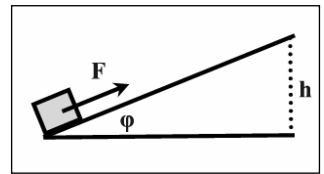
Δίνονται, $\eta\mu\varphi=1/2$, $\sigma\upsilon\varphi=\sqrt{3}/2$, $g=10\text{m/s}^2$.

$$\alpha. 500\text{J}, \quad -100\text{J}, \quad \beta. 300\text{J}, \quad \gamma. v=20\text{m/s}$$



Γ2.17 Σε σώμα μάζας $m = 2\text{kg}$ που αρχικά ηρεμεί στην βάση λείου κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσεως $\varphi = 30^\circ$, ασκείται δύναμη $F = 28\text{N}$ παράλληλα προς αυτό.

Αν το ύψος του κεκλιμένου επιπέδου είναι h και το μέτρο της ταχύτητας με την οποία φτάνει στην κορυφή είναι $v=12\text{m/s}$ να υπολογίσετε το ύψος h . Δίνεται $g = 10\text{ m/s}^2$.



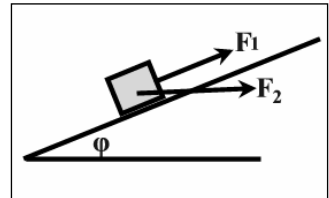
$$h=4\text{m}$$

Γ2.18 Αλεξιπτωτιστής αφήνεται χωρίς αρχική ταχύτητα από αεροπλάνο σε ύψος 1000m από το έδαφος και φτάνει σ' αυτό με ταχύτητα $v = 4\text{m/s}$.

Να υπολογιστούν τα έργα του βάρους και της αντίστασης του αέρα κατά την κίνησή του. Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$. Η μάζα του αλεξιπτωτιστή και του αεροστάτου είναι 80kg .

$$8 \cdot 10^5 \text{J και } 799360 \text{J}$$

Γ2.19 Στο αρχικά ακίνητο σώμα του σχήματος, μάζας $m=3\sqrt{2}\text{kg}$, ασκούνται, η δύναμη $F_1 = 40\text{N}$ παράλληλη με το κεκλιμένο επίπεδο και η οριζόντια $F_2 = 30\sqrt{2}\text{ N}$. Ανάμεσα στο σώμα και το έδαφος υπάρχει τριβή, με συντελεστή $\mu = 0.5$. Για μετατόπιση του σώματος κατά $\Delta x=8\text{m}$ να υπολογίσετε:



α. Το έργο κάθε δύναμης που ασκείται σ' αυτό.

β. Την κινητική ενέργεια που θα έχει αποκτήσει.

Η γωνία κλίσης του επιπέδου είναι $\varphi = 45^\circ$. Δίνεται $g = 10\text{ m/s}^2$.

$$\alpha. W_w = -240\text{J}, W_{F1} = 320\text{J}, W_{F2} = 240\text{J}, W_T = -240\text{J} \beta. K=80\text{J}$$

Γ2.20 Σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ που αρχικά είναι ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο δέχεται οριζόντια δύναμη $F=2x$ (SI) για μετατόπιση από $x=0$ έως $x=10\text{m}$. Να υπολογιστούν

α. το έργο της F .

β. Η τελική ταχύτητα.

γ. Η τελική ταχύτητα αν η δύναμη ήταν της μορφής $F=5+2x$ και για την ίδια μετατόπιση

$$\alpha. 100\text{J}, \beta. 10\text{m/s}, \gamma. v=\sqrt{150}\text{m/s}$$

Γ2.21 Σώμα μάζας $m = 11\text{kg}$ ισορροπεί σε οριζόντιο επίπεδο. Ανάμεσα στο σώμα και στο επίπεδο υπάρχει τριβή με συντελεστή $\mu = 2/55$. Στο σώμα ασκείται μια μεταβλητή οριζόντια δύναμη $F = 5x + 10$ (S.I.). Για μετατόπιση $x = 2\text{m}$ να υπολογίσετε:

α. το έργο της F .

β. το έργο της τριβής.

γ. την ταχύτητα που αποκτά το σώμα. Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$

$$\alpha. 30\text{J} \beta. -8\text{J} \gamma. 2\text{m/s}$$

Γ2.22 Σώμα μάζας $m = 6\text{kg}$ ισορροπεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Στο σώμα ασκείται οριζόντια δύναμη της μορφής $F = 2x + 10$ (S.I.). Για μετατόπιση $x = 5\text{m}$ να υπολογίσετε:

α. το έργο της F .

β. την ταχύτητα που αποκτά το σώμα.

$$\alpha. 75\text{J}, \beta. 5\text{m/s}$$

Γ2.23 Σώμα μάζας $m = 2\text{kg}$ ισορροπεί σε οριζόντιο επίπεδο. Στο σώμα ασκείται κατακόρυφη δύναμη $F = 4x + 10$ με φορά προς τα πάνω και το ανυψώνει κατά $x = 10\text{m}$. Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$.

Για την παραπάνω μετατόπιση να υπολογίσετε

α. το έργο της F και το έργο του βάρους.

β. την ταχύτητα που έχει αποκτήσει το σώμα.

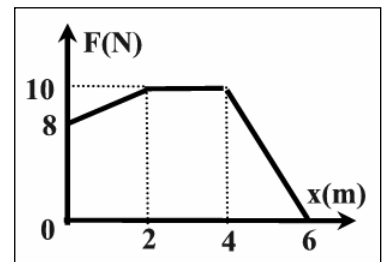
γ. Σε ποιο ύψος το σώμα θα αποκτήσει ταχύτητα $v = \sqrt{12}\text{m/s}$;

α. 300J , -200J , β. 10m/s γ. 6m

Γ2.24 Σώμα μάζας $m=8\text{kg}$ είναι αρχικά ακίνητο στη θέση $x_0=0$ οριζόντιου άξονα xx' . Το σώμα δέχεται οριζόντια δύναμη F η οποία μεταβάλλεται σε σχέση με τη θέση x με τον τρόπο που φαίνεται στο σχήμα.

α. Να υπολογιστεί το έργο της F από $x=0$ έως $x=6\text{m}$.

γ. Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σώματος στη θέση $x=6\text{m}$

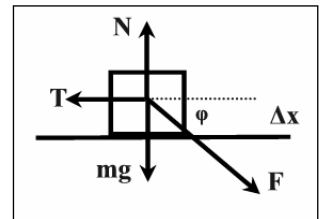


α. 48J , β. $v=4\text{m/s}$

► **Γ2.25** Το σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ δέχεται τις δυνάμεις που φαίνονται στο σχήμα με την F να μεταβάλλεται σε σχέση με τη μετατόπιση σύμφωνα με τη σχέση $F=10x$, (SI). Μεταξύ σώματος και επιπέδου ο συντελεστής τριβής είναι $\mu=0,1$ και δίνονται $g=10\text{m/s}^2$ και $\eta\mu\phi=0,8$ και $\sigma\eta\nu\phi=0,6$.

α. Να βρεθούν τα έργα της F και της τριβής για μετατόπιση από 0 έως 10m .

β. Να βρεθεί η ταχύτητα στη θέση $x_1=10\text{m}$.



α. $W_F=300\text{J}$, $W_T=-60\text{J}$, β. $v\approx 15,5\text{m/s}$