

3. Η ορμή και η διατήρηση της ορμής

Ερωτήσεις θεωρίας

Τι είναι η ορμή υλικού σημείου:

Είναι ένα διανυσματικό μέγεθος που ισούται με $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$, όπου m η μάζα του υλικού σημείου και $\vec{v}$ η ταχύτητα. Μονάδα μέτρησης στο SI είναι το **1kgm/s**.

Τι είναι η ορμή συστήματος υλικών σημείων:

Αν έχουμε σύστημα υλικών σημείων με ορμές $\vec{p}_1, \vec{p}_2, \dots$ τότε η συνολική ορμή του συστήματος είναι το διανυσματικό άθροισμα αυτών, δηλ. $\vec{p}_{ολ} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots$

Αν δύο υλικά σημεία κινούνται στην ίδια κατεύθυνση τότε $p_{ολ} = p_1 + p_2$.

Αν δύο υλικά σημεία κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις τότε $p_{ολ} = p_1 - p_2$.

Αν δύο υλικά σημεία κινούνται σε ορθογώνιες κατευθύνσεις τότε $p_{ολ} = \sqrt{p_1^2 + p_2^2}$, με $\epsilon\phi\theta = p_2/p_1$

Ποιες λέγονται εσωτερικές δυνάμεις ενός συστήματος σωμάτων:

Οι δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ των μελών του συστήματος. Οι εσωτερικές δυνάμεις δρουν ως ζεύγη δράσης – αντίδρασης και συνεπώς έχουν για το σύστημα μηδενική συνισταμένη. Δεν μπορούν να μεταβάλλουν την ορμή του συστήματος. Μπορούν να μεταβάλλουν τη μηχανική ενέργεια του συστήματος.

Ποιες λέγονται εξωτερικές δυνάμεις ενός συστήματος σωμάτων:

Οι δυνάμεις που ασκούνται από το περιβάλλον (όλο ή μέρος του) στα μέλη του συστήματος. Μπορούν να μεταβάλλουν την ορμή και τη μηχανική ενέργεια του συστήματος

Ποιο είναι το απομονωμένο σύστημα σωμάτων:

Το σύστημα των σωμάτων στο οποίο η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων είναι μηδέν ή δεν ασκούνται καθόλου εξωτερικές δυνάμεις, $\Sigma \vec{F}_{εξ} = 0$.

Ο 2^{ος} νόμος του Newton για υλικό σημείο :

Η συνισταμένη δύναμη που ασκείται σε ένα υλικό σημείο ισούται με το ρυθμό μεταβολής της ορμής του. (Διατύπωση με το μέγεθος της ορμής)

$$\Sigma \vec{F} = m \vec{a} = m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = m \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t} = \frac{m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1}{\Delta t} = \frac{\vec{p}_2 - \vec{p}_1}{\Delta t} \rightarrow \Sigma \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

Αν είναι $\Sigma \vec{F} = 0$, τότε $\Delta \vec{p} = 0 \rightarrow \vec{p} = \text{σταθερό}$.

Ο 2^{ος} νόμος του Newton για σύστημα σωμάτων:

Η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων που ασκούνται σ' ένα σύστημα υλικών σημείων ισούται με το ρυθμό μεταβολής της ορμής του συστήματος.

$$\Sigma \vec{F}_{εξ} = \frac{\Delta \vec{p}_{ολ}}{\Delta t}$$

Η αρχή διατήρησης της ορμής (ΑΔΟ):

Αν κατά τη διάρκεια ενός φαινομένου, το σύστημα των υλικών σημείων είναι απομονωμένο, δηλαδή οι εξωτερικές δυνάμεις έχουν συνισταμένη μηδέν, τότε η ορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή.

$$\text{Αν } \Sigma \vec{F}_{\text{εξ}} = 0 \rightarrow \frac{\Delta \vec{p}_{\text{ολ}}}{\Delta t} = 0 \rightarrow \Delta \vec{p}_{\text{ολ}} = 0 \rightarrow \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = 0 \rightarrow \vec{p}_1 = \vec{p}_2 \rightarrow \vec{p} = \text{σταθερό}$$

Κάθε μια από τις ορμές των υλικών σημείων του απομονωμένου συστήματος μπορεί να μεταβάλλεται, αλλά η συνολική ορμή του μένει σταθερή κατά μέτρο και κατεύθυνση.

*Η αρχή διατήρησης ορμής ισχύει ακόμα και σε μη απομονωμένα συστήματα, αρκεί οι εξωτερικές δυνάμεις να είναι πολύ μικρότερες από τις εσωτερικές.

Η κρούση δύο σωμάτων:

Είναι φαινόμενο αλληλεπίδρασης δύο σωμάτων που διαρκεί μικρό σχετικά χρονικό διάστημα και αναπτύσσονται σχετικά μεγάλες δυνάμεις. Σε κάθε κρούση ενός απομονωμένου συστήματος σωμάτων η ορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή, πριν και μετά την κρούση:

$$\vec{p}_{\text{ολ,πριν}} = \vec{p}_{\text{ολ,μετα}}$$

Η ελαστική κρούση δύο ελεύθερων σωμάτων:

Είναι αυτή στην οποία τα συγκρουόμενα σώματα παραμορφώνονται παροδικά, αλλά όχι μόνιμα. Διατηρούνται η ορμή και η κινητική ενέργεια του συστήματος.

$$\vec{p}_{\text{ολ,πριν}} = \vec{p}_{\text{ολ,μετα}} \quad \text{και} \quad K_{\text{προ}} = K_{\text{μετα}}$$

*Η κινητική ενέργεια του συστήματος πριν την κρούση ισούται με την κινητική του ενέργεια μετά την κρούση. Κατά τη διάρκεια της κρούσης η κινητική ενέργεια δεν διατηρείται αφού λόγω παροδικής παραμόρφωσης ένας μέρος της μετατρέπεται παροδικά σε δυναμική ενέργεια ελαστικότητας.

Η ανελαστική κρούση δύο ελεύθερων σωμάτων:

Είναι αυτή στην οποία τα συγκρουόμενα σώματα παραμορφώνονται μόνιμα. Διατηρείται η ορμή του συστήματος και μειώνεται η κινητική του ενέργεια. Το ποσό μείωσης της κινητικής ενέργειας μετατρέπεται σε θερμότητα.

$$\vec{p}_{\text{ολ,πριν}} = \vec{p}_{\text{ολ,μετα}} \quad \text{και} \quad K_{\text{προ}} < K_{\text{μετα}}$$

$$\text{Το ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας: } \frac{\Delta K}{K_{\text{προ}}} 100\% = \frac{K_{\text{μετα}} - K_{\text{προ}}}{K_{\text{προ}}} 100\%$$

Η θερμότητα που εκλύεται λόγω κρούσης :

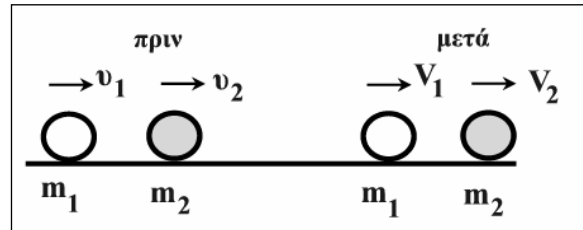
$$Q = |K_{\text{μετα}} - K_{\text{προ}}|$$

Η πλαστική κρούση δύο ελεύθερων σωμάτων:

Είναι μια μορφή ανελαστικής κρούσης κατά την οποία η παραμόρφωση είναι μεγάλη και δημιουργείται συσσωμάτωμα. Διατηρείται η ορμή και μειώνεται η κινητική ενέργεια του συστήματος. Το ποσό μείωσης της κινητικής ενέργειας μετατρέπεται σε θερμότητα.

Η μετωπική (κεντρική) κρούση:

Είναι αυτή στην οποία τα κέντρα μάζας των σωμάτων κινούνται στην ίδια ευθεία πριν και μετά την κρούση. Ισχύει για τις αλγεβρικές τιμές των ορμών πριν και μετά την κρούση:



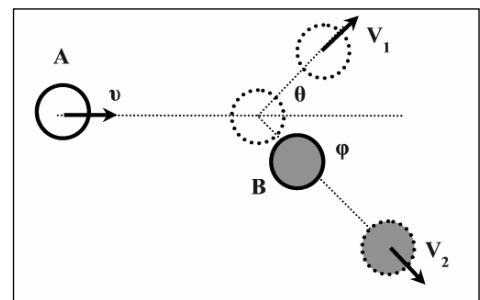
$$\text{ΑΔΟ: } m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 V_1 + m_2 V_2$$

Αν είναι και ελαστική κρούση τότε ισχύει και: η διατήρηση της κινητικής ενέργειας:

$$\text{ΑΔΚΕ: } \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 V_1^2 + \frac{1}{2} m_2 V_2^2$$

Πλάγια κρούση:

Είναι αυτή στην οποία τα διανύσματα των ταχυτήτων των κέντρων μάζας των σωμάτων πριν την κρούση έχουν τυχαίες κατευθύνσεις.



A ΘΕΜΑΤΑ

A.3.1 Η ορμή υλικού σημείου

- α. είναι μονόμετρο μέγεθος.
- β. ισούται με το γινόμενο της μάζας επί την ταχύτητα του υλικού σημείου.
- γ. είναι ανεξάρτητο από το σύστημα αναφοράς ως προς το οποίο μελετάμε την κίνηση.
- δ. έχει μονάδα μέτρησης το $\text{kg}\cdot\text{m/s}^2$.

A.3.2 Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής ενός υλικού σημείου

- α. ισούται με την επιτάχυνση αυτού
- β. είναι μέγεθος μονόμετρο
- γ. μετριέται σε $\text{kg}\cdot\text{m/s}$
- δ. ισούται με τη συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο υλικό σημείο

A.3.3 Δύο σώματα έχουν ίσες ορμές αλλά άνισες μάζες. Το βαρύτερο θα

- α. είναι ακίνητο
- β. έχει μεγαλύτερη ταχύτητα από το ελαφρύτερο
- γ. έχει μικρότερη ταχύτητα από το ελαφρύτερο
- δ. έχει ίση ταχύτητα με το ελαφρύτερο

A.3.4 Η μονάδα μέτρησης της ορμής kgm/s είναι ισοδύναμη με την μονάδα μέτρησης:

- α. 1N β. 1Nm γ. $1\text{N}\cdot\text{s}$ δ. $1\text{N}\cdot\text{m/s}$

A.3.5 Υλικό σημείο κάνει ομαλή κυκλική κίνηση. Η ορμή του

- α. διατηρείται σταθερή
- β. μεταβάλλεται συνεχώς
- γ. μεταβάλλεται κατά μέτρο
- δ. έχει κατεύθυνση προς το κέντρο του κύκλου

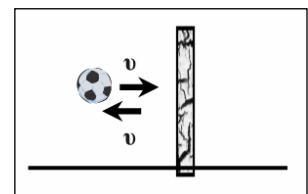
A.3.6 Η συνισταμένη δύναμη που ασκείται σε ένα υλικό σημείο ισούται με:

- α. την ορμή του.
- β. τη μεταβολή της ορμής του.
- γ. το ρυθμό μεταβολής της ορμής του.
- δ. το αντίθετο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του.

A.3.7 Μια μπάλα μάζας m και ταχύτητας v χτυπάει κάθετα σε ένα τοίχο και ανακλάται κάθετα με ταχύτητα ίσου μέτρου, v .

I. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής της μπάλας είναι:

- α. $|\Delta p|=0$ β. $|\Delta p|=mv$ γ. $|\Delta p|=2mv$ δ. $|\Delta p|= \frac{1}{2}mv$



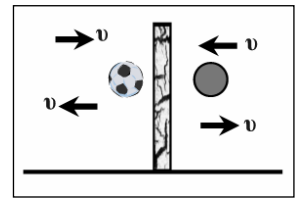
II. Η μεταβολή του μέτρου της ορμής είναι

- α. $\Delta|p|=0$ β. $\Delta|p|=mv$ γ. $\Delta|p|=2mv$ δ. $\Delta|p|= \frac{1}{2}mv$

III. Η δύναμη που δέχεται η μπάλα από τον τοίχο είναι

- α. μεγαλύτερη αν ο χρόνος επαφής μπάλας τοίχου είναι μικρότερος
- β. μικρότερη αν ο χρόνος επαφής μπάλας τοίχου είναι μικρότερος
- γ. ανεξάρτητη από το χρόνο επαφής μπάλας τοίχου

A.3.8 Δύο μπάλες μάζας m χτυπάνε με την ίδια οριζόντια ταχύτητα, $\vec{v}$ σε κατακόρυφο τοίχο και ανακλώνται με ταχύτητα ίδιου μέτρου v σε αντίθετη κατεύθυνση. Η μια μπάλα είναι από συμπαγές σκληρό ξύλο, ενώ η άλλη μια μπάλα ποδοσφαίρου. Μεγαλύτερη δύναμη δέχεται ο τοίχος από



- α. τη ξύλινη μπάλα
- β. τη μπάλα ποδοσφαίρου
- γ. καμία από τις δύο

A.3.9 Ίσες μεταβολές ορμής σωμάτων απαιτούν μεγαλύτερη συνισταμένη δύναμη όταν

- α. διαρκούν περισσότερο χρόνο
- β. οι μάζες είναι μεγαλύτερες
- γ. οι μεταβολές ταχύτητας είναι μεγαλύτερες
- δ. διαρκούν λιγότερο χρόνο.

A.3.10 Ίσες μεταβολές ορμής σωμάτων που διαρκούν τον ίδιο χρόνο, για να γίνουν απαιτούν

- α. μεγαλύτερη συνισταμένη δύναμη όταν οι ταχύτητες είναι μεγαλύτερες
- β. την ίδια συνισταμένη δύναμη
- γ. μεγαλύτερη συνισταμένη δύναμη όταν οι μάζες είναι μεγαλύτερες
- δ. μικρότερη συνισταμένη δύναμη όταν οι αρχικές ορμές είναι μικρότερες

A.3.11 Σώματα διαφόρων μαζών δέχονται συνισταμένες δυνάμεις και αλλάζουν κινητική κατάσταση. Μεγαλύτερη συνισταμένη δύναμη δέχεται εκείνο

- α. που έχει μεγαλύτερη μάζα
- β. που υφίσταται μεγαλύτερη μεταβολή ορμής
- γ. έχει μεγαλύτερη αρχική ταχύτητα
- δ. του οποίου η ορμή μεταβάλλεται με μεγαλύτερο ρυθμό.

A.3.12 Δυο αντικείμενα ίσης μάζας το Α από μέταλλο και το Β από αφρολέξ αφήνονται να πέσουν από το ίδιο ύψος σε κενό αέρα. Όταν φτάνουν στο πάτωμα συγκρούονται με αυτό μια φορά και ακινητοποιούνται. Ποιο προκαλεί μεγαλύτερη ζημιά στο πάτωμα

- α. το Α
- β. το Β
- γ. προκαλούν την ίδια

A.3.13 Ένα χτύπημα «καράτε» με το χέρι ασκεί μεγαλύτερη δύναμη στο αντικείμενο που χτυπάει όταν

- α. το χέρι έχει μεγαλύτερη ταχύτητα
- β. το χέρι έχει μεγαλύτερη μάζα
- γ. το χτύπημα είναι πιο γρήγορο
- δ. ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του χεριού είναι μεγαλύτερος

A.3.14 Σε ένα σύστημα σωμάτων η συνισταμένη των εσωτερικών δυνάμεων

- α. είναι πάντοτε μηδέν.
- β. είναι μηδέν μόνο αν το σύστημα είναι απομονωμένο.
- γ. είναι διάφορη του μηδενός.
- δ. είναι μηδέν αν δεν υπάρχουν εσωτερικές τριβές.

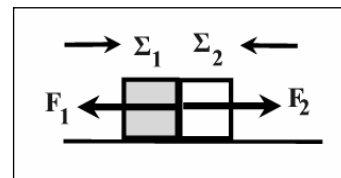
A.3.15 Σε ένα απομονωμένο σύστημα σωμάτων

- α. δεν ασκούνται εσωτερικές δυνάμεις.
- β. δεν ασκούνται καθόλου εξωτερικές δυνάμεις.

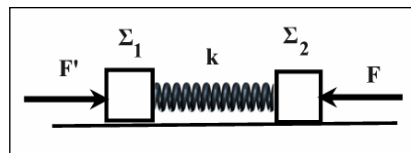
- γ. η συνισταμένη των εσωτερικών δυνάμεων είναι διάφορη του μηδενός
 δ. η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων είναι μηδέν.

A.3.16 Δύο σώματα που ολισθαίνουν σε τραχύ οριζόντιο επίπεδο συγκρούονται. Στις εσωτερικές δυνάμεις του συστήματος των δύο σωμάτων ανήκουν

- α. και τα βάρη των σωμάτων
 β. και οι τριβές με το επίπεδο
 γ. μόνο οι δυνάμεις επαφής κατά τη διάρκεια της σύγκρουσης
 δ. μόνο οι δυνάμεις στήριξης από το οριζόντιο επίπεδο.



• **A.3.17** Στο σύστημα των δύο σωμάτων και του ελατηρίου που φαίνεται στο σχήμα το ελατήριο είναι συσπειρωμένο, το οριζόντιο επίπεδο είναι λείο και τα σώματα συγκρατούνται ακίνητα με τη βοήθεια των δύο δυνάμεων F και F' . Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;

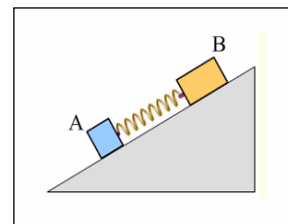


- α. Εξωτερικές θεωρούνται για το σύστημα μόνο οι δυνάμεις F και F' .
 β. Οι δυνάμεις που ασκεί το ελατήριο στα σώματα είναι οι μόνες εσωτερικές δυνάμεις για το σύστημα.
 γ. Το σύστημα θεωρείται απομονωμένο.
 δ. Τα βάρη των σωμάτων είναι εσωτερικές δυνάμεις του συστήματος.
 ε. Αν ξαφνικά μηδενιστεί η δύναμη F το σύστημα δεν θα είναι απομονωμένο.

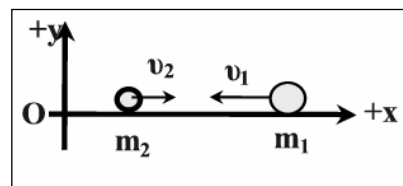
• **A.3.18** Στο διπλανό σχήμα βλέπουμε ένα σύστημα δύο σωμάτων και ενός ελατηρίου πάνω σε λείο κεκλιμένο επίπεδο και εντός του πεδίου βαρύτητας.

Ποιες προτάσεις είναι σωστές;

- α. Το σύστημα σωμάτων και ελατηρίου είναι απομονωμένο
 β. Το σύστημα σωμάτων και ελατηρίου δεν είναι απομονωμένο
 γ. Οι δυνάμεις που ασκεί το ελατήριο στα σώματα έχουν συνισταμένη μηδέν
 δ. Τα σώματα μένουν ακίνητα.
 ε. Η ορμή του σώματος A αυξάνεται με την πάροδο του χρόνου
 στ. Η ορμή του σώματος B μειώνεται με την πάροδο του χρόνου.

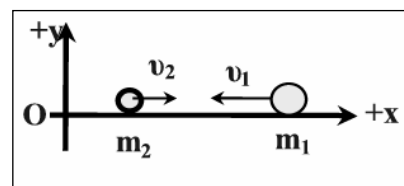


A.3.19 Στο σχήμα βλέπουμε δύο σώματα που κινούνται στον άξονα Ox . Οι μάζες είναι $m_1=m$ και $m_2=2m$ και τα μέτρα των ταχυτήτων $|v_1|=8v$ και $|v_2|=3v$. Η αλγεβρική τιμή της ορμής του συστήματος είναι:



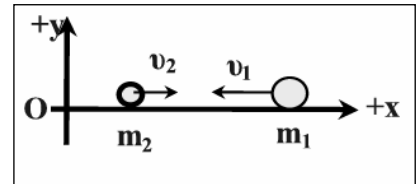
- α. $p_{ολ} = 2mv$ β. $p_{ολ} = 0$ γ. $p_{ολ} = -2mv$

A.3.20 Στο σχήμα βλέπουμε δύο σώματα που κινούνται στον άξονα Ox . Οι μάζες είναι $m_1=m$ και $m_2=4m$ και τα μέτρα των ταχυτήτων $|v_1|=8v$ και $|v_2|=2v$. Η αλγεβρική τιμή της ορμής του συστήματος είναι:



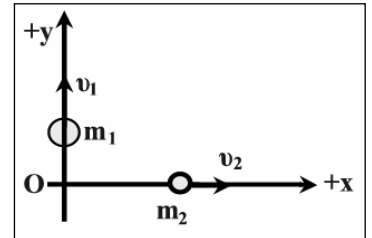
- α. $p_{ολ} = 4mv$ β. $p_{ολ} = 0$ γ. $p_{ολ} = -4mv$

●**A.3.21** Στο σχήμα βλέπουμε δύο σώματα που κινούνται στον άξονα Ox . Οι μάζες είναι m_1 και $m_2=4m$ και τα μέτρα των ταχυτήτων $|v_1|=5v$ και $|v_2|=2v$. Η αλγεβρική τιμή της ορμής του συστήματος είναι $2mv$. Τότε η μάζα m_1 είναι



- α. $m_1 = m$ β. $m_1 = 1,2m$ γ. $m_1 = 1,6m$

●**A.3.22** Στο σχήμα βλέπουμε δύο σώματα που κινούνται στον άξονα Ox . Οι μάζες είναι $m_1=m_2=m$ και τα μέτρα των ταχυτήτων $|v_1|=|v_2|=v$. Το μέτρο της ορμής του συστήματος ισούται με



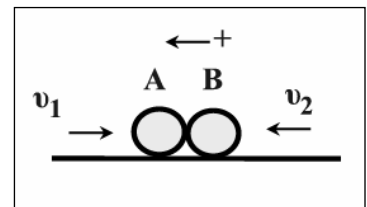
- α. $|p_{ολ}| = 0$ β. $|p_{ολ}| = 2mv$ γ. $|p_{ολ}| = mv\sqrt{2}$

A.3.23 Δύο σφαίρες με ίσες μάζες m κινούνται με ταχύτητες v σε αντίθετες κατευθύνσεις. Η ορμή του συστήματος είναι:

- α. $2mv$ β. 0 γ. mv δ. $-mv$

A.3.24 Οι δύο σφαίρες που φαίνονται στο σχήμα συγκρούονται χωρίς να δέχονται τριβές από το περιβάλλον.

- Να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στις σφαίρες.
- Ποιες από τις δυνάμεις που ασκούνται στις σφαίρες είναι εσωτερικές και ποιες εξωτερικές για το σύστημα αυτών.
- Είναι το σύστημα απομονωμένο;
- Αν οι μάζες είναι $m_A=2\text{kg}$, $m_B=1\text{kg}$ και τα μέτρα των ταχυτήτων $|v_1|=10\text{m/s}$, $|v_2|=2\text{m/s}$ τότε η αλγεβρική τιμή της συνολικής ορμής του συστήματος είναι



- α. $p_{ολ} = -18\text{kgm/s}$ β. $p_{ολ} = +18\text{kgm/s}$ γ. β. $p_{ολ} = +22\text{kgm/s}$

A.3.25 Η αρχή διατήρησης της ορμής σε ένα σύστημα σωμάτων ισχύει όταν

- τα σώματα δεν δέχονται τριβές
- τα σώματα κινούνται εκτός πεδίου βαρύτητας
- οι εσωτερικές δυνάμεις είναι μεγάλες
- η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων του συστήματος είναι μηδενική.

A.3.26 Μπάλα μάζας m συγκρούεται κάθετα με κατακόρυφο τοίχο που είναι χτισμένος στο έδαφος με ταχύτητα μέτρου v και ανακλάται κάθετα με ταχύτητα ίσου μέτρου v . Η αρχή διατήρησης της ορμής ισχύει για

- τη μπάλα;
- το σύστημα μπάλα – τοίχος
- το σύστημα μπάλα – Γη
- κανένα πιθανό σύστημα του παραδείγματος

A.3.27 Στη διπλανή εικόνα βλέπουμε κρούση του ποδιού του ποδοσφαιριστή με τη μπάλα. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;

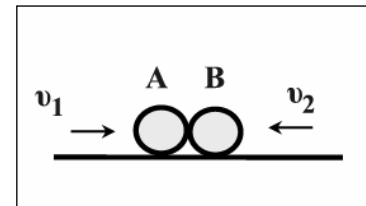
- Η ορμή του συστήματος παίκτης – μπάλα διατηρείται
- Το σύστημα μπάλα – παίκτης είναι απομονωμένο
- Η μπάλα δέχεται από το πόδι δύναμη αντίθετη από το βάρος της
- Οι δυνάμεις που ασκεί η μπάλα στο πόδι και το πόδι στη μπάλα είναι αντίθετες.



A.3.28 Δύο φίλοι με μάζες m_1 και m_2 αντιστοίχως τραβάνε τα άκρα ενός οριζόντιου σχοινιού παίζοντας διελκυστίνδα πάνω σε μια τελείως λεία επιφάνεια πάγου. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;

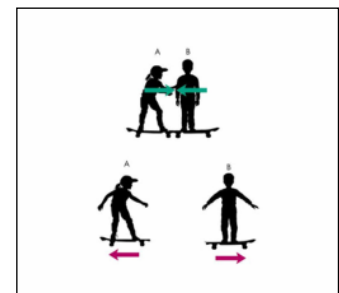
- α. Είναι δυνατόν να κινηθούν και οι δύο προς την ίδια κατεύθυνση αν ο ένας είναι πιο δυνατός από τον άλλο
- β. Η ορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή
- γ. Η κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρείται σταθερή.
- δ. Οι μεταβολές ορμής των δύο φίλων είναι αντίθετες.
- ε. Οι οριζόντιες δυνάμεις που δέχονται οι φίλοι είναι αντίθετες
- στ. Η συνισταμένη δύναμη που δέχεται το σύστημα είναι μηδέν

●**A.3.29** Στη διπλανή εικόνα βλέπουμε την κρούση δύο σφαιρών σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;



- α. Το σύστημα των δύο σφαιρών είναι απομονωμένο
- β. Διατηρείται η ορμή της σφαίρας Α
- γ. Διατηρείται η ορμή του συστήματος των δύο σφαιρών
- δ. Οι δυνάμεις που ασκεί η μια σφαίρα στην άλλη είναι αντίθετες
- ε. Η βαρύτερη σφαίρα ασκεί στην ελαφρότερη, μεγαλύτερη δύναμη από αυτή που δέχεται.
- στ. Οι μεταβολές ορμής των σφαιρών είναι ίσες.

●**A.3.30** Στη διπλανή εικόνα τα δυο παιδιά πάνω στα skateboards, ενώ αρχικά είναι ακίνητα, απωθούνται και απομακρύνονται. Οι τριβές με το δρόμο και τον αέρα θεωρούνται αμελητέες. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;



- α. Το σύστημα των δύο παιδιών με τα skates είναι απομονωμένο.
- β. Οι ταχύτητες των παιδιών είναι αντίθετες
- γ. Οι ορμές των παιδιών μαζί με τα skates είναι αντίθετες
- δ. Οι δυνάμεις που ασκεί το ένα παιδί στο άλλο είναι αντίθετες
- ε. Οι μεταβολές ορμής των δύο παιδιών είναι αντίθετες μόνο όταν αυτά μαζί με τα skates έχουν ίσες μάζες.

A.3.31 Κυνηγός στηρίζεται καλά πάνω σε έλκηθρο που βρίσκεται πάνω στο τελείως λείο πάγο και πυροβολεί οριζόντια με όπλο που στηρίζει στον ώμο του. Η αρχή διατήρησης της ορμής ισχύει για το σύστημα

- α. όπλου – βλήματος.
- β. όπλου – βλήματος – κυνηγού.
- γ. όπλου – κυνηγού – ελκήθρου.
- δ. όπλου – βλήματος – κυνηγού – ελκήθρου.

A. 3.32 Ποια από τα παρακάτω φαινόμενα μπορούν να ερμηνευθούν με την αρχή διατήρησης της ορμής;

- α. Η ελεύθερη πτώση μιας πέτρας.
- β. Η ανάκρουση του πυροβόλου.
- γ. Η κίνηση μιας βάρκας στο νερό.
- δ. Η προώθηση του πυραύλου.
- ε. Η περιστροφή ενός δορυφόρου.
- στ. Η έκρηξη μιας βόμβας.
- ζ. Η σύγκρουση ανάμεσα στις μπίλιες του μπιλιάρδου.

•**A.3.33** Δύο σώματα κινούνται χωρίς τριβές με την ίδια ταχύτητα αλλά κατά αντίθετη φορά πάνω σε μια ευθεία, συγκρούονται πλαστικά και σχηματίζουν συσσωμάτωμα. Μετά την κρούση αυτό μένει ακίνητο. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;

- α. Τα σώματα έχουν μάζες ίσες.
- β. Η συνολική ορμή του συστήματος είναι μηδέν.
- γ. Τα σώματα δέχτηκαν το ένα από το άλλο αντίθετες δυνάμεις
- δ. Οι μεταβολές της ορμής του κάθε σώματος είναι αντίθετες
- ε. Οι μεταβολές της κινητικής ενέργειας των επί μέρους σωμάτων είναι αντίθετες.

A.3.34 Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;

- α. Δύο υλικά σημεία με ίσες μάζες και ίσες κατά μέτρο ταχύτητες έχουν και ίσες ορμές.
- β. Όσο πιο γρήγορα μεταβάλλεται η ορμή ενός υλικού σημείου τόσο μεγαλύτερη δύναμη δέχεται.
- γ. Η διατήρηση της ορμής ισχύει σε κάθε φαινόμενο που συμμετέχει ένα σύστημα σωμάτων.
- δ. Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση η ορμή του σώματος είναι σταθερή.
- ε. Ένα σύστημα δύο σωμάτων μπορεί να έχει μηδενική ορμή, ενώ τα μέλη του κινούνται.

A.3.35 Παρατηρούμε δύο σωματίδια τα οποία κινούνται με αντίθετες ορμές ξεκινώντας από το σημείο στο οποίο διασπάστηκε ένα ακίνητο ασταθές σωματίδιο. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι οι σωστές;

- α. Είναι αδύνατο να δημιουργήθηκε και τρίτο σωματίδιο
- β. Ισχύει η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας
- γ. Ισχύει η αρχή διατήρησης της ενέργειας
- δ. Η ορμή του συστήματος των δύο σωματιδίων είναι μηδέν.
- ε. Η μηχανική ενέργεια του συστήματος των δύο σωματιδίων είναι μηδέν

A.3.36 Σε μια ελαστική κρούση δύο ελεύθερων σφαιρών

- α. ισχύουν οι αρχές διατήρησης της ορμής και της κινητικής ενέργειας του συστήματος
- β. ισχύει η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας αλλά όχι η αρχή διατήρησης της ορμής
- γ. ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής αλλά όχι της κινητικής ενέργειας του συστήματος.
- δ. διατηρούνται οι ορμές των δύο σφαιρών.

A.3.37 Σε μια ανελαστική κρούση δύο ελεύθερων σωμάτων

- α. διατηρείται η ορμή και η κινητική ενέργεια του συστήματος
- β. μέρος της αρχικής κινητικής ενέργειας μετατρέπεται σε θερμότητα
- γ. δημιουργείται πάντοτε συσσωμάτωμα
- δ. τα μέτρα των ορμών και των δύο σωμάτων μειώνονται

A.3.38 Δύο ελεύθερα σώματα συγκρούονται μετωπικά και πλαστικά. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;

- α. Η ορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή
- β. Η κινητική ενέργεια του συστήματος μειώνεται
- γ. Τα σώματα παραμορφώνονται μόνιμα
- δ. Δημιουργείται συσσωμάτωμα
- ε. Τα σώματα παραμορφώνονται παροδικά
- στ. Μέρος της κινητικής ενέργειας του συστήματος μετατρέπεται σε θερμότητα.

A.3.39 Σε μια μετωπική (ή κεντρική) κρούση

- α. μεταβάλλεται η ορμή του συστήματος
- β. διατηρείται η μηχανική ενέργεια του συστήματος
- γ. τα κέντρα μάζας των σωμάτων κινούνται στην ίδια ευθεία, πριν και μετά την κρούση

δ. Τα σώματα παραμορφώνονται παροδικά

A.3.40. Ένα σύστημα σωμάτων μπορεί να

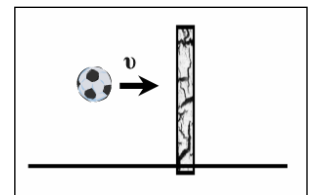
- α. έχει ορμή αλλά να μην έχει κινητική ενέργεια
- β. έχει κινητική ενέργεια αλλά να μην έχει ορμή
- γ. διατηρεί την ορμή του ενώ η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων είναι διάφορη του μηδενός
- δ. μεταβάλλει την ορμή λόγω των εσωτερικών του δυνάμεων

A.3.41 Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις που αναφέρονται σε σύστημα σωμάτων που κάνουν μεταφορική κίνηση είναι σωστές;

- α. Το σύστημα μπορεί να έχει κινητική ενέργεια, χωρίς να έχει ορμή.
- β. Το σύστημα μπορεί να έχει ορμή χωρίς να έχει κινητική ενέργεια.
- γ. Οι εσωτερικές δυνάμεις του συστήματος μπορούν να του μεταβάλλουν την ορμή αλλά όχι την κινητική ενέργεια.
- δ. Οι εσωτερικές δυνάμεις του συστήματος μπορούν να του μεταβάλλουν την κινητική του ενέργεια αλλά όχι την ορμή.
- ε. Οι εξωτερικές δυνάμεις μπορούν να του μεταβάλλουν την ορμή και την κινητική ενέργεια.
- στ. Η ορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή μόνο αν η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων είναι μηδέν .
- ζ. Η κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρείται αν συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων είναι μηδέν .

A.3.42 Μπάλα μάζας m που κινείται οριζόντια με ταχύτητα u συγκρούεται με λείο, κατακόρυφο και ακλόνητο τοίχο. Η κρούση είναι μετωπική. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λάθος.

- α. Η μπάλα ανακλάται με ταχύτητα ίσου μέτρου, u , σε κάθε περίπτωση.
- β. Η ορμή της σφαίρας διατηρείται σταθερή, αν η κρούση είναι ελαστική.
- γ. Αν διατηρείται η κινητική ενέργεια της σφαίρας, θα διατηρείται και η ορμή της.
- δ. Η μεταβολή ορμής της σφαίρας έχει μέτρο $2mu$, αν η κρούση είναι ελαστική.
- ε. Η μέση τιμή της δύναμης που δέχεται η μπάλα από τον τοίχο είναι αντιστρόφως ανάλογη με τη διάρκεια της επαφής τους.



A.3.43. Στην ελαστική κρούση δύο σφαιρών, η κινητική ενέργεια του συστήματος αυτών

- α. διατηρείται σταθερή σε όλη τη διάρκεια της κρούσης
- β. διατηρείται σταθερή πριν και μετά την κρούση
- γ. μειώνεται επειδή υπάρχουν μόνιμες παραμορφώσεις των σφαιρών μετά την κρούση
- δ. αυξάνεται

A.3.44 Στην πλάγια κρούση δύο ελεύθερων σφαιρών

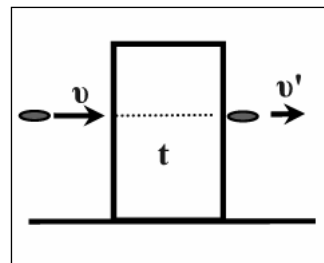
- α. η ορμή του συστήματος μεταβάλλεται
- β. η κινητική ενέργεια διατηρείται πάντοτε σταθερή
- γ. τα κέντρα μάζας των σφαιρών κινούνται στην ίδια ευθεία πριν και μετά την κρούση
- δ. τα κέντρα μάζας των σφαιρών κινούνται σε τυχαίες διευθύνσεις πριν και μετά την κρούση

B ΘΕΜΑΤΑ

B.3.1 Από την κλασσική έκφραση του δεύτερου νόμου να καταλήξετε στην έκφραση του νόμου με το μέγεθος της ορμής, συμπληρώνοντας τα κενά

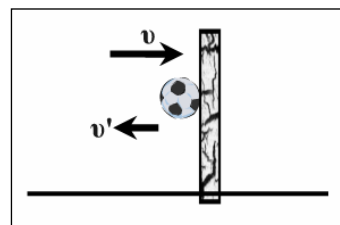
$$\Sigma \vec{F} = m \vec{a} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \rightarrow \Sigma \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

B.3.2 Το βλήμα μάζας $m=0,1\text{kg}$ φτάνει στον ακλόνητο στόχο με ταχύτητα $v=100\text{m/s}$ τον διαπερνάει και βγαίνει στην ίδια κατεύθυνση με τη μισή ταχύτητα. Κατά τη διάρκεια της κίνησής του μέσα στο στόχο δέχτηκε οριζόντια μέση δύναμη μέτρου $F=2000\text{N}$. Ο χρόνος που χρειάστηκε για να διαπεράσει το στόχο είναι:



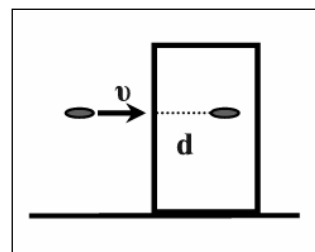
- α. $t=2 \cdot 10^{-3}\text{s}$ β. $t=2,5 \cdot 10^{-3}\text{s}$ γ. $t=25 \cdot 10^{-3}\text{s}$

B.3.3 Η μπάλα μάζας $m=0,6\text{kg}$ συγκρούεται κάθετα με τον κατακόρυφο τοίχο με ταχύτητα $v=10\text{m/s}$ και ανακλάται κάθετα με ταχύτητα μέτρου 5m/s . Ο χρόνος επαφής μπάλας τοίχου είναι $\Delta t=0,1\text{s}$. Η μέση δύναμη που δέχεται η μπάλα από τον τοίχο κατά τη διάρκεια της κρούσης έχει



- α. μέτρο 90N και κατεύθυνση δεξιά
β. μέτρο 30N και κατεύθυνση αριστερά
γ. μέτρο 30N και κατεύθυνση δεξιά
δ. μέτρο 90N και κατεύθυνση αριστερά

B.3.4 Το βλήμα μάζας $m=0,05\text{kg}$ φτάνει στον τοίχο με ταχύτητα $v=800\text{m/s}$ και εισχωρεί κατά $d=8\text{cm}$ δεχόμενο σταθερή δύναμη, F .



I. Ο χρόνος που χρειάστηκε για να εισχωρήσει είναι

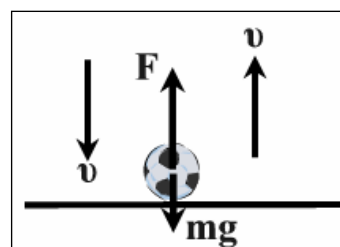
- α. $t=2 \cdot 10^{-2}\text{s}$ β. $t=2 \cdot 10^{-4}\text{s}$ γ. $t=2 \cdot 10^{-3}\text{s}$

II. Το μέτρο της δύναμης που δέχτηκε είναι:

- α. $F=2 \cdot 10^5\text{N}$ β. $F=2 \cdot 10^4\text{N}$ γ. $F=4 \cdot 10^5\text{N}$

B.3.5 Η μπάλα μάζας m που πέφτει κατακόρυφα συναντάει το οριζόντιο έδαφος με ταχύτητα μέτρου v και ανακλάται κατακόρυφα με ταχύτητα ίσου μέτρου, v .

I. Το μέτρο της μέσης δύναμης που δέχτηκε η μπάλα από το έδαφος κατά τη διάρκεια, t , της κρούσης είναι



- α. $F=mg - \frac{2mv}{t}$ β. $F=\frac{2mv}{t}$ γ. $F=mg + \frac{2mv}{t}$

II. Το μέτρο της μέσης δύναμης που δέχτηκε το πάτωμα από τη μπάλα είναι

- α. $F=mg - \frac{2mv}{t}$ β. $F=\frac{2mv}{t}$ γ. $F=mg + \frac{2mv}{t}$

B.3.6 Σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ κινείται σε οριζόντιο επίπεδο E_1 και τη στιγμή που έχει ταχύτητα $v_1=+3\text{m/s}$ δέχεται δύναμη της ίδιας κατεύθυνσης μέτρου $F=2\text{N}$ για $\Delta t=4\text{s}$ με αποτέλεσμα η ορμή του να γίνει $p_1=12\text{kgm/s}$. Το ίδιο σώμα σε άλλο επίπεδο E_2 και με την ίδια ταχύτητα δέχεται την ίδια κατά μέτρο δύναμη για τον ίδιο χρόνο αλλά σε αντίθετη κατεύθυνση με αποτέλεσμα η τελική ορμή του να γίνει $p_2=-2\text{kgm/s}$. Σε ποιο επίπεδο υπάρχει τριβή;

- α. στο E_1 β. στο E_2 γ. και στα δύο δ. σε κανένα

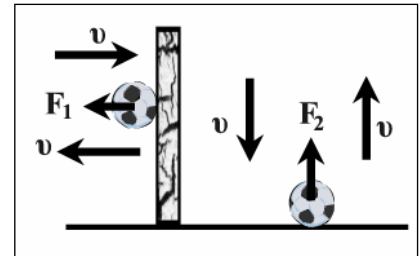
B.3.7 Η σχέση κινητικής ενέργειας K και ορμής p ενός υλικού σημείου μάζας m είναι:

- α. $K=p^2 \cdot 2m$ β. $K=\frac{p^2}{2m}$ γ. $K=\frac{p^2}{m}$ δ. $K=\frac{p}{2m}$

B.3.8 Ένα ελαφρύ και ένα βαρύ σώμα έχουν ίσες κινητικές ενέργειες. Ποιο έχει μεγαλύτερη ορμή;

- α. Το βαρύτερο β. Το ελαφρύτερο γ. Κανένα από τα δύο.

► **B.3.9** Μια μπάλα συγκρούεται κάθετα με τοίχο με ταχύτητα v και ανακλάται με ταχύτητα ίσου μέτρου. Ο χρόνος επαφής της με τον τοίχο είναι Δt και το μέτρο της μέσης δύναμης που δέχεται είναι F_1 . Η ίδια μπάλα πέφτει κατακόρυφα σε πάτωμα με ταχύτητα μέτρου v και ανακλάται κατακόρυφα με ταχύτητα ίσου μέτρου. Ο χρόνος επαφής της με το πάτωμα είναι Δt και το μέτρο της μέσης δύναμης που δέχεται είναι F_2 . Για τα μέτρα των F_1 και F_2 ισχύει



- α. $F_1=F_2$ β. $F_1-F_2=mg$ γ. $F_2-F_1=mg$

► **B.3.10** Τρεις σφαίρες ίδιας μάζας A, B, Γ , πέφτουν κάθετα στον ίδιο τοίχο με την ίδια ταχύτητα v . Η A κάνει κρούση ελαστική, η B ανελαστική και η Γ πλαστική. Η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι η ίδια και στις τρεις περιπτώσεις. Να κατατάξετε τις μέσες τιμές της δύναμης που δέχεται ο τοίχος σε όλες τις περιπτώσεις

- α. $F_A < F_B < F_\Gamma$ β. $F_A < F_\Gamma < F_B$ γ. $F_A > F_B > F_\Gamma$

B.3.11 Μια σφαίρα, βάρους $w=mg$ πέφτει κατακόρυφα στο οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητα μέτρου v_1 και ανακλάται με ταχύτητα μέτρου v_2 . Η συνισταμένη δύναμη, ΣF , που δέχεται η σφαίρα κατά τη διάρκεια της κρούσης, αν θεωρηθεί σταθερή, έχει μέτρο:

- α. $\Sigma F = \frac{m(v_1+v_2)}{\Delta t}$ β. $\Sigma F = mg$ γ. $\Sigma F = \frac{m(v_1+v_2)}{\Delta t} + mg$ δ. $\Sigma F = \frac{m(v_1-v_2)}{\Delta t}$

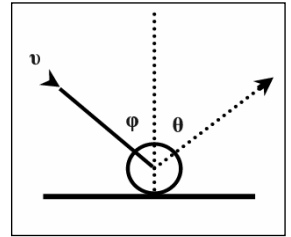
B.3.12 Μια μπάλα μάζας m χτυπάει κάθετα στο ταβάνι του δωματίου με ταχύτητα μέτρου v_1 και ανακλάται κάθετα με ταχύτητα μέτρου v_2 . Ο χρόνος κρούσης είναι Δt και η επιτάχυνση της βαρύτητας g . Η μέση δύναμη που δέχεται η μπάλα από το ταβάνι είναι:

- α. $F=mg$ β. $F=mg+\frac{m(v_1+v_2)}{\Delta t}$ γ. $F=\frac{m(v_1+v_2)}{\Delta t}$ δ. $F=\frac{m(v_1+v_2)}{\Delta t} - mg$

★B.3.13 Μια μπάλα μάζας m συγκρούεται με λείο, ακλόνητο, οριζόντιο πάτωμα. Η ταχύτητά πρόσπτωσης, $v_1=v$, σχηματίζει γωνία φ με την κάθετο στο πάτωμα. Κατά την κρούση η κινητική ενέργεια της μπάλας διατηρείται σταθερή

I. Η γωνία ανάκλασης θ είναι

- α. $\theta=\varphi$ β. $\theta>\varphi$ γ. $\theta<\varphi$ δ. $\theta=2\varphi$



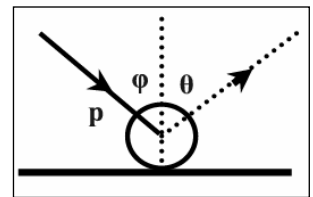
II. Το μέτρο της συνισταμένης δύναμης ΣF (θεωρείται σταθερή) που δέχεται η σφαίρα κατά τη διάρκεια Δt της κρούσης είναι

- α. $\Sigma F = mg + \frac{2mv\sin\varphi}{\Delta t}$ β. $\Sigma F = \frac{2mv\eta\mu\varphi}{\Delta t}$ γ. $\Sigma F = \frac{2mv\sin\varphi}{\Delta t}$

★B. 3.14 Μια σφαίρα βάρους mg συγκρούεται πλάγια αλλά ελαστικά με λείο, ακλόνητο, οριζόντιο επιφάνεια με ορμή μέτρου p , υπό γωνία $\varphi=30^\circ$ και ανακλάται.

I. Το μέτρο μεταβολής της ορμής της σφαίρας είναι:

- α. p β. $2p$ γ. $p\sqrt{3}$ δ. $p\sqrt{2}$



II. Αν η επαφή διαρκεί χρονικό διάστημα Δt , η μέση τιμή της δύναμης που δέχεται η σφαίρα από το επίπεδο έχει μέτρο

- α. $F = mg + \frac{p}{\Delta t}$ β. $F = mg + \frac{2p}{\Delta t}$ γ. $F = mg + \frac{p\sqrt{3}}{\Delta t}$ δ. $F = mg + \frac{p}{2\Delta t}$

★B.3.15 Υλικό σημείο κινείται με αρχική ορμή $p_1=p$ και μετά από δράση δύναμης ΣF , η ορμή του γίνεται $p_2=-p/2$ όπως φαίνεται στο σχήμα.

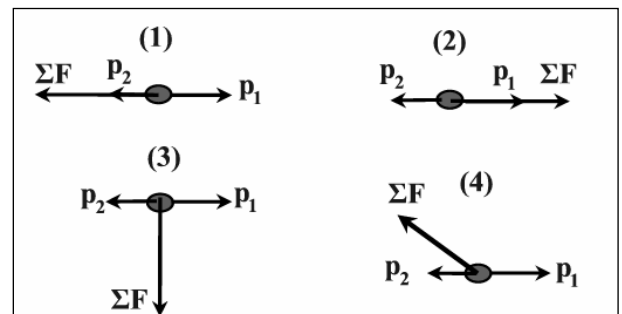
I. Το μέτρο μεταβολής της ορμής είναι

- α. $|\Delta p| = 2p$ β. $|\Delta p| = p/2$

- γ. $|\Delta p| = 3p/2$ δ. $|\Delta p| = p$

II. Η κατεύθυνση της συνισταμένης δύναμης που δέχτηκε είναι αυτή που φαίνεται στο σχήμα

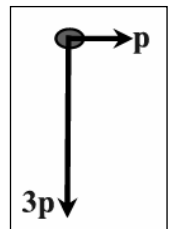
- α. (1) β. (2) γ. (3) δ. (4)



★B.3.16 Υλικό σημείο κινείται με αρχική ορμή $p_1=p$ και μετά από δράση δύναμης η ορμή του γίνεται $p_2=3p$ σε κατεύθυνση κάθετη στην αρχική όπως φαίνεται στο σχήμα.

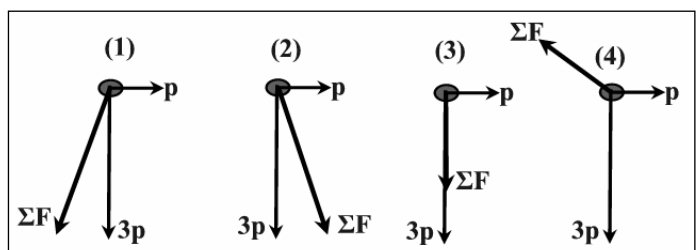
I. Το μέτρο μεταβολής της ορμής είναι

- α. $|\Delta p| = 2p$ β. $|\Delta p| = \sqrt{2}p$ γ. $|\Delta p| = \sqrt{3}p$ δ. $|\Delta p| = p\sqrt{10}$

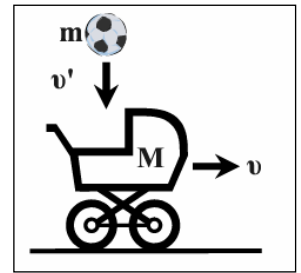


II. Η κατεύθυνση της συνισταμένης δύναμης που δέχτηκε είναι αυτή που φαίνεται στο σχήμα

- α. (1) β. (2) γ. (3) δ. (4)



B.3.17 Το καρότσι μάζας M κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα u και η μπάλα, μάζας, m , πέφτει κατακόρυφα προς τα κάτω και συγκρούεται πλαστικά με αυτό. Λίγο πριν την κρούση η μπάλα είχε ταχύτητα u' . Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα συνεχίζει να κινείται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λανθασμένες; Να δικαιολογήσετε τις επιλογές σας.

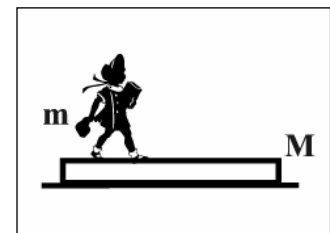


- α. Η ορμή του συστήματος μπάλα – καρότσι διατηρείται.
- β. Η κινητική ενέργεια του συστήματος μπάλα – καρότσι διατηρείται.
- γ. Η ταχύτητα του συσσωματώματος είναι ανεξάρτητη από την ταχύτητα της μπάλας u' .
- δ. Το μέτρο της ταχύτητας του καροτσιού μετά την κρούση είναι $V = \frac{Mu}{M+m}$.

► **B.3.18** Ένα παιδί μάζας m στέκεται πάνω σε μια σανίδα μάζας M που ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο.

I. Αν το παιδί αρχίσει να περπατά προς τα δεξιά τότε η σανίδα

- α. θα μείνει ακίνητη
- β. θα κινηθεί κι αυτή προς τα δεξιά
- γ. θα κινηθεί προς τα αριστερά



II. Αν το παιδί φτάσει στην άκρη και σταματήσει τότε η σανίδα

- α. θα σταματήσει και αυτή
- β. θα συνεχίσει να κινείται προς τα δεξιά
- γ. θα συνεχίσει να κινείται προς τα αριστερά

B.3.19 Στο άλμα «επί κοντώ» ο αθλητής πέφτει στο σκάμμα από ύψος περίπου 6m, αλλά δεν τραυματίζεται αφού αυτό αποτελείται από αφρώδες υλικό. Φυσικά, αν έπεφτε στο χώμα ή στο τσιμέντο τα αποτελέσματα θα ήταν επώδυνα γι αυτόν.

Να δώσετε μια ερμηνεία κάνοντας χρήση τη σχέσης $\Sigma F = \Delta p / \Delta t$.

B.3.20 Ο Μίμης κάθεται στην καρέκλα γραφείου αυτή με τα ροδάκια. Φροντίζει να μην ακουμπάει σε άλλο αντικείμενο του δωματίου (ούτε στο πάτωμα) και σπρώχνει με όλη του τη δύναμη την πλάτη της καρέκλας. Παρατηρεί ότι ούτε η καρέκλα αλλά ούτε αυτός μετακινούνται. Αν έσπρωχνε όμως με τα πόδια του το πάτωμα ή με τα χέρια του το γραφείο θα μετακινούνταν και μάλιστα γρήγορα.

Να δώσετε μια ερμηνεία κάνοντας χρήση της θεωρίας των εσωτερικών δυνάμεων και του απομονωμένου συστήματος.

B.3.21 Η βάρκα έχει ανοιγμένο το πανί της αλλά δεν φυσάει καθόλου. Στην πρύμνη της υπάρχει ένας καλά στερεωμένος ισχυρός ανεμιστήρας. Για να μετακινηθεί η βάρκα προς την πλευρά της πλώρης θα προτιμήσουμε να

- α. φυσάμε με τον ανεμιστήρα τον αέρα προς το πανί
- β. φυσάμε με τον ανεμιστήρα τον αέρα προς την αντίθετη κατεύθυνση
- γ. ή είναι αδύνατον να μετατοπίσουμε τη βάρκα με τη χρήση του ανεμιστήρα;

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

B.3.22 Ένας «γίγαντας» βρίσκεται μέσα σε ελαφρύ ανοικτό βαγόνι γεμάτο πέτρες που δεν παρουσιάζει καθόλου τριβές με τις ράγες. Θέλει να το μετακινήσει, αλλά χωρίς να κατέβει από αυτό. Πως θα το πετύχει;

- α. Σπρώχνοντας με δύναμη το χαμηλό τοίχωμα του βαγονιού;

β. εκτοξεύοντας τις πέτρες σε διεύθυνση παράλληλη προς τις ράγες και σε αντίθετη κατεύθυνση από εκεί που θέλει να πάει;

γ. ή είναι εντελώς ανώφελο να κάνει κάτι από τα δύο προηγούμενα;

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

B. 3.23 Βρισκόμαστε μέσα σε ένα ελαφρύ αυτοκίνητο με λυμένο χειρόφρενο και σβησμένη μηχανή που ηρεμεί σε οριζόντιο δρόμο. Σπρώχνουμε με δύναμη το παρμπρίζ αλλά το αυτοκίνητο δεν μετακινείται. Αν κατέβουμε, πάμε στο πίσω μέρος και σπρώξουμε το αυτοκίνητο με την ίδια δύναμη είναι πολύ πιθανό να μετακινηθεί. Γιατί υπάρχει αυτή η διαφορά;

B.3.24 Μια σφαίρα μάζας m πέφτει ελεύθερα με επιτάχυνση g .

Να γίνουν σε ποιοτικά διαγράμματα οι γραφικές παραστάσεις:

α. της ορμής p σε συνάρτηση με το χρόνο, t .

β. της κινητικής ενέργειας σε συνάρτηση με το χρόνο t .

γ. της κινητικής ενέργειας σε συνάρτηση με την ορμή p .

δ. του ρυθμού μεταβολής της ορμής σε συνάρτηση με το χρόνο, t .

► **B.3.25** Υλικό σημείο κάνει ομαλή κυκλική κίνηση με ορμή μέτρου p . Για μια στροφή κατά 90° και για μια άλλη στροφή 180° τα επιμέρους μέτρα μεταβολής της ορμής του είναι

α. $|\Delta p|=p$

β. $|\Delta p|=p\sqrt{2}$

γ. $|\Delta p|=\frac{p}{2}$

δ. $|\Delta p|=2p$

B.3.26 Ένα σύστημα δύο κινουμένων σωμάτων με σχέση μαζών $m_2=4m_1$ έχει συνολική ορμή μηδέν. Ο λόγος των ταχυτήτων των σωμάτων είναι

α. $\frac{v_1}{v_2}=\frac{1}{4}$

β. $\frac{v_1}{v_2}=4$

γ. $\frac{v_1}{v_2}=-2$

δ. $\frac{v_1}{v_2}=-4$

B.3.27 Σώμα μάζας m κινείται οριζόντια με ταχύτητα v όταν ξαφνικά διασπάται λόγω εσωτερικών δυνάμεων σε δύο τμήματα ίσων μαζών χωρίς απώλεια μάζας. Το ένα τμήμα συνεχίζει προς την αρχική κατεύθυνση με ταχύτητα $V_1=2v$. Η ταχύτητα του άλλου τμήματος μετά τη διάσπαση θα είναι

α. $V_2=v$

α. $V_2=-v$

γ. $V_2=v/2$

δ. $V_2=0$

B.3.28 Σφαίρα μάζας m κινείται με ταχύτητα v και συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με αρχικά ακίνητο κιβώτιο μάζας $M=0,05m$. Μετά την κρούση δημιουργείται συσσωμάτωμα. Η μεταβολή ορμής της σφαίρας είναι

α. $\Delta p=-mv$

β. $\Delta p=-\frac{mv}{21}$

γ. $\Delta p=\frac{mv}{21}$

δ. $\Delta p=-\frac{mv}{20}$

► **B3.29** Ακίνητο σώμα μάζας m διασπάται σε δύο τμήματα χωρίς απώλεια μάζας που έχουν σχέση μαζών $m_1/m_2=1/2$. Ο λόγος των κινητικών ενεργειών των δύο τμημάτων μετά τη διάσπαση είναι

α. $\frac{K_1}{K_2}=\frac{1}{2}$

β. $\frac{K_1}{K_2}=4$

γ. $\frac{K_1}{K_2}=2$

δ. $\frac{K_1}{K_2}=3$

B.3.30 Σώμα μάζας m_1 με κινητική ενέργεια K_1 συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα μάζας m_2 . Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα κινείται με κινητική ενέργεια $K=K_1/2$. Ο λόγος των μαζών είναι

α. $\frac{m_1}{m_2}=2$

β. $\frac{m_1}{m_2}=\frac{1}{2}$

γ. $\frac{m_1}{m_2}=1$

δ. $\frac{m_1}{m_2}=3$

B.3.31 Δύο σώματα με μάζες $m_1=m$ και $m_2=2m$ κινούνται στην ίδια ευθεία με ταχύτητες $v_1=3v$ και $v_2=-v$ αντιστοίχως. Τα σώματα συγκρούονται πλαστικά.

I. Μετά την κρούση η μεταβολή της ορμής του σώματος μάζας m_2 είναι

α. $\Delta p_2 = mv/3$

β. $\Delta p_2 = 8mv/3$

γ. $\Delta p_2 = -8mv/3$

II. Η μεταβολή ορμής του σώματος m_1 είναι Δp_1

α. $\Delta p_1 = -\Delta p_2$

β. $\Delta p_1 = \Delta p_2$

γ. $\Delta p_1 = -2\Delta p_2$

B.3.32 Σώμα μάζας m , το οποίο έχει κινητική ενέργεια K , συγκρούεται πλαστικά με σώμα μάζας $4m$. Μετά την κρούση, το συσσωμάτωμα μένει ακίνητο. Η μηχανική ενέργεια που χάθηκε κατά την κρούση, είναι:

α. $5/4K$

β. K

γ. $7/4K$

B.3.33 Σώμα μάζας m που κινείται με ταχύτητα v συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα διπλάσιας μάζας. Η ταχύτητα του συσσωματώματος μετά την κρούση έχει μέτρο

α. $2v$

β. $v/2$

γ. $v/3$

B.3.34 Σε μετωπική κρούση δύο σωμάτων Α και Β που έχουν μάζες m και $2m$, αντίστοιχα, δημιουργείται συσσωμάτωμα που παραμένει ακίνητο στο σημείο της σύγκρουσης. Ο λόγος των μέτρων των ορμών των δύο σωμάτων πριν από την κρούση, είναι

α. $1/2$

β. 2

γ. 1

•B.3.35 Ένα αυτοκίνητο Α μάζας M βρίσκεται σταματημένο σε κόκκινο φανάρι. Ένα άλλο αυτοκίνητο Β μάζας m , ο οδηγός του οποίου είναι απρόσεκτος, πέφτει στο πίσω μέρος του αυτοκινήτου Α. Η κρούση θεωρείται κεντρική και πλαστική. Αν αμέσως μετά την κρούση το συσσωμάτωμα έχει το $1/3$ της κινητικής ενέργειας που είχε μόλις πριν την κρούση, τότε θα ισχύει:

α. $\frac{m}{M} = \frac{1}{6}$

β. $\frac{m}{M} = \frac{1}{2}$

γ. $\frac{m}{M} = \frac{1}{3}$

B.3.36 Σφαίρα Α που κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με κινητική ενέργεια K_1 συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με άλλη όμοια αλλά ακίνητη σφαίρα Β που βρίσκεται στο ίδιο επίπεδο. Να αποδείξετε ότι η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος μετά την κρούση είναι ίση με

α. $K_1/2$

β. $K_1/4$

γ. $K_1/3$

B.3.37 Σώμα μάζας m_A κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα μέτρου v_A και συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα μάζας $m_B=2m_A$. Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων, η οποία παρατηρήθηκε κατά την κρούση, είναι:

α. $\Delta K = \frac{m_A v_A^2}{6}$

β. $\Delta K = \frac{m_A v_A^2}{3}$

γ. $\Delta K = \frac{2m_A v_A^2}{3}$

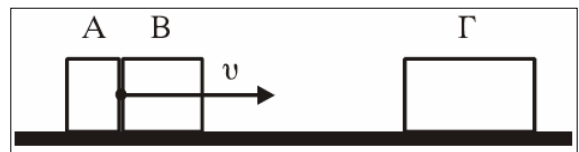
B.3.38 Ακίνητο σώμα Σ μάζας M βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Βλήμα μάζας m κινείται οριζόντια με ταχύτητα $v = 100 \text{ m/s}$ σε διεύθυνση που διέρχεται από το κέντρο μάζας του σώματος Σ και σφηνώνεται σ' αυτό. Αν η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση είναι $V = 2 \text{ m/s}$, τότε ο λόγος των μαζών M/m είναι ίσος με:

α. 50

β. $1/25$

γ. 49

•**B.3.39** Δύο σώματα, το A με μάζα m_1 και το B με μάζα m_2 , είναι διαρκώς σε επαφή και κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με την ίδια ταχύτητα v . Τα σώματα συγκρούονται κεντρικά με σώμα Γ μάζας $4m_1$, το οποίο αρχικά είναι ακίνητο.



Μετά την κρούση το A σταματά, ενώ το B κολλάει στο Γ και το συσσωμάτωμα αυτό κινείται με ταχύτητα $v/3$. Τότε θα ισχύει:

α. $m_1/m_2=2$

β. $m_1/m_2=4$

γ. $m_1/m_2=1/2$

B.3.40 Δύο σώματα A και B με μάζες m και $4m$ αντίστοιχα, κινούνται πάνω στην ίδια ευθεία με αντίθετη φορά. Τα δύο σώματα έχουν ίσες κινητικές ενέργειες και συγκρούονται μετωπικά και πλαστικά. Αν v_1 είναι το μέτρο της ταχύτητας του σώματος A και V το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος που δημιουργείται μετά την κρούση, τότε:

α. $V = v_1/5$

β. $V = 2v_1/5$

γ. $V = 3v_1/5$

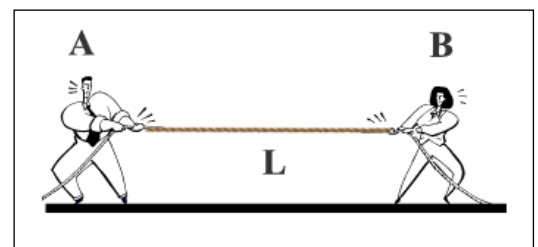
B.3.41 Σφαίρα μάζας m_1 κινείται έχοντας κινητική ενέργεια K_1 και συγκρούεται πλαστικά με σφαίρα μάζας $m_2 = 3m_1$, η οποία είναι αρχικά ακίνητη. Η μηχανική ενέργεια που χάθηκε κατά την κρούση είναι ίση με:

α. $3K_1/4$

β. $K_1/4$

γ. $K_1/2$

►**B.3.42** Οι δύο παίκτες A και B έχουν μάζες $m=60\text{kg}$ και $M=80\text{kg}$ αντιστοίχως και κρατάνε ένα σχοινί ενώ πατάνε πάνω σε τελείως λεία επιφάνεια πάγου. Τραβάνε το σχοινί και συναντιούνται σε ένα ενδιάμεσο σημείο αφού διανύσουν αποστάσεις d_1 και d_2 από τις αρχικές τους θέσεις. Η σχέση των d_1 και d_2 είναι:

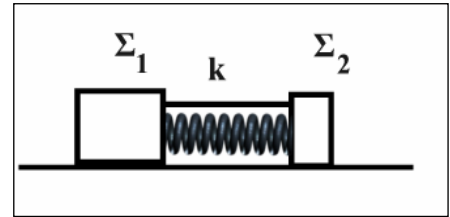


α. $d_1=d_2$

β. $3d_1=4d_2$

γ. $4d_1=3d_2$

B.3.43 Τα δύο σώματα του σχήματος έχουν μάζες m_1, m_2 με $m_1 > m_2$ και βρίσκονται πάνω σε τελείως λείο επίπεδο. Ανάμεσά τους υπάρχει ένα ελατήριο σταθεράς k συσπειρωμένο κατά x χωρίς να είναι συνδεδεμένο με αυτά. Τα σώματα είναι ακίνητα και συνδεδεμένα με νήμα ώστε το ελατήριο να μένει συσπειρωμένο. Κόβουμε το νήμα και τα σώματα εκτινάσσονται. Όταν θα έχουν εγκαταλείψει το ελατήριο ισχύουν:



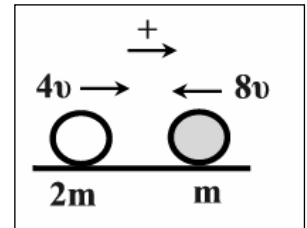
α. $p_1 = p_2$ και $v_1 > v_2, K_1 > K_2$

β. $p_1 > p_2$ και $v_1 > v_2, K_1 > K_2$

γ. $p_1 < p_2$ και $v_1 < v_2, K_1 < K_2$

δ. $p_1 = p_2$ και $v_1 < v_2, K_1 < K_2$

► **B.3.44** Τα δύο σώματα (1) και (2) που φαίνονται στο σχήμα, συγκρούονται μετωπικά με τις ταχύτητες που φαίνονται στο σχήμα. Ως θετική θεωρείται η φορά προς τα δεξιά. Μετά την κρούση το σώμα (1) έχει ταχύτητα $V_1 = -4v$.



I. Η ταχύτητα του σώματος (2) μετά την κρούση είναι

α. $V_2 = 0$

β. $V_2 = -8v$

γ. $V_2 = 8v$

II. Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος είναι

α. $\Delta K = -2mv^2$

β. $\Delta K = -\frac{3}{2}mv^2$

γ. $\Delta K = 0$

III. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ;

α. Η ορμή του συστήματος των δύο σφαιρών είναι μηδέν.

β. Οι μεταβολές της ορμής των σφαιρών είναι μεταξύ τους αντίθετες.

γ. Οι μεταβολές της κινητικής ενέργειας των σφαιρών είναι αντίθετες.

δ. Οι σφαίρες παθαίνουν μόνιμη παραμόρφωση λόγω κρούσης

► **B.3.45** Σφαίρας μάζας m_1 ταχύτητας $v_1 = v$ συγκρούεται κεντρικά με ακίνητη σφαίρα μάζας $m_2 = 4m_1$. Μετά την κρούση η σφαίρα m_2 αποκτάει ταχύτητα $V_2 = 0,4v$.

I. Η ταχύτητα της m_1 μετά την κρούση είναι

α. $V_1 = 0$

β. $V_2 = -0,6v$

γ. $V_2 = 0,6v$

II. Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος είναι

α. $\Delta K = -m_1 v^2$

β. $\Delta K = -\frac{3}{2}m_1 v^2$

γ. $\Delta K = 0$

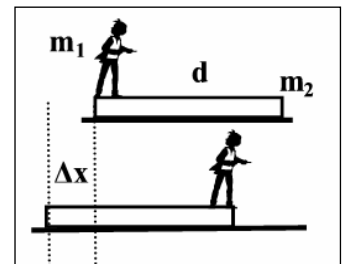
III. Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας της m_1 που μεταβιβάστηκε στη m_2 λόγω της κρούσης είναι:

α. 50%

β. 100%

γ. 60%

★ **B.3.46** Ο ναύτης μάζας m_1 στέκεται στην άκρη μιας σχεδίας μάζας m_2 και μήκους d , που ηρεμεί στην ήρεμη επιφάνεια του νερού. Αν ο ναύτης μετατοπιστεί από την μια άκρη στην άλλη, πόση είναι η αντίστοιχη μετατόπιση της σχεδίας ως προς ακίνητο παρατηρητή που κάθετα στην προκυμαία; Οι τριβές μεταξύ νερού και βάρκας να θεωρηθούν αμελητέες.



α. $\Delta x = d \cdot \frac{m_1}{m_1 - m_2}$

β. $\Delta x = d \cdot \frac{m_1}{m_1 + m_2}$

γ. $\Delta x = d \cdot \frac{2m_1}{m_1 + m_2}$

B.3.47 Μικρό σώμα βάλλεται οριζόντια από ύψος h με αρχική ταχύτητα u_0 . Μετά από χρόνο, t , φτάνει στο έδαφος με ταχύτητα μέτρου, v .

I. Η μεταβολή της ορμής του κατά τη διάρκεια της βολής είναι:

α. $\Delta p = mv - mv_0$

β. $\Delta p = m\sqrt{2gh}$

γ. $\Delta p = mv_0$

δ. $\Delta p = 0$

II. Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής σε τυχαία χρονική στιγμή, t είναι

α. $\Delta p / \Delta t = 0$

β. $\Delta p / \Delta t = mgt$

γ. $\Delta p / \Delta t = mg$

δ. $\Delta p / \Delta t = mv_0$

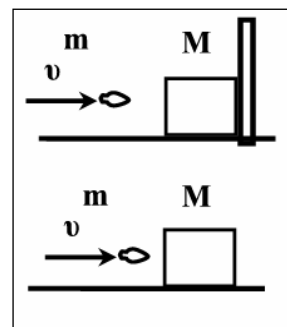
★**B.3.48** Βλήμα μάζας m κινούμενο οριζόντια με ταχύτητα v σφηνώνεται σε ένα κύβο μάζας M που είναι ακλόνητος και εισχωρεί μέσα του κατά d_1 . Όταν το ίδιο βλήμα κινούμενο με την ίδια ταχύτητα προσκρούει στον ίδιο κύβο, αλλά αυτός μπορεί να κινηθεί ελεύθερα και χωρίς τριβές σε οριζόντιο επίπεδο, εισχωρεί κατά d_2 . Η σχέση των d_1 και d_2 είναι:

α. $d_2 = d_1 \frac{m}{M}$

β. $d_2 = d_1 \frac{M+m}{M}$

γ. $d_2 = d_1$

δ. $d_2 = d_1 \frac{M}{M+m}$



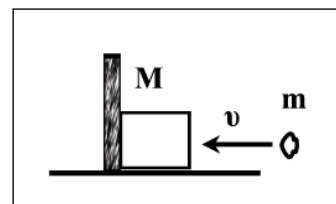
► **B.3.49** Στο διπλανό σχήμα βλήμα μάζας m που κινείται οριζόντια σφηνώνεται σε ακίνητο σώμα μάζας $M=3m$ που ακουμπά σε τοίχο. Η ελάχιστη κινητική ενέργεια που απαιτείται για να σφηνωθεί όλο το βλήμα στο ξύλο είναι K_0 . Αν δεν υπάρχει τοίχος και το σώμα μάζας M είναι ελεύθερο να κινηθεί πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο, η ελάχιστη απαιτούμενη κινητική ενέργεια ώστε το βλήμα να σφηνωθεί όλο στο σώμα είναι:

α. $K_0/3$

β. $4K_0/3$

γ. $5K_0/4$

δ. $5K_0/3$



► **B.3.50** Ένα ελαφρύ και ένα βαρύτερο βλήμα έχουν ίσες κινητικές ενέργειες.

I. Ποιο από τα δύο έχει μεγαλύτερη ορμή;

α. το βαρύτερο

β. το ελαφρύτερο

γ. κανένα από τα δύο

II. Ποιο από τα δύο μπορεί να διεισδύσει οριζόντια περισσότερο σε ένα ακλόνητο στόχο;

α. το βαρύτερο

β. το ελαφρύτερο

γ. κανένα από τα δύο

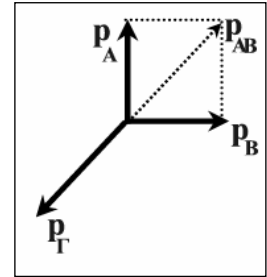
B.3.51 Σφαίρα μάζας m_1 συγκρούεται με ταχύτητα $\vec{u}_1$ με αρχικά ακίνητη σφαίρα μάζας $m_2=3m_1$. Μετά την κρούση η σφαίρα m_1 κινείται σε αντίθετη κατεύθυνση με την αρχική και έχει το $1/4$ της αρχικής της κινητικής ενέργειας. Η κρούση των δύο σφαιρών είναι:

α. ελαστική

β. ανελαστική

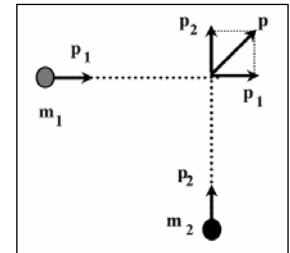
► **B.3.52** Ένα ακίνητο βλήμα εκρήγνυται σε τρία μέρη. Τα μέρη Α και Β έχουν ορμές που βρίσκονται σε διευθύνσεις κάθετες μεταξύ τους με μέτρα που είναι ίσα με: $p_A = p_B = p$. Το μέτρο της ορμής του τρίτου κομματιού, Γ, είναι:

- α. $0,5p$ β. $p\sqrt{2}$ γ. p δ. $2p$



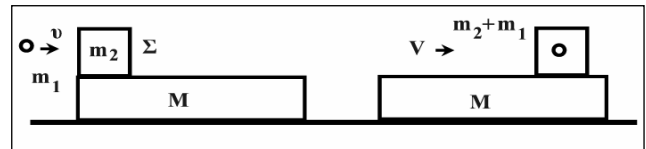
► **B.3.53** Δύο σώματα με ίσες μάζες $m_1 = m_2 = m$ και ίσες κατά μέτρο ταχύτητες $v_1 = v_2 = v$ συγκρούονται πλαστικά ενώ κινούνται σε κάθετες τροχιές. Το συσσωμάτωμα μετά την κρούση έχει ταχύτητα με μέτρο:

- α. $V = 2v$ β. $V = v\sqrt{2}$ γ. $V = v\sqrt{2}/2$ δ. $V = v$



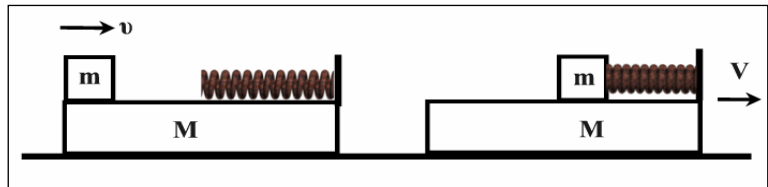
★ **B.3.54** Σώμα, Σ, μάζας $m_2 = m$ ισορροπεί πάνω σε πλατφόρμα μάζας $M = 8m$ όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σύστημα αρχικά ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το σώμα Σ παρουσιάζει με την πλατφόρμα τριβές ολίσθησης. Βλήμα μάζας $m_1 = m$ που κινείται οριζόντια σφηνώνεται με ταχύτητα v στο σώμα Σ. Η συνολική θερμότητα Q , που εκλύθηκε λόγω τριβής από τη στιγμή που άρχισε η κρούση συσσωμάτωμα και πλατφόρμα να αποκτήσουν κοινή ταχύτητα είναι:

- α. $Q = \frac{9mv^2}{20}$ β. $Q = \frac{5mv^2}{20}$ γ. $Q = \frac{3mv^2}{20}$



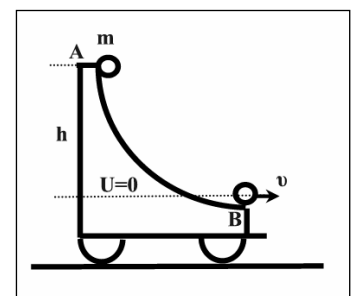
★ **B.3.55** Σώμα μάζας m εκτοξεύεται με ταχύτητα, v , πάνω σε πλατφόρμα μάζας $M = 3m$ που ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Μεταξύ σώματος και πλατφόρμας δεν υπάρχουν τριβές. Το σώμα συναντά ελατήριο που είναι στερεωμένο πάνω στην πλατφόρμα και το συσπειρώνει χωρίς απώλειες ενέργειας. Η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου είναι

- α. $U = \frac{3}{4}mv^2$ β. $U = \frac{1}{2}mv^2$ γ. $U = \frac{3}{8}mv^2$

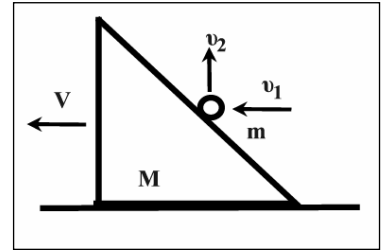


★ **B.3.56** Η σφαίρα μάζας m αφήνεται από το σημείο Α του οχήματος που φαίνεται στο σχήμα. Αυτή κατεβαίνει χωρίς τριβές κάνοντας μεταφορική κίνηση και όταν το κέντρο της έχει πέσει κατά h εγκαταλείπει το όχημα από το άκρο Β. Το όχημα μπορεί να κινείται σε οριζόντιο επίπεδο χωρίς τριβές. Η ταχύτητα με την οποία η σφαίρα εγκαταλείπει το όχημα είναι:

- α. $v = \sqrt{2gh}$ β. $v = 2\sqrt{2gh}$ γ. $v = 2\sqrt{\frac{gh}{3}}$



★B.3.57 Μια σφήνα μάζας M ηρεμεί πάνω σε τελείως λείο επίπεδο. Σφαίρα μάζας $m=8M/9$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα v_1 και προσκρούει στην υποτείνουσα έδρα της σφήνας. Η κρούση είναι ελαστική και μετά από αυτήν η σφαίρα κινείται κατακόρυφα με ταχύτητα v_2 . Η σχέση των v_1 και v_2 είναι:

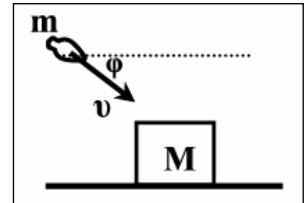


α. $v_2=3v_1$

β. $v_2=v_1/3$

γ. $v_2=v_1/8$

★B.3.58 Το βλήμα μάζας m καρφώνεται με ταχύτητα v σε ακίνητο στόχο μάζας $M=3m$ που ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Η ταχύτητα v σχηματίζει γωνία $\varphi=60^\circ$ με το οριζόντιο επίπεδο. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα κινείται πάνω στο επίπεδο.



I. Η ταχύτητα του συσσωματώματος είναι:

α. $v/2$

β. $v/4$

γ. v

δ. $v/8$

II. Το κλάσμα της αρχικής κινητικής ενέργειας, K , του βλήματος που έγινε θερμότητα κατά την πλαστική κρούση είναι

α. $15K/16$

β. $3K/16$

γ. $K/32$

δ. $K/8$

Γ ΘΕΜΑΤΑ

Γ.3.1 Σώμα μάζας $m=1\text{kg}$ κινείται ευθύγραμμα με ταχύτητα μέτρου $v_1=10\text{m/s}$. Στο σώμα ασκείται δύναμη F σταθερού μέτρου για χρονικό διάστημα $\Delta t=0,1\text{s}$ οπότε αποκτά τελική ταχύτητα μέτρου $v_2=40\text{m/s}$, ομόροπη της αρχικής ταχύτητας. Να υπολογιστούν:

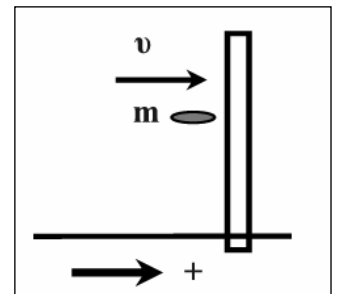
- Η μεταβολή της ορμής
- Η δύναμη F .
- Το έργο της δύναμης, F .
- Η μετατόπιση του σώματος στο χρόνο Δt .

$\alpha. \Delta p=30\text{kgm/s}, \beta. F=300\text{N}, \gamma. 750\text{J}, \delta. \Delta x=2,5\text{m}$

Γ.3.2 Βλήμα μάζας $m=0,5\text{kg}$ κινείται οριζόντια προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα Ox μπαίνει οριζόντια σε ακλόνητη ξύλινη σανίδα με ταχύτητα μέτρου $v_1=20\text{m/s}$ και βγαίνει με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $v_2=5\text{m/s}$. Το βλήμα έμεινε μέσα στη σανίδα για χρονικό διάστημα $\Delta t=0,01\text{s}$. Να υπολογιστούν:

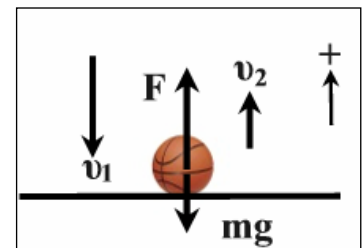
- Η αλγεβρική τιμή της δύναμης που δέχτηκε το βλήμα από τη σανίδα αν υποτεθεί ότι είναι σταθερή.
- Η αλγεβρική τιμή της δύναμης F' που δέχεται η σανίδα από το βλήμα.
- Το πάχος d της σανίδας
- Η μέση τιμή του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας κατά τη διάρκεια Δt της κρούσης. Ως θετική θεωρείται η φορά προς τα δεξιά.

$\alpha. F=-750\text{N}, \beta. F'=750\text{N}, \gamma. d=0,125\text{m}, \delta. \Delta K/\Delta t=-9375\text{J/s}$



Γ.3.3 Μία μπάλα μπάσκετ με μάζα $m=0,8\text{kg}$, φτάνει με κατακόρυφη ταχύτητα $v_1=15\text{m/s}$ στο οριζόντιο παρκέ του γηπέδου και το εγκαταλείπει κατακόρυφα με ταχύτητα μέτρου $v_2=10\text{m/s}$. Ως θετική θεωρείται η φορά κατακόρυφα προς τα πάνω. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$. Να υπολογιστούν:

- Η μεταβολή της ορμής της μπάλας.
- Ο χρόνος επαφής της μπάλας με το παρκέ αν η δύναμη που δέχτηκε από αυτό κατά τη διάρκεια της επαφής τους έχει σταθερό μέτρο $F=400\text{N}$.
- Το έργο της συνισταμένης δύναμης που δέχτηκε η μπάλα κατά τη διάρκεια της επαφής της με το παρκέ.
- Να εκτιμηθεί το είδος της κρούσης που έγινε, ελαστική ή ανελαστική;



$\alpha. \Delta p=20\text{kgm/s}, \beta. \Delta t=0,05\text{s}, \Sigma W=-50\text{J}$

Γ.3.4 Σφαίρα μάζας $m=0,5\text{kg}$ αφήνεται χωρίς αρχική ταχύτητα από το σημείο Α που βρίσκεται σε ύψος $h=5\text{m}$ να πέσει κατακόρυφα στο κενό. Συγκρούεται με το πάτωμα ανακλάται και επιστρέφει στο ίδιο σημείο με μηδενική ταχύτητα. Η σφαίρα κατά την επαφή της με το πάτωμα δέχεται σταθερή κατακόρυφη συνισταμένη δύναμη μέτρου, $\Sigma F=10^3\text{N}$. Να υπολογιστούν:

- Το μέτρο μεταβολής της ορμής της σφαίρας
- Ο χρόνος επαφής της σφαίρας με το πάτωμα
- Το μέτρο της δύναμης, F , που δέχεται η σφαίρα από το πάτωμα
- Ο συνολικός χρόνος από τη στιγμή που αφέθηκε από το Α μέχρι να επιστρέψει σε αυτό. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

$\alpha. 10\text{kgm/s}, \beta. 0,01\text{s}, \gamma. F=1005\text{N}, \delta. t_{\text{ολ}}=2,01\text{s}$

Γ.3.5 Μια ελαστική μπάλα με μάζα $m=0,2\text{kg}$ πέφτει με οριζόντια ταχύτητα $v_1=10\text{m/s}$ σε κατακόρυφο τοίχο και ανακλάται με οριζόντια ταχύτητα ίσου μέτρου. Η επαφή της με τον τοίχο διαρκεί συνολικά $\Delta t=0,05\text{s}$.

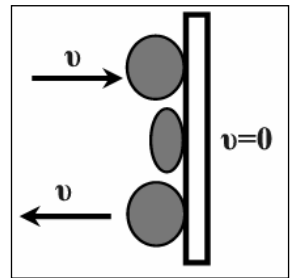
α. Να υπολογιστεί το μέτρο της μέσης δύναμης που δέχτηκε η μπάλα από τον τοίχο.

Κατά τη διάρκεια της κρούσης η μπάλα συμπιέζεται και παραμορφώνεται, κάποια στιγμή μέγιστα οπότε και η ταχύτητά της μηδενίζεται. Μετά αποσυμπιέζεται, αποκαθιστά το σχήμα της και εγκαταλείπει τον τοίχο με την ίδια ταχύτητα. Υποθέτουμε ότι ο τοίχος είναι τελείως άκαμπτος.

β. Να υπολογιστεί η μέγιστη μετατόπιση του κέντρου της μπάλας κατά τη συμπίεση.

γ. Αν ο χρόνος επαφής μπάλας – τοίχου ήταν ο μισός, πόση θα ήταν η μετατόπιση του κέντρου της μπάλας κατά τη μέγιστη συμπίεση;

δ. Να σχεδιαστούν τα διανύσματα των ορμών πριν και μετά την κρούση και το διάνυσμα της μεταβολής της ορμής.



α. $F=80\text{N}$, β. $\Delta x=0,125\text{m}$, γ. $0,0625\text{m}$

Γ.3.6 Υποτίθεται ότι ένα παιδί μάζας $m=40\text{kg}$ κάνει ελεύθερη πτώση από ύψος $h=1,8\text{m}$ πάνω από ακλόνητη επιφάνεια, συγκρούεται με αυτήν και σταματάει. Αν η επιφάνεια είναι από τσιμέντο, ο χρόνος που περνάει από τη στιγμή που τα πόδια του θα έρθουν σε επαφή με αυτή μέχρι να ακινητοποιηθεί (χρόνος σύγκρουσης) είναι $\Delta t_1=0,1\text{s}$. Αν, όμως, η επιφάνεια είναι από αφρολέξ ο αντίστοιχος χρόνος είναι $\Delta t_2=0,8\text{s}$, διότι βυθίζεται σε αυτό και αργεί να σταματήσει.

Να υπολογιστεί σε κάθε περίπτωση, το μέτρο της μέσης δύναμης που δέχεται το παιδί από την επιφάνεια κατά τη διάρκεια της σύγκρουσης. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

$F_1=2800\text{N}$, $F_2=700\text{N}$

•**Γ.3.7** Μια μπάλα μάζας $m=1\text{kg}$ αφήνεται από ύψος $h_1=20\text{m}$ να πέσει ελεύθερα στο κενό. Όταν φτάνει στο έδαφος ανακλάται κατακόρυφα και ανεβαίνει σε ύψος $h_2=16,2\text{m}$. Κατά τη διάρκεια Δt της 1ης αναπήδησης με το έδαφος, ασκεί σε αυτό δύναμη σταθερού μέτρου $F=200\text{N}$. Να υπολογιστούν:

α. Τα μέτρα των ταχυτήτων με τις οποίες η μπάλα φτάνει και φεύγει από το έδαφος.

β. Ο χρόνος επαφής με το έδαφος, Δt .

γ. Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που έχασε η μπάλα λόγω της 1ης αναπήδησης.

δ. Το ποσό θερμότητας που εκλύθηκε λόγω της 1ης κρούσης.

ε. Αν στη δεύτερη κρούση η μπάλα χάνει το 19% της κινητικής ενέργειας που είχε μετά την πρώτη αναπήδηση να υπολογιστεί το νέο μέγιστο ύψος που ανεβαίνει μετά τη 2^η αναπήδηση.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

α. $v_1=20\text{m/s}$, $v_2=18\text{m/s}$, β. $\Delta t=0,2\text{s}$, γ. 19%, δ. 38J, ε. 13,122m

► **Γ.3.8** Μια μπάλα μάζας $m=1\text{kg}$ βάλλεται κατακόρυφα προς τα πάνω από το πάτωμα ενός δωματίου με αρχική ταχύτητα $v_0=10\text{m/s}$. Αφού διανύσει κατακόρυφη απόσταση $h=3,2\text{m}$ συγκρούεται κάθετα με το ταβάνι και ανακλάται κατακόρυφα με ταχύτητα $v_2=5\text{m/s}$. Η κρούση διαρκεί $\Delta t=0,1\text{s}$. Να υπολογιστούν:

α. Το μέτρο της ταχύτητας με την οποία φτάνει η μπάλα στο ταβάνι.

β. Ο χρόνος που χρειάζεται για να φτάσει στο ταβάνι.

γ. Το μέτρο της δύναμης που δέχεται από το ταβάνι κατά τη διάρκεια της κρούσης.

⓪ Η κινητική ενέργεια όταν επιστρέφει στο πάτωμα.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

α. $v=6\text{m/s}$, $t=0,4\text{s}$, γ. $F=100\text{N}$, δ. $K=44,5\text{J}$

Γ.3.9 Σφαίρα αφήνεται ελεύθερη ($v_0=0$) τη χρονική στιγμή $t_0=0$ από ύψος $h=1,25\text{m}$. Η σφαίρα πέφτει στο πάτωμα ελεύθερα χωρίς τριβές με τον αέρα, ανακλάται κατακόρυφα και επιστρέφει στο σημείο που ξεκίνησε με μηδενική ταχύτητα, τη χρονική στιγμή $t_1=1,1\text{s}$.

- Πόσο διαρκεί η κρούση με το πάτωμα;
- Πόση είναι κατά μέτρο η μέση τιμή του ρυθμού μεταβολής της ορμής κατά τη διάρκεια της επαφής της με το πάτωμα.
- Να σχεδιαστούν τα διανύσματα της ορμής πριν και μετά την κρούση καθώς και της μεταβολής ορμής και της δύναμης που δέχεται από το πάτωμα.
- Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις της ορμής και του ρυθμού μεταβολής της ορμής από $t_0=0$ έως $t=0,5\text{s}$.

$$\alpha. \Delta t=0,1\text{s}, \beta. \Delta p/\Delta t=55\text{N}$$

Γ.3.10 Υλικό σημείο μάζας $m=2\text{kg}$ κινείται σε άξονα Ox με ταχύτητα $v_0=+20\text{m/s}$. Κάποια χρονική στιγμή που θεωρείται ως $t_0=0$, δέχεται σταθερή συνισταμένη δύναμη, F κατά μήκος του ίδιου άξονα. Τη χρονική στιγμή $t_1=0,25\text{s}$ η ορμή του υλικού σημείου έχει μεταβληθεί κατά $\Delta p=-120\text{kgm/s}$. Να υπολογιστούν:

- Η αλγεβρική τιμή της δύναμης F .
- Η ταχύτητα τη χρονική στιγμή t_1 .
- Το έργο της δύναμης και το αντίστοιχο διάστημα που διανύει το υλικό σημείο για το χρονικό διάστημα που η δύναμη ήταν της ίδιας κατεύθυνσης με την ταχύτητα και έως τη χρονική στιγμή $t_1=0,25\text{s}$.
- Ο ρυθμός παραγωγής έργου της F τη χρονική στιγμή $t_1=0,25\text{s}$

$$\alpha. F=480\text{N}, \beta. v_t=-40\text{m/s}, \gamma. W=1600\text{J}, \Delta x=10/3\text{m}, \delta. P=19200\text{J/s}$$

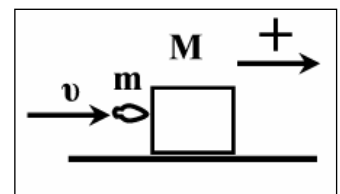
Γ.3.11 Κιβώτιο μάζας $m=10\text{kg}$ ανεβαίνει λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\varphi=30^\circ$. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ έχει ταχύτητα $v_0=5\text{m/s}$ και δέχεται σταθερή δύναμη $F=80\text{N}$ στην κατεύθυνση της ταχύτητάς του.

- Πόση είναι η μεταβολή της ορμής του κιβωτίου μετά από 10s ;
- Πόση θα είναι η ταχύτητα του κιβωτίου τη χρονική στιγμή $t_1=10\text{s}$;
- Ποιος είναι ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του τη χρονική στιγμή $t_1=10\text{s}$;
- Πόσο διάστημα έχει διανύσει το κιβώτιο στο χρονικό διάστημα από t_0 έως t_1 ;
- Πόσο είναι ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας τη χρονική στιγμή $t_1=10\text{s}$;

$$\alpha. 300\text{kgm/s}, \beta. 35\text{m/s}, \gamma. \Delta p/\Delta t=30\text{kgm/s}, \delta. \Delta x=200\text{m}, \epsilon. 1050\text{J/s}$$

Γ.3.12 Βλήμα μάζας $m=0,1\text{kg}$ σφηνώνεται με οριζόντια ταχύτητα $v=200\text{m/s}$ σε ξύλινο κύβο μάζας $M=1,9\text{kg}$ που ηρεμεί αρχικά σε λείο οριζόντιο επίπεδο.

- Πόση είναι η ταχύτητα του συσσωματώματος μετά την κρούση;
- Πόση είναι η μεταβολής της ορμής του βλήματος και πόση του κιβωτίου;
- Πόση είναι η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος;
- Ποιο ποσοστό της κινητικής ενέργειας του βλήματος έγινε θερμότητα, ποιο μεταβιβάστηκε στο κιβώτιο και ποιο παρέμεινε ως κινητική ενέργεια σε αυτό;



$$\alpha. V=10\text{m/s}, \beta. \Delta p=-19\text{kgm/s}, \Delta p=19\text{kgm/s}, \gamma. \Delta K=-1900\text{J}, \delta. 95\%, 4,75\%, 0,25\%$$

Γ.3.13 Βαγόνι Α μάζας, m , το οποίο κινείται σε λείες οριζόντιες ράγες συγκρούεται με ταχύτητα $v_1=4\text{m/s}$ με άλλο προπορευόμενο όμοιο βαγόνι, Β, που κινείται με ταχύτητα $v_2=2\text{m/s}$ και ενώνεται μ' αυτό.

- Πόση είναι η ταχύτητα των βαγονιών μετά την κρούση;
- Ποιο ποσοστό της κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο βαγονιών έγινε θερμότητα;
- Πόση είναι η μεταβολή ορμής του βαγονιού Α.
- Αν η κρούση διαρκεί χρόνο $dt=0,2\text{s}$, πόση δύναμη δέχτηκε το βαγόνι Β από το βαγόνι Α;

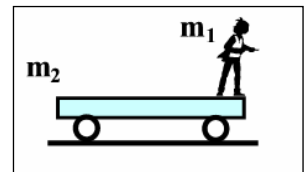
$$V=3\text{m/s}, \beta. 10\%, \gamma. \Delta p=-m \text{ kgm/s}, \delta. F=5 \text{ N}$$

Γ.3.14 Βλήμα μάζας $m_1=0,2\text{kg}$ κινείται προς την θετική κατεύθυνση του οριζόντιου άξονα $x'Ox$ σφηνώνεται με ταχύτητα $v_1=200\text{m/s}$. Το βλήμα σφηνώνεται σ' ένα ξύλινο κύβο μάζας $m_2=3,8\text{kg}$ που κινείται αντίθετα πάνω στον ίδιο άξονα. Η ταχύτητα του ενιαίου σώματος που προκύπτει έχει μέτρο $18,5\text{m/s}$ και η κατεύθυνση ίδια με την αρχική κατεύθυνση του κύβου. Το χρονικό διάστημα που διαρκεί η κρούση είναι $\Delta t=0,5\text{s}$.

- Πόση είναι η αρχική ταχύτητα v_2 του κύβου;
- Πόση δύναμη δέχτηκε το βλήμα κατά την κρούση;
- Ποιο είναι το ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του βλήματος;
- Πόση θερμότητα εκλύθηκε λόγω της κρούσης;

$$\alpha. v_2=-30\text{m/s}, \beta. F=-87,4\text{N}, \gamma. -99,14\%, \delta. 5025,5\text{J}$$

Γ.3.15 Βαγόνι μάζας $m_2=20\text{kg}$ ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και έχει πάνω του παιδί μάζας $m_1=30\text{kg}$. Το παιδί πηδάει από το βαγόνι με ταχύτητα μέτρου $v_1=2\text{m/s}$ σε οριζόντια θετική κατεύθυνση. Η δύναμη που ασκεί στο βαγόνι καθώς φεύγει έχει μέτρο $F=200\text{N}$.



- Πόση είναι η ταχύτητα που θα αποκτήσει το βαγόνι;
- Πόση από την ενέργεια που ξόδεψε το παιδί για να κάνει το άλμα μετατράπηκε σε μηχανική ενέργεια του συστήματος;
- Πόση είναι η μεταβολή της ορμής του παιδιού;
- Ποιος είναι ο χρόνος εκτίναξης του παιδιού από το βαγόνι και ποιος ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του βαγονιού αμέσως μετά την εκκίνηση;

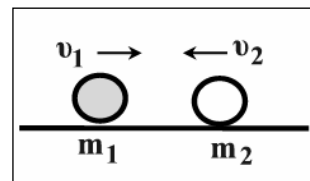
$$\alpha. -3\text{m/s}, \beta. 150\text{J}, \gamma. 60\text{kgm/s}, \delta. 0,3\text{s}, 600\text{watt}$$

Γ.3.16 Στην πρύμνη μιας βάρκας μάζας $m_2=100\text{kg}$ στέκεται μια κοπέλα μάζας $m_1=50\text{kg}$ και το σύστημα κινείται ευθύγραμμα χωρίς τριβές με ταχύτητα $v_0=2\text{m/s}$, προς τη θετική κατεύθυνση. Η κοπέλα πηδάει από τη βάρκα σε αντίθετη κατεύθυνση από την v_0 και με ταχύτητα μέτρου $v_1=4\text{m/s}$ ως προς κάποιον ακίνητο παρατηρητή.

- Πόσο είναι το μέτρο της ταχύτητας της βάρκας μετά την αποχώρηση της κοπέλας;
- Πόση από την ενέργεια που ξόδεψε η κοπέλα μετατράπηκε σε κινητική ενέργεια του συστήματος και ποιο ποσοστό αυτής της ενέργειας σε κινητική της βάρκας;
- Πόση είναι η μεταβολή της ορμής της κοπέλας;
- Αν για την εκτίναξη απαιτήθηκε χρόνος $\Delta t=0,5\text{s}$ πόση δύναμη δέχτηκε η βάρκα από τα πόδια της κοπέλας και ποιος είναι ο μέσος ρυθμός μεταβολής της ταχύτητάς της στη διάρκεια, Δt ;

$$\alpha. v_2=5\text{m/s}, \beta. E=1350\text{J}, 77,77\%, \gamma. \Delta p=-300\text{kgm/s}, \delta. F=600\text{N}, a=6\text{m/s}^2$$

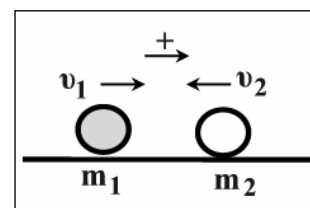
Γ.3.17 Δύο σφαίρες με μάζες $m_1=6\text{kg}$ και $m_2=4\text{kg}$ κινούνται με ταχύτητες $v_1=20\text{m/s}$ και $v_2=10\text{m/s}$ σε αντίθετες κατευθύνσεις. Οι σφαίρες συγκρούονται πλαστικά και δημιουργούν συσσωμάτωμα που ολισθαίνει στο οριζόντιο επίπεδο με συντελεστή τριβής μ και σταματάει αφού διανύσει διάστημα $\Delta x=10\text{m}$. Να υπολογιστούν:



- Η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση
 - Η θερμότητα που εκλύθηκε λόγω κρούσης
 - Η δύναμη που άσκησε η μια σφαίρα στην άλλη αν η κρούση τους διήρκεσε $\Delta t=0,1\text{s}$
 - Το συντελεστή τριβής, μ .
- Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

$\alpha. V=8\text{m/s}$, $\beta. 1080\text{J}$, $\gamma. |F|=720\text{N}$, $\delta. \mu=0,32$

Γ.3.18 Δύο σφαίρες με μάζες $m_1=1\text{kg}$ και $m_2=2\text{kg}$ κινούνται με ταχύτητες $v_1=4\text{m/s}$ και $v_2=3\text{m/s}$ σε αντίθετες κατευθύνσεις. Οι σφαίρες περιέχουν μικροποσότητες εκρηκτικών ουσιών που μπορούν να εκραγούν και να απελευθερώσουν ενέργεια. Οι σφαίρες συγκρούονται και μετά την κρούση η m_1 αντιστρέφει την κατεύθυνση της κίνησής της και αποκτά ταχύτητα μέτρου $V_1=8\text{m/s}$. Να υπολογιστούν:



- Η ταχύτητα και η κατεύθυνση της m_2 μετά την κρούση.
- Η μεταβολή της ορμής και των δύο μετά την κρούση.
- Η δύναμη που ασκεί η μια στην άλλη αν ο χρόνος κρούσης είναι $\Delta t=0,01\text{s}$.
- Το ποσό ενέργειας που απελευθερώθηκε κατά την έκρηξη ως μηχανική.
- Το ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της σφαίρας m_1

$\alpha. V_2=3\text{m/s}$, $\beta. \Delta p_1=-12\text{kgm/s}$, $\Delta p_2=12\text{kgm/s}$, $\gamma. |F|=1200\text{N}$, $\delta. 24\text{J}$, $\epsilon. 300\%$

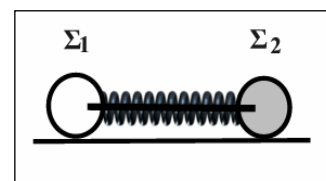
•Γ.3.19 Διαστημικό όχημα μάζας $m=100\text{kg}$ κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω εκτός ατμόσφαιρας με ταχύτητα $v_0=300\text{m/s}$. Ξαφνικά εκτοξεύει θαλαμίσκο μάζας ίσης με το $1/4$ της μάζας του σε κατεύθυνση αντίθετη από την κατεύθυνση της v_0 και με ταχύτητα μέτρου ίσου με 300m/s .

- Πόση είναι η ταχύτητα του υπολοίπου τμήματος αμέσως μετά την εκτόξευση;
- Πόση είναι η μεταβολή της ορμής του θαλαμίσκου;
- Μετά τη διάσπαση, όχημα και θαλαμίσκος απομακρύνονται. Πόση θα είναι η μεταξύ τους απόσταση, 10s μετά τη διάσπαση;

Θετική να θεωρηθεί η φορά προς τα πάνω. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

$\alpha. 500\text{m/s}$, $\Delta p=-15000\text{kgm/s}$, $\gamma. \Delta x=8000\text{m}$

•Γ.3.20 Δύο σφαίρες μάζας $m_1=0,2\text{kg}$ και $m_2=1\text{kg}$, συγκρατούνται σε επαφή με τα άκρα ενός συσπειρωμένου αβαρούς ελατηρίου με τη βοήθεια ενός νήματος. Το σύστημα αρχικά είναι ακίνητο. Το ελατήριο έχει σταθερά $k=600\text{N/m}$ και είναι συσπειρωμένο κατά $x_0=0,2\text{m}$. Τη χρονική στιγμή $t=0$, το νήμα κόβεται, το ελατήριο αποσυσπειρώνεται και οι σφαίρες απομακρύνονται. Να υπολογιστούν:

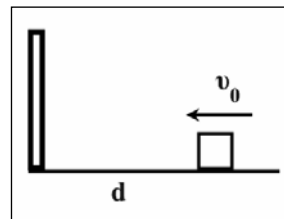


- Τα μέτρα των επιταχύνσεων των σωμάτων τη χρονική στιγμή $t=0$ και αφού κόπηκε το νήμα.
- Η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου πριν κοπεί το νήμα.
- Τα μέτρα των ταχυτήτων των σφαιρών όταν μηδενιστεί η συσπείρωση του ελατηρίου.

Η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου είναι $U_{ελ}=\frac{1}{2}kx^2$.

$\alpha. a_1=600\text{m/s}^2$, $a_2=120\text{m/s}^2$, $\beta. U=12\text{J}$, $\gamma. v_1=10\text{m/s}$, $v_2=2\text{m/s}$

•**Γ.3.21** Από σημείο Α οριζοντίου επιπέδου που απέχει από κατακόρυφο τοίχο απόσταση $d=10\text{m}$ εκτοξεύεται ένα κουτάκι μάζας $m=2\text{kg}$ με ταχύτητα $v_0=10\text{m/s}$. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.



α. Ποιος πρέπει να είναι ο ελάχιστος συντελεστής τριβής ολίσθησης με το επίπεδο ώστε το κουτάκι να μη συγκρουστεί με τον τοίχο.

Αν ο συντελεστής τριβής είναι $\mu=0,1$ και το κουτάκι συγκρούσεται με τον τοίχο και χάσει το 10% της κινητικής ενέργειας που είχε τη στιγμή που έφτανε στον τοίχο να βρείτε:

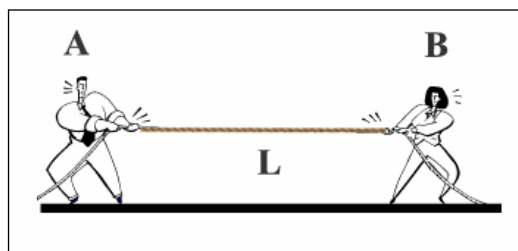
β. Με πόση κινητική ενέργεια φτάνει στον τοίχο και με πόση ανακλάται.

γ. Πόσο είναι το έργο της δύναμης που άσκησε ο τοίχος στο κουτάκι κατά τη σύγκρουση.

δ. Την απόσταση από τον τοίχο στην οποία το κουτάκι σταματάει.

α. 0,5, β. 80J, 72J, γ. 8J, δ. 36m

•**Γ.3.22** Δύο μαθητές παγοδρόμοι Α και Β, με μάζες αντίστοιχα $m_1=40\text{kg}$ και $m_2=60\text{kg}$, κρατούν τις άκρες ενός σχοινιού αμελητέας μάζας. Οι μαθητές στέκονται αρχικά ακίνητοι πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο (παγοδρόμιο) απέχοντας μεταξύ τους $L=10\text{m}$. Κάποια στιγμή οι μαθητές αρχίζουν να μαζεύουν το σχοινί ασκώντας δύναμη ο ένας στον άλλον, χωρίς να πέσει κανείς από τους δύο.



α. Να βρείτε το λόγο των επιταχύνσεων με τις οποίες κινούνται.

β. Να βρείτε το λόγο των κινητικών ενεργειών που έχουν ελάχιστα πριν τη στιγμή της συνάντησης.

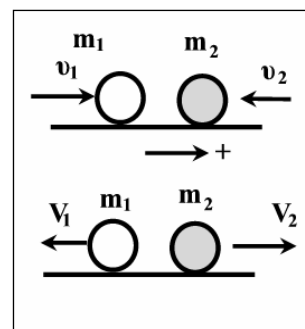
γ. Να βρείτε τη μετατόπιση που κάνει ο καθένας μέχρι να συναντηθούν.

δ. Αν η δύναμη που ασκεί ο ένας είναι $F_1=30\text{N}$ να υπολογιστούν οι ταχύτητες των μαθητών τη στιγμή της συνάντησης

ε. Αν οι μαθητές τη στιγμή της σύγκρουσης αγκαλιαστούν και παραμείνουν αγκαλιασμένοι ποια θα είναι η κοινή τους ταχύτητα;

α. $a_1/a_2=3/2$, β. $K_1/K_2=3/2$, γ. $x_1=6\text{m}$, $x_2=4\text{m}$, δ. $v_1=0,3\text{m/s}$, $v_2=0,2\text{m/s}$, ε. $V=0$

Γ.3.23 Σφαίρα μάζας $m_1=4\text{kg}$ κινείται με σταθερή ταχύτητα $v_1=10\text{m/s}$ κατά τη θετική φορά του άξονα $x'Ox$ και συγκρούεται μετωπικά με άλλη σφαίρα μάζας $m_2=1\text{kg}$, που κινείται στην ίδια ευθεία με αντίθετη φορά και ταχύτητα μέτρου $v_2=30\text{m/s}$. Μετά την κρούση η σφαίρα (1) αντιστρέφει τη φορά της κίνησής της με ταχύτητα μέτρου 6m/s . Να υπολογιστούν:



α. Η ταχύτητα της σφαίρας (2) μετά την κρούση.

β. Οι μεταβολές της ορμής των σφαιρών μετά την κρούση.

γ. Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος και το είδος της κρούσης.

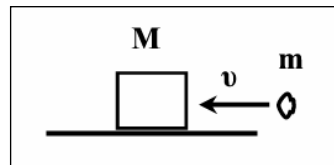
δ. Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας της μιας που μεταβιβάστηκε στην άλλη.

ε. Η απόσταση που θα απέχουν 1s μετά την κρούση.

α. $V_2=34\text{m/s}$, β. $\Delta p_1=-64\text{kgm/s}$, $\Delta p_2=64\text{kgm/s}$, γ. $\Delta K=0$, ελαστική, δ. 64%, ε. $\Delta x=40\text{m}$

Δ. ΘΕΜΑΤΑ

Δ.3.1 Ξύλινος κύβος μάζας $M=1,8\text{kg}$ ηρεμεί αρχικά πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Βλήμα μάζας $m=0,2\text{kg}$ κινείται οριζόντια και σφηνώνεται σ' αυτόν με ταχύτητα μέτρου $v=20\text{m/s}$. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα ολισθαίνει στο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει τριβές με συντελεστή τριβής $\mu=0,2$. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.



- Πόση είναι η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
- Πόσο χρόνο χρειάζεται το συσσωμάτωμα για να σταματήσει και πόσο διάστημα θα έχει διανύσει μέχρι τότε;
- Ποιο ποσοστό της κινητικής ενέργειας του βλήματος έγινε θερμότητα λόγω κρούσης
- Ποιο ποσοστό της κινητικής ενέργειας του βλήματος έγινε θερμότητα λόγω τριβών με το επίπεδο;

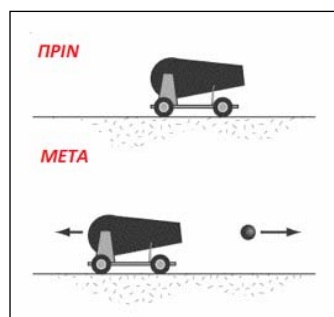
α. 2m/s , β. 1s , 1m . γ. 90% , δ. 10%

Δ.3.2 Πάνω σε οριζόντια επιφάνεια βρίσκεται ακίνητο σώμα μάζας $m=3\text{kg}$. Το σώμα διασπάται λόγω εσωτερικού μηχανισμού σε δύο τμήματα με μάζες $m_1=1\text{kg}$ και $m_2=2\text{kg}$ που κινούνται πάνω στην επιφάνεια. Μετά τη διάσπαση το τμήμα μάζας m_1 διανύει διάστημα $s_1=100\text{m}$ και σταματάει.

- Πόσο είναι το διάστημα s_2 που θα διανύσει το τμήμα μάζας m_2 , αν μεταξύ των δύο τμημάτων και της επιφανείας ο συντελεστής τριβής είναι ο ίδιος.
- Αν κατά την ολίσθηση εκλύεται θερμότητα 300J πόση είναι η τιμή του συντελεστή τριβής;
- Ποιες είναι οι τιμές των ταχυτήτων των δύο τμημάτων αμέσως μετά τη διάσπαση.

α. $s_2=25\text{m}$, β. $\mu=0,2$ γ. $v_2=10\text{m/s}$, $v_1=20\text{m/s}$

Δ.3.3 Μικρό κανόνι μάζας $m_2=200\text{kg}$ φέρει βλήμα μάζας $m_1=1\text{kg}$ και ηρεμεί πάνω σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει τριβές με συντελεστή τριβής $\mu=0,2$. Το κανόνι εκτοξεύει το βλήμα οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $v_1=200\text{m/s}$ και το χρονικό διάστημα που χρειάζεται για να φύγει το βλήμα από την κάνη είναι $\Delta t=0,01\text{s}$. Στη συνέχεια ολισθαίνει στο επίπεδο μέχρι να σταματήσει.



- Πόση είναι το μέτρο της ταχύτητας του κανονιού μετά την εκτόξευση του βλήματος (ταχύτητα ανάκρουσης).
- Πόση είναι η μέση δύναμη που δέχτηκε το βλήμα από τα αέρια κατά την εκपुरσοκρότηση.
- Πόσο διάστημα διανύει το κανόνι μέχρι να σταματήσει και σε πόσο χρόνο;
- Ποιο είναι το ποσό θερμότητας που εκλύθηκε λόγω εκपुरσοκρότησης και ποιο λόγω τριβών με το επίπεδο;

α. 1m/s , β. $2 \cdot 10^4\text{N}$, γ. $0,25\text{m}$, δ. 20100J , 100J

Δ.3.4 Βλήμα μάζας $m_1=0,2\text{kg}$, που κινείται ευθύγραμμα με ταχύτητα μέτρου $v_0=200\text{m/s}$, σφηνώνεται σε ξύλινο κύβο μάζας $m_2=0,8\text{kg}$ που αρχικά ισορροπεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο.

Να βρεθούν:

- Η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά το σφήνωμα του βλήματος.
 - Η θερμότητα που εκλύεται λόγω της πλαστικής κρούσης.
 - Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του συστήματος που έγινε θερμότητα
- Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα ανεβαίνει κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης ϕ (με $\eta\mu\phi=0,6$ και $\sigma\upsilon\eta\phi=0,8$) και σταματάει αφού διανύσει διάστημα $s=100\text{m}$ πάνω στο κεκλιμένο.

δ. Να βρεθεί ο συντελεστής τριβής ολίσθησης, μ και ο χρόνος που χρειάζεται το συσσωμάτωμα για να σταματήσει για πρώτη φορά. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

α. 40m/s , β. 3200J , γ. 80% , δ. $\mu=0,25$, $t=5\text{s}$

Δ.3.5 Πυροβόλο μάζας $M=500\text{kg}$, που ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο εκτοξεύει βλήμα μάζας $m=10\text{kg}$ σε οριζόντια κατεύθυνση με ταχύτητα $v_0=400\text{m/s}$. Αμέσως μετά το πυροβόλο κινείται στο λείο οριζόντιο επίπεδο μέχρι που συναντάει κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\varphi=30^\circ$, οπότε λόγω φρένων ολισθαίνει σ' αυτό μέχρι που η ταχύτητά του μηδενίζεται. Μεταξύ πυροβόλου και κεκλιμένου επιπέδου ο συντελεστής τριβής είναι $\mu=\sqrt{3}/3$. Να υπολογιστούν:

α. Η ταχύτητα ανάκρουσης του πυροβόλου.

β. Η μέση δύναμη που δέχτηκε το βλήμα κατά την εκपुरσοκρότηση αν αυτή έγινε σε χρονικό διάστημα $\Delta t=0,1\text{s}$.

γ. Το ύψος h που ανέβηκε το πυροβόλο πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

α. 8m/s , β. 40000N , γ. $3,2\text{m}$

Δ.3.6 Βλήμα μάζας $m=9\text{kg}$ βάλλεται από σημείο του εδάφους κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα 20m/s . Όταν φτάνει στο μέγιστο ύψος h διασπάται σε δύο τμήματα με μάζες m_1 και m_2 . Αμέσως μετά τη διάσπαση τα δύο τμήματα (1) και (2) αποκτούν οριζόντιες ταχύτητες και πέφτουν σε οριζόντιες αποστάσεις $x_1=80\text{m}$ και $x_2=40\text{m}$ από την κατακόρυφο που διέρχεται από το σημείο διάσπασης. Να υπολογιστούν:

α. Το ύψος που έγινε η διάσπαση.

β. Οι μάζες των δύο τμημάτων.

γ. Τα μέτρα των ταχυτήτων με τις οποίες φτάνουν τα τμήματα στο έδαφος.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$. Οι τριβές με τον αέρα να θεωρηθούν αμελητέες.

α. $h=20\text{m}$, β. $m_1=3\text{kg}$, $m_2=6\text{kg}$, γ. $V_1=\sqrt{2000}\text{m/s}$, $V_2=\sqrt{800}\text{m/s}$

Δ.3.7 Το σώμα μάζας $M=4\text{kg}$ κρέμεται από νήμα μήκους $L=1\text{m}$. Βλήμα μάζας $m=0,5\text{kg}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα, v_1 και σφηνώνεται στο σώμα ακαριαία. Μετά την κρούση το τεντωμένο νήμα διαγράφει μέγιστη γωνία θ με συνθ $=0,8$ σε σχέση με την κατακόρυφο μέχρι να σταματήσει στιγμιαία.

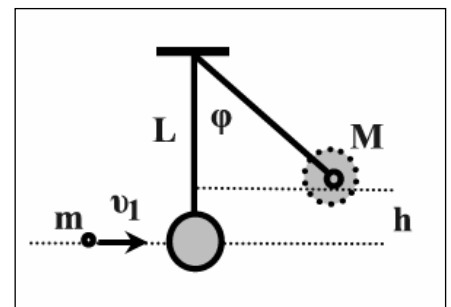
α. Σε ποιο ύψος h ανεβαίνει το συσσωμάτωμα μετά την κρούση σε σχέση με την αρχική θέση ισορροπίας του;

β. Πόση είναι η ταχύτητα του συσσωματώματος μετά την κρούση;

γ. Πόση πρέπει να είναι η ταχύτητα, v_1 του βλήματος μόλις πριν την κρούση για να συμβούν όλα τα προηγούμενα;

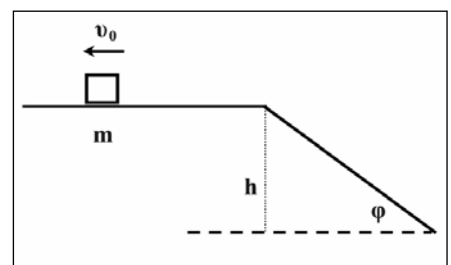
δ. Πόση θα είναι η τάση του νήματος αμέσως μετά την κρούση και ενώ το νήμα είναι ακόμα κατακόρυφο;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$



α. $h=0,2\text{m}$, β. 2m/s , γ. 18m/s , δ. $F=63\text{N}$

•Δ.3.8 Σώμα, μάζας $m=10\text{kg}$, που κινείται ευθύγραμμα πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα μέτρου $v_0=4\text{m/s}$. Ξαφνικά διασπάται σε δύο τμήματα με μάζες $m_1=6\text{kg}$ και $m_2=4\text{kg}$. Το τμήμα μάζας m_1 κινείται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $v_1=10\text{m/s}$ στην ίδια κατεύθυνση με τη v_0 , ενώ το άλλο τμήμα κινείται αντίθετα. Το m_1 φτάνει στο σημείο Ο και από εκεί κάνει οριζόντια βολή μέχρι το έδαφος που βρίσκεται κατά



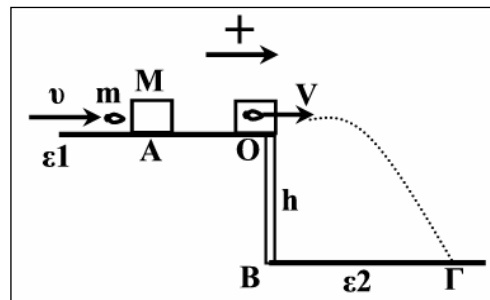
$h=6,25\text{m}$ χαμηλότερα. Το m_2 συναντά στο σημείο Α ένα τραχύ κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης φ και αρχίζει να ολισθαίνει πάνω σ' αυτό με φορά προς τα κάτω. Να υπολογιστούν:

- Η ταχύτητα v_2 του τμήματος m_2 μετά τη διάσπαση.
 - Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος m_1 όταν φτάνει στο έδαφος.
 - Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m_2 , όταν φτάνει στο έδαφος και το χρόνο που χρειάζεται για να κατέβει το κεκλιμένο.
 - Ποιο ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του m_2 έγινε θερμότητα λόγω τριβών;
- Ο συντελεστής τριβής μεταξύ του σώματος και του κεκλιμένου επιπέδου είναι $\mu=3/4$ και η γωνία φ έχει $\eta\mu\varphi=0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\varphi=0,8$ και το $g=10\text{m/s}^2$.

α. 5m/s , β. 15m/s , γ. 5m/s , $t=2,083\text{s}$, δ. $83,3\%$

Δ.3.9 Βλήμα μάζας $m=0,2\text{kg}$ σφηνώνεται με οριζόντια ταχύτητα $v=100\text{m/s}$ σε ξύλινο κύβο μάζας $M=1,8\text{kg}$ που ηρεμεί αρχικά στο σημείο Α ενός λείου οριζοντίου επιπέδου, ε_1 . Η κρούση θεωρείται ακαριαία και τα σώματα υλικά σημεία.

- Πόση είναι η ταχύτητα του συσσωματώματος μετά την κρούση;
 - Πόση είναι η θερμότητα που εκλύθηκε κατά την διάρκεια της κρούσης;
 - Πόσο είναι το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του βλήματος που έγινε θερμότητα;
- Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα διανύει απόσταση $(AO)=1\text{m}$ φθάνει στο τέλος του λείου επιπέδου, ε_1 και από εκεί κάνει οριζόντια βολή στο κενό για να πέσει στο σημείο Γ ενός άλλου οριζοντίου επιπέδου ε_2 που βρίσκεται χαμηλότερα κατά $h=0,8\text{m}$. Να υπολογιστούν
- Το χρονικό διάστημα της κίνησης του συσσωματώματος από το σημείο Α έως το Γ.
 - Το βεληνεκές ΒΓ που διαγράφει το συσσωμάτωμα στην οριζόντια βολή του.
- Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$ και ως θετική θεωρείται η φορά προς τα δεξιά.

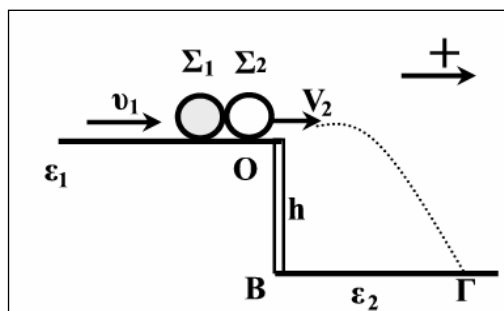


α. $V=10\text{m/s}$, β. $Q=-900\text{J}$, γ. $\pi\%=90\%$, δ. $\Delta t=0,5\text{s}$, ε. $\Delta x=4\text{m}$

Δ.3.10 Η σφαίρα Σ_1 μάζας $m_1=2\text{kg}$ συγκρούεται με ταχύτητα $v_1=4\text{m/s}$ μετωπικά με άλλη ακίνητη σφαίρα Σ_2 , μάζας $m_2=5\text{kg}$ που βρίσκεται στο λείο οριζόντιο επίπεδο ε_1 . Μετά την κρούση η σφαίρα Σ_1 κινείται αντίθετα με ταχύτητα μέτρου 1m/s ενώ η σφαίρα Σ_2 κάνει οριζόντια βολή στο κενό από το σημείο Ο και προσγειώνεται σε ένα άλλο οριζόντιο επίπεδο ε_2 και σε απόσταση $B\Gamma=x=4\text{m}$ από την κατακόρυφο που περνάει από το Ο. Οι σφαίρες θεωρούνται υλικά σημεία. Να υπολογιστούν:

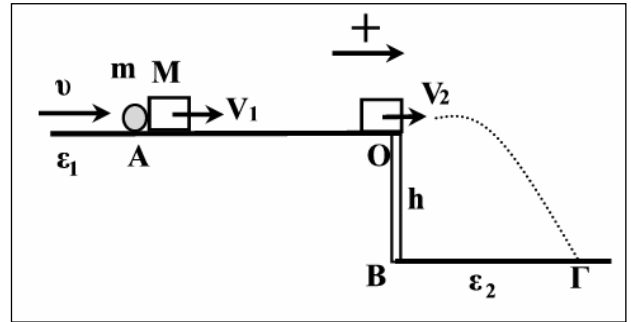
- Η ταχύτητα της σφαίρας Σ_2 αμέσως μετά την κρούση.
- Η μεταβολή ορμής της σφαίρας Σ_1 λόγω κρούσης.
- Το ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συστήματος λόγω κρούσης
- Το ύψος $h=OB$ μεταξύ των δύο επιπέδων.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$ και ως θετική θεωρείται η φορά προς τα δεξιά.



α. $V_2=2\text{m/s}$, β. $\Delta p_1=-10\text{kgm/s}$, γ. $\pi\%=25\%$, δ. $H=20\text{m}$

Δ.3.11 Σφαίρα μάζας $m=2\text{kg}$ που κινείται πάνω στο οριζόντιο επίπεδο ε_1 συγκρούεται με οριζόντια ταχύτητα $v_1=10\text{m/s}$ με ξύλινο κύβο μάζας M που ηρεμεί αρχικά στο σημείο A του επιπέδου, ε_1 . Μετά την κρούση η σφαίρα ακινητοποιείται ενώ ο κύβος ξεκινάει την κίνησή του με ταχύτητα $V_1=10\text{m/s}$. Η κρούση θεωρείται ακαριαία και τα σώματα υλικά σημεία.



- α. Πόση είναι η μάζα M του κύβου;
β. Πόση είναι η θερμότητα Q που εκλύθηκε κατά την κρούση;

Μετά την κρούση ο κύβος ολισθαίνει πάνω στο επίπεδο και αφού διανύσει απόσταση $AO=s=3,6\text{m}$ Φτάνει στο O με ταχύτητα V_2 . Ο συντελεστής τριβής μεταξύ επιπέδου και κύβου είναι $\mu=0,5$.

- γ. Να υπολογιστεί η ταχύτητα V_2 .

Στη συνέχεια ο κύβος κάνει οριζόντια βολή στο κενό και προσγειώνεται στο σημείο Γ ενός χαμηλότερου επιπέδου με ταχύτητα $V_3=\sqrt{80}\text{m/s}$.

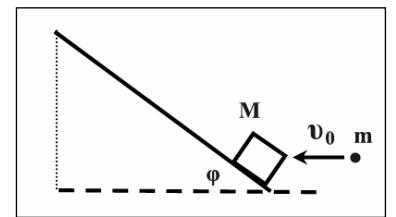
- δ. Να υπολογιστεί απόσταση h των δύο επιπέδων.

ε. Να υπολογιστεί το βεληνεκές $B\Gamma$ και η εφαπτομένη της γωνίας θ που σχηματίζει στο σημείο Γ το διάνυσμα της ταχύτητας V_3 με το οριζόντιο επίπεδο.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

α. $M=2\text{kg}$, β. $Q=0$. γ. $V_2=8\text{m/s}$, δ. $H=0,8$, ε. $3,2\text{m}$, $\varepsilon\theta=0,5$

•Δ.3.12 Κύβος μάζας $M=4,8\text{kg}$ στηρίζεται σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\varphi=60^\circ$. Βλήμα μάζας $m=0,2\text{kg}$, κινούμενο οριζόντια με ταχύτητα $v_0=200\sqrt{3}\text{m/s}$, σφηνώνεται στον κύβο ακαριαία.



- α. Πόση είναι η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση;

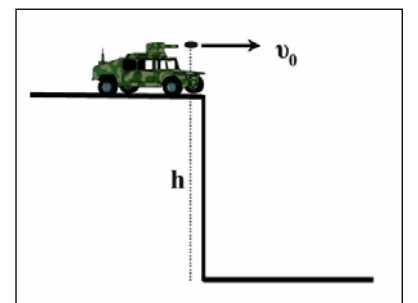
β. Πόσο θα μετατοπιστεί το συσσωμάτωμα που σχηματίζεται, αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ κύβου και κεκλιμένου επιπέδου είναι $\mu=\sqrt{3}/3$.

- γ. Πόσο χρόνο χρειάζεται για να σταματήσει για πρώτη φορά;

δ. Θα ολισθήσει και πάλι το συσσωμάτωμα προς τα κάτω μετά τον πρώτο μηδενισμό της ταχύτητας; Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

α. 12m/s , β. $s=7,2\text{m}$, γ. $t=1,2\text{s}$

Δ.3.13 Πυροβόλο μάζας $M=100\text{kg}$ φέρει βλήμα μάζας $m=5\text{kg}$ και ισορροπεί σε οριζόντιο επίπεδο. Ξαφνικά βάζει το βλήμα οριζόντια στο κενό με ταχύτητα $v_0=40\text{m/s}$.



- α. Πόση θα είναι η ταχύτητα του πυροβόλου μετά την εκτόξευση του βλήματος.

β. Το πυροβόλο οπισθοδρομεί σε τραχύ έδαφος. Πόσο διάστημα διανύσει μέχρι να σταματήσει, αν ο συντελεστής τριβής μεταξύ αυτού και το εδάφους είναι $\mu=0,2$.

γ. Το βλήμα κάνει οριζόντια βολή και προσγειώνεται σε οριζόντια απόσταση $x=200\text{m}$ από το σημείο βολής του. Πόσο χρόνο χρειάζεται για να προσγειωθεί;

- δ. Από ποιο ύψος, h , έγινε η βολή του βλήματος;

ε. Πόσο είναι το μέτρο της ταχύτητας με την οποία το βλήμα προσγειώνεται;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

α. 2m/s , β. 1m , γ. 5s , δ. 125m ε. $10\sqrt{41}\text{m/s}$

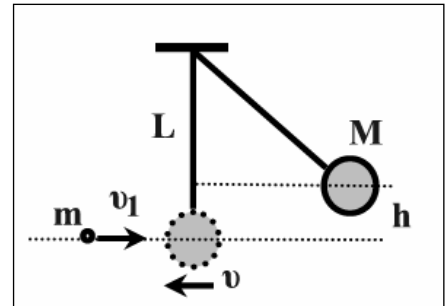
Δ.3.14 Το σώμα μάζας $M=4\text{kg}$ κρέμεται από νήμα μήκους $L=1\text{m}$. Εκτρέπουμε το νήμα έτσι ώστε το σώμα να ανέβει κατά $h=0,45\text{m}$ πάνω από την αρχική του θέση και το αφήνουμε ελεύθερο

α. Πόση είναι η δύναμη που δέχεται το σώμα από το νήμα τη στιγμή που το νήμα γίνεται κατακόρυφο.

β. Βλήμα μάζας $m=0,5\text{kg}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα, v_1 και σφηνώνεται στο σώμα τη στιγμή που το νήμα γίνεται κατακόρυφο. Πόση πρέπει να είναι η ταχύτητα, v_1 ώστε το συσσωμάτωμα μετά την κρούση να μείνει ακίνητο;

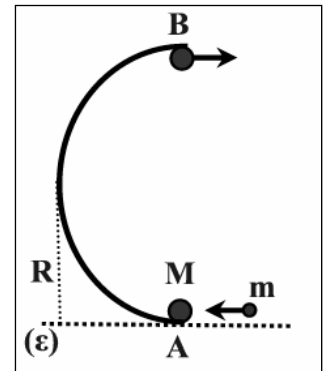
γ. Πόση θα γίνει η τάση του νήματος μετά την κρούση;

δ. Πόση ταχύτητα v_2 θα έπρεπε να έχει το ίδιο βλήμα ώστε μετά την κρούση με το M υπό τις ίδιες συνθήκες, το συσσωμάτωμα να προκαλούσε μέγιστη εκτροπή του νήματος από την κατακόρυφη θέση, κατά γωνία, θ , με $\sin\theta=0,8$. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$



α. $F_1=76\text{N}$, β. 24m/s , γ. $F_2=45\text{N}$, δ. $v_2=42\text{m/s}$

Δ.3.15 Το σώμα μάζας $M=1\text{kg}$ ηρεμεί αρχικά στο άκρο Α ενός κατακόρυφου σταθερού και λείου ημικυκλικού ελάσματος ακτίνας $R=0,4\text{m}$. Βλήμα μάζας $m=1\text{kg}$ κινούμενο με οριζόντια ταχύτητα $v=20\text{m/s}$ σφηνώνεται στο Μ. Μετά την πλαστική κρούση το συσσωμάτωμα διαγράφει ημικύκλιο φτάνει στο Β και από εκεί βάλλεται οριζόντια και πέφτει στο σημείο Γ του οριζόντιου επιπέδου (ε).



α. Πόση είναι η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση;

β. Πόσο είναι το μέτρο της δύναμης που ασκεί το έλασμα στο συσσωμάτωμα στο σημείο Α αμέσως μετά την κρούση;

γ. Πόσο είναι το μέτρο της δύναμης που ασκεί το έλασμα στο συσσωμάτωμα στο σημείο Β.

δ. Ποια είναι η τιμή του ρυθμού μεταβολής της ορμής στο σημείο Β;

ε. Πόση είναι η οριζόντια απόσταση ΑΓ. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$ και $\sqrt{84}=9,2$

α. 10m/s , β. $F_1=520\text{N}$, γ. $F_2=400\text{N}$, δ. $dp/dt=420\text{kgm/s}^2$, ε. $AG=3,68\text{m}$

•Δ.3.16 Νήμα μήκους $L=2\text{m}$ κρέμεται από ακλόνητο σημείο και φέρει στο κάτω άκρο του ορθογώνιο πρίσμα που ισορροπεί. Λόγω εσωτερικού εκρηκτικού μηχανισμού το πρίσμα σπάει σε δύο τμήματα. Το ένα με μάζα $m_1=6\text{kg}$ που εκτοξεύεται οριζόντια προς τα αριστερά και πέφτει στο έδαφος σε απόσταση $s=6\text{m}$. Το άλλο μάζας $m_2=3\text{kg}$ μένει συνδεδεμένο στο νήμα. Το πρίσμα απέχει από το έδαφος απόσταση $H=1,8\text{m}$. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

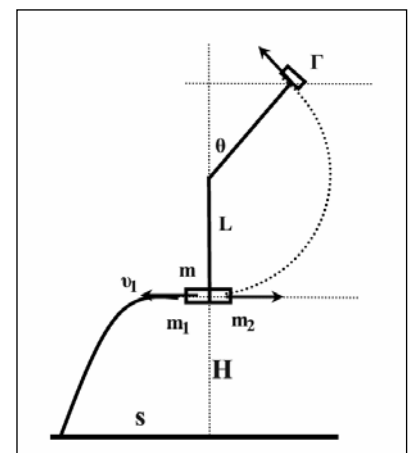
α. Να βρεθεί η ταχύτητα του m_1 αμέσως μετά τη διάσπαση.

β. Να βρεθεί η ταχύτητα και η κεντρομόλος επιτάχυνση του m_2 αμέσως μετά τη διάσπαση.

γ. Να βρεθεί το $\sin\theta$ της γωνίας θ που θα σχηματίζει το νήμα με την κατακόρυφο σε κίνη τη θέση, Γ, που η ταχύτητα του m_2 θα έχει μέτρο 18m/s .

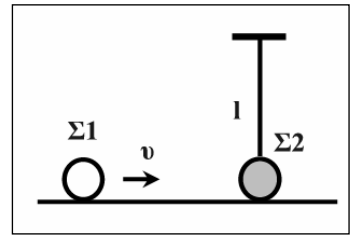
δ. Να βρεθεί η τάση του νήματος στη θέση Γ.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.



α. $v_1=10\text{m/s}$, β. 20m/s , 200m/s^2 , γ. $\sin\theta=0,9$, δ. $F=459\text{N}$

●**Δ.3.17** Σφαίρα, Σ_1 , μάζας $m_1=2\text{kg}$ κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα v και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με άλλη σφαίρα, Σ_2 , μάζας, $m_2=1\text{kg}$, που κρέμεται από ακλόνητο σημείο με νήμα μήκους $L=1,6\text{m}$ και αρχικά ισορροπεί, όπως στο σχήμα. Μετά την ακαριαία κρούση η μέγιστη γωνία απόκλισης του νήματος, ως προς την κατακόρυφο που διέρχεται από το σημείο εξάρτησης του νήματος, είναι 60° . Να υπολογιστούν:



α. Η ταχύτητα, v , της σφαίρας, Σ_1 .

β. Η ταχύτητα της σφαίρας, Σ_1 , μετά την κρούση.

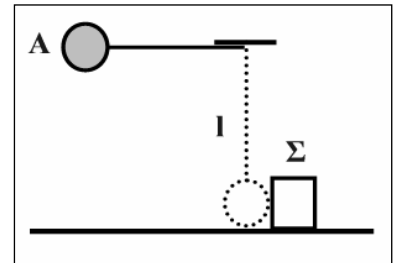
γ. Η δύναμη του νήματος αμέσως μετά την κρούση

δ. Η δύναμη του νήματος τη στιγμή που η σφαίρα Σ_2 σταματάει στιγμιαία.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

α. 3m/s , β. 1m/s , γ. 20N , δ. 5N

●**Δ.3.18** Χαλύβδινη σφαίρα, σ , μάζας $m=1\text{kg}$ κρέμεται από ακλόνητο σημείο με τη βοήθεια αβαρούς ράβδου μήκους $L=0,8\text{m}$. Το σύστημα φέρεται σε οριζόντια θέση και αφήνεται ελεύθερο, χωρίς ταχύτητα να διαγράψει κυκλική τροχιά. Στο κατώτερο σημείο της τροχιάς της συγκρούεται κεντρικά με ακίνητο κύβο, Σ , μάζας $M=2,5\text{kg}$. Μετά την κρούση ο κύβος ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο και μετατοπίζεται κατά $\Delta x=2\text{m}$ μέχρι να σταματήσει. Μεταξύ κύβου και επιπέδου ο συντελεστής τριβής είναι $\mu=0,1$.



α. Πόσο είναι ο ρυθμός μεταβολής της ορμής της σφαίρας στη θέση Α;

β. Πόση είναι η ταχύτητα του σώματος Σ αμέσως μετά την κρούση και σε πόσο χρόνο σταματάει;

γ. Πόση είναι η ταχύτητα της σφαίρας αμέσως μετά την κρούση;

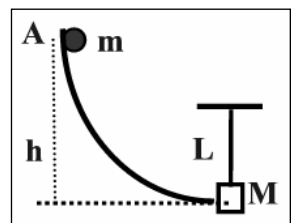
δ. Ποιο είναι το είδος της κρούσης που έγινε;

ε. Πόση μέγιστη γωνία, ϕ , διαγράφει η αβαρής ράβδος μετά την κρούση;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

α. 10kgm/s^2 , β. 2m/s , $t=2\text{s}$ γ. -1m/s , δ. Ανελαστική, ε. $\sin\phi=0,9375$

●**Δ.3.19** Κομμάτι ξύλου μάζας $M=1,9\text{kg}$ είναι δεμένο στο ένα άκρο νήματος μήκους $L=0,9\text{m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε ακλόνητο σημείο. Το ξύλο ισορροπεί με το νήμα κατακόρυφο. Σφαίρα μάζας $m=0,1\text{kg}$ αφήνεται σε σημείο Α μιας λείας καμπύλης και κατεβαίνει κάνοντας μεταφορική κίνηση. Τη στιγμή που συγκρούεται με το ξύλο M , κινείται οριζόντια με ταχύτητα v και σφηνώνεται στο ξύλο. Το σύστημα βλήμα - ξύλο εκτρέπεται, ώστε η μέγιστη απόκλιση του νήματος από την κατακόρυφη θέση να είναι $\phi=60^\circ$. Να υπολογιστούν:



α. Η ταχύτητα, v , της σφαίρας μόλις πριν την κρούση.

β. Το ύψος h από το οποίο αφέθηκε η σφαίρα.

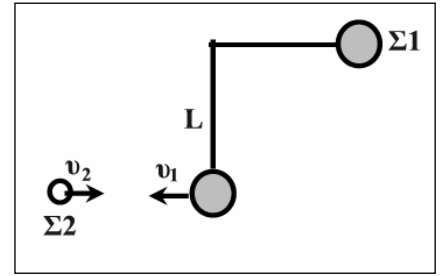
γ. Το ποσοστό, (%), της μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συστήματος κατά την κρούση.

δ. Η δύναμη του νήματος αμέσως μετά την κρούση.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

α. 60m/s , β. $h=180\text{m}$ γ. -95% , δ. $F=40\text{N}$

●**Δ.3.20** Το σώμα Σ_1 μάζας $m_1=2\text{kg}$ είναι δεμένο στο άκρο νήματος μήκους $L=1,25\text{m}$. Το σύστημα αφήνεται από την οριζόντια θέση να κατέβει χωρίς τριβές και όταν φτάνει στην κατακόρυφη συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με σώμα Σ_2 μάζας $m_2=3\text{kg}$ που κινείται αντίθετα με ταχύτητα v_2 . Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα κινείται με $V=4\text{m/s}$ στην κατεύθυνση του Σ_2 .

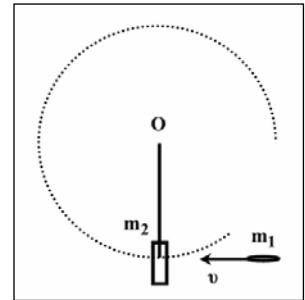


Να υπολογιστούν:

- Η ταχύτητα v_1 του Σ_1 μόλις πριν την κρούση.
- Οι τιμές της τάσης του νήματος μόλις πριν και αμέσως μετά την κρούση με το νήμα να είναι κατακόρυφο.
- Η ταχύτητα v_2
- Η θερμότητα που εκλύεται λόγω κρούσης
- Το ποσοστό της αρχικής ενέργειας του συστήματος που έγινε θερμότητα λόγω κρούσης

α. 5m/s , β. $T_1=60\text{N}$, $T_2=114\text{N}$, γ. 10m/s , δ. 135J , ε. $77,1\%$

►**Δ.3.21** Στόχος μάζας $m_2=4\text{kg}$ κρέμεται από ακλόνητο σημείο, με τη βοήθεια αβαρούς νήματος μήκους $L=1\text{m}$. Βλήμα μάζας $m_1=1\text{kg}$ βάλλεται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου v διαπερνάει ακαριαία το στόχο και βγαίνει με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $0,5v$.



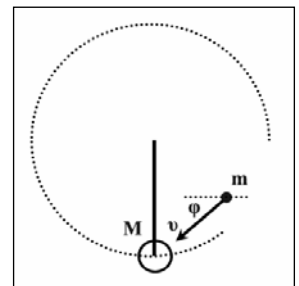
- Να υπολογιστεί η ελάχιστη τιμή της ταχύτητας v του βλήματος ώστε μετά την κρούση ο στόχος να διαγράψει κατακόρυφο κύκλο ακτίνας L , δηλαδή να κάνει «ανακύκλωση».
- Να υπολογιστεί η δύναμη που ασκεί το νήμα στο στόχο, στην κατακόρυφη θέση, αμέσως μετά την κρούση.

γ. Αν η κρούση είναι πλαστική και το συσσωμάτωμα διαγράφει μέγιστη γωνία $\theta+90^\circ=120^\circ$, πόση πρέπει να είναι η ελάχιστη ταχύτητα του βλήματος m_1 πριν την κρούση για να γίνει αυτό;

Δίνεται το $g=10\text{m/s}^2$.

α. $v_{ελ}=8\sqrt{50}\text{m/s}$, β. $T=240\text{N}$, γ. $v_{ελ}=5\sqrt{35}\text{m/s}$

►**Δ.3.22** Κομμάτι ξύλου μάζας $M=4\text{kg}$ κρέμεται από ακλόνητο σημείο με τη βοήθεια λεπτής, άκαμπτης και αβαρούς ράβδου, μήκους $L=0,4\text{m}$. Βλήμα μάζας $m=1\text{kg}$ συγκρούεται με το ξύλο με ταχύτητα, v , που σχηματίζει γωνία $\varphi=60^\circ$ με την οριζόντια διεύθυνση, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η κρούση είναι πλαστική και θεωρείται ακαριαία.

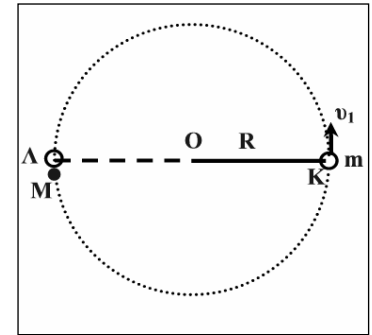


Να υπολογιστούν:

- Η ταχύτητα, v , του βλήματος έτσι ώστε το συσσωμάτωμα να διαγράψει μέγιστη γωνία 90° μετά την κρούση.
- Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του βλήματος που έγινε θερμότητα, λόγω της πλαστικής κρούσης
- Η ελάχιστη ταχύτητα, $v_{\min}$, του βλήματος, ώστε το συσσωμάτωμα μετά την κρούση να κάνει ανακύκλωση, αν η κρούση γίνεται και πάλι με τις ίδιες συνθήκες. Δίνεται το $g=10\text{m/s}^2$.

α. $v=20\sqrt{2}\text{m/s}$, β. 95% γ. $v_{\min}=40\text{m/s}$

► **Δ.3.23** Πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο περιστρέφεται σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ στερεωμένο στο άκρο λεπτής και αβαρούς ράβδου μήκους $R=1\text{m}$. Το άλλο άκρο της ράβδου O είναι σταθερό. Το σώμα m κάνει ομαλή κυκλική κίνηση με ταχύτητα $v_1=20\text{m/s}$.



α. Πόση είναι η κεντρομόλος δύναμη που δέχεται το m στο σημείο K ; Το σώμα m περνάει για πρώτη φορά από το σημείο Λ όπου και συγκρούεται με το σώμα μάζας $M=1\text{kg}$ που είναι ακίνητο στο σημείο αυτό. Το σώμα M μετά την κρούση κινείται σε κατεύθυνση εφαπτόμενη του κύκλου στο σημείο Λ με ταχύτητα 20m/s .

β. Πόση είναι η ταχύτητα του m μετά την κρούση;

γ. Ποιος είναι ο λόγος των περιόδων T_1/T_2 των κυκλικών κινήσεων που κάνει το σώμα m πριν και μετά την κρούση;

δ. Πόση είναι η απόσταση μεταξύ των δύο σωμάτων τη χρονική στιγμή που το σώμα m περνάει για πρώτη φορά από το σημείο K μετά την κρούση;

Δίνεται $\pi^2=10$. Η κρούση είναι ακαριαία.

α. $F=800\text{N}$, β. 10m/s , γ. $T_1/T_2=1/2$, δ. $d=\sqrt{44}m$

★ **Δ.3.24** Έστω σώμα (Σ) μάζας $M=1\text{kg}$ και κωνικό βλήμα (β) μάζας $m=0,2\text{kg}$. Για να σφηνώσουμε με το χέρι μας ολόκληρο το βλήμα στο σταθερό σώμα (Σ) πρέπει να δαπανήσουμε ενέργεια 100J .

Έστω τώρα ότι το σώμα (Σ) που είναι ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο πυροβολείται με το βλήμα (β). Το βλήμα κινούμενο οριζόντια με κινητική ενέργεια K προσκρούει στο σώμα (Σ) και ακολουθεί πλαστική κρούση.

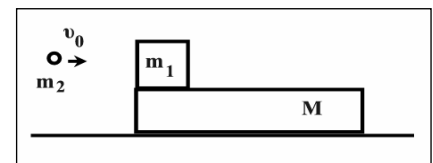
α. Για $K=100\text{J}$ θα μπορούσε το βλήμα να σφηνωθεί όλο μέσα στο σώμα; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

β. Ποια είναι η ελάχιστη κινητική ενέργεια K που πρέπει να έχει το βλήμα, ώστε να σφηνωθεί ολόκληρο στο σώμα Σ .

γ. Για ποια τιμή του λόγου m/M , το βλήμα με κινητική ενέργεια $K=100\text{J}$ σφηνώνεται ολόκληρο στο σώμα (Σ); Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Θέμα Πανελλαδικών εξετάσεων 2005)

α. Όχι, β. $K=120\text{J}$, γ. $m/M \rightarrow 0$

★ **Δ.3.25** Μακρύ επίπεδο σώμα A μάζας $M=8\text{kg}$ ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και πάνω του φέρει άλλο σώμα B μάζας $m_1=1\text{kg}$ που αρχικά είναι ακίνητο. Μεταξύ των δύο σωμάτων υπάρχει τριβή με συντελεστή τριβής $\mu=0,5$. Βλήμα μάζας $m_2=1\text{kg}$ έρχεται με οριζόντια ταχύτητα $v_0=10\text{m/s}$ και συγκρούεται πλαστικά με το σώμα m_1 σε αμελητέο χρόνο. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα $m_1=m_2$ ολισθαίνει πάνω στο A κατά s , μέχρι να αποκτήσουν όλα κοινή ταχύτητα. Να υπολογιστούν:



α. Η κοινή ταχύτητα που θα αποκτήσουν.

β. Η θερμότητα που αναπτύχθηκε εξαιτίας της τριβής μέχρι το συσσωμάτωμα να σταματήσει πάνω στην πλατφόρμα.

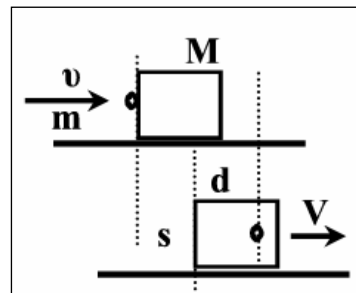
γ. Το διάστημα που διανύει το συσσωμάτωμα πάνω στην πλατφόρμα μέχρι να σταματήσει.

δ. Το διάστημα που διανύει η πλατφόρμα πάνω στο οριζόντιο επίπεδο μέσα στο ίδιο χρόνο.

ε. Ο χρόνος που διανύθηκαν τα προηγούμενα διαστήματα.

Απ: α. 1m/s , β. 20J , γ. 2m , δ. $0,4\text{m}$, ε. $0,8\text{s}$

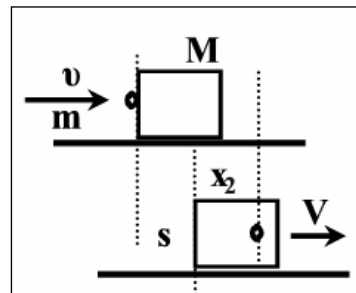
★Δ.3.26 Βλήμα μάζας $m=0,1\text{kg}$ συγκρούεται μετωπικά με ξύλινο πρίσμα μάζας $M=4,9\text{kg}$ που αρχικά ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο και δημιουργείται συσσωμάτωμα. Κατά τη διάρκεια της κρούσης, το βλήμα εισχωρεί μέσα στο πρίσμα κατά $d=1\text{m}$. Η δύναμη που ασκείται μεταξύ βλήματος και πρίσματος θεωρείται σταθερή. Να υπολογιστούν:



- Η ταχύτητα του συσσωματώματος μετά την κρούση.
- Η θερμότητα που εκλύθηκε λόγω κρούσης.
- Η δύναμη που ασκήθηκε μεταξύ των σωμάτων.
- Η μεταβολή της ορμής του κάθε σώματος.
- Η μετατόπιση του πρίσματος κατά τη διάρκεια της κρούσης.
- Το χρονικό διάστημα που χρειάστηκε το βλήμα για να εισχωρήσει μέσα στο πρίσμα.

α. 2m/s , β. 490J , γ. 490N , δ $-9,8\text{kgm/s}$, $+9,8\text{kgm/s}$, ε. $s=0,02\text{m}$, στ. $0,02\text{s}$

★Δ3.27 Βλήμα μάζας $m=1\text{kg}$ κινείται με οριζόντια ταχύτητα v και σφηνώνεται σε ξύλινο κύβο μάζας $M=4\text{kg}$, που αρχικά ηρεμεί πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Στην πρώτη περίπτωση ο κύβος είναι καλά στερεωμένος και διατηρείται ακλόνητος καθώς το βλήμα εισχωρεί μέσα του κατά $x_1=20\text{cm}$ και σταματάει. Στη δεύτερη περίπτωση ο κύβος βρίσκεται ακίνητος πάνω σε λείο οριζόντιο τραπέζι και το ίδιο βλήμα, που βάλλεται με τον ίδιο τρόπο εισχωρεί μέσα του κατά x_2 μέχρι να σταματήσει να κινείται ως προς αυτόν και να αποκτήσουν, βλήμα και κύβος, κοινή ταχύτητα. Η δύναμη αντίστασης του ξύλου στο βλήμα να θεωρηθεί ίδια και σταθερή και στις δύο περιπτώσεις.

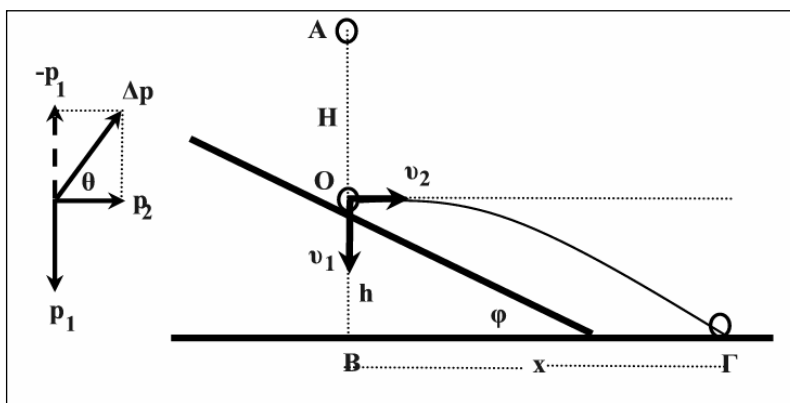


Να υπολογιστούν:

- Το μέτρο της δύναμης αντίστασης του ξύλου
- η κοινή ταχύτητα, V .
- Ο χρόνος, t , που χρειάστηκε για να αποκτήσουν την κοινή ταχύτητα
- το διάστημα s που μετακινήθηκε ο κύβος μέσα στο χρόνο t
- η μέγιστη διεύθυνση x_2 του βλήματος μέσα στον κύβο.

α. $F=2,5 \cdot 10^5\text{N}$, β. $V=20\text{m/s}$, γ. $t=32 \cdot 10^{-4}\text{s}$, δ. $s=0,032\text{m}$, ε. $x_2=0,16\text{m}$

★Δ.3.28 Σημείο Α βρίσκεται σε ύψος $H=3,2\text{m}$ πάνω από σημείο Ο λείου κεκλιμένου επιπέδου. Το Ο απέχει από το οριζόντιο έδαφος κατακόρυφη απόσταση $h=0,8\text{m}$. Από το Α αφήνουμε μια μπάλα μάζας $m=0,5\text{kg}$ να πέσει ελεύθερα και να συγκρουστεί με το κεκλιμένο. Μετά την κρούση η μπάλα αποκτά οριζόντια ταχύτητα $v_2=6\text{m/s}$ και στη συνέχεια βάλλεται οριζόντια και προσγειώνεται στο σημείο Γ του εδάφους. Να υπολογιστούν.



Να υπολογιστούν.

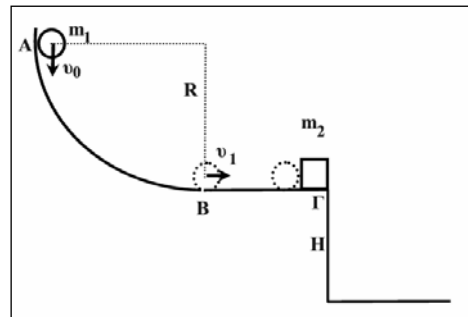
- Η ταχύτητα v_1 με την οποία η μπάλα φτάνει στο Ο.
- Το μέτρο και την κατεύθυνση της μεταβολής της ορμής της μπάλας λόγω κρούσης με το κεκλιμένο.
- Το ρυθμό μεταβολής της μπάλας λίγο πριν και λίγο μετά την κρούση με το κεκλιμένο.
- Την ταχύτητα με την οποία η μπάλα φτάνει στο οριζόντιο έδαφος.

ε. Αν η κρούση με το κεκλιμένο διαρκεί $\Delta t=0,2s$ να υπολογιστεί ο χρόνος που χρειάζεται για να πάει η μπάλα από το Α έως το Γ.

Δίνεται $g=10m/s^2$.

α. $8m/s$, β. $5kgm/s$, $\varepsilon\theta\varphi=4/3$, γ. $5N$, δ. $v_3=\sqrt{52}m/s$, $\varepsilon\varphi z=2/3$, ε. $t=1,4s$

► **Δ.3.29** Σώμα Σ_1 μάζας $m_1=2kg$ βάλλεται από το σημείο Α ενός λείου τεταρτοκυκλίου ακτίνας R προς τα κάτω με αρχική ταχύτητα $v_0=19m/s$. Το σώμα αφού διαγράψει το τόξο των 90° φτάνει στο σημείο Β με ταχύτητα μέτρου $v_1=20m/s$. Κατόπιν το σώμα Σ_1 κινούμενο στο λείο οριζόντιο επίπεδο ε_1 συγκρούεται με το σώμα Σ_2 μάζας $m_2=1kg$ που ηρεμεί στο σημείο Γ, με αποτέλεσμα τα δύο σώματα να εγκαταλείψουν το επίπεδο και να πέσουν σε ένα άλλο οριζόντιο επίπεδο ε_2 που βρίσκεται χαμηλότερα κατά $H=20m$. Το σώμα Σ_1 προσκρούει στο επίπεδο ε_2 σε απόσταση $20m$ από την κατακόρυφο που περνάει από το σημείο Γ.



Να υπολογιστούν:

α. Η ακτίνα R του τεταρτοκυκλίου.

β. Οι ταχύτητες των σωμάτων μετά την κρούση.

γ. Η απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων κατά την κρούση.

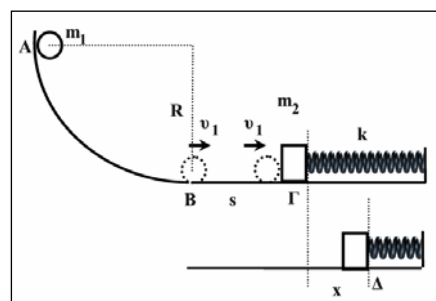
δ. Η ορμή του σώματος Σ_2 λίγο πριν συγκρουστεί με το επίπεδο ε_2 .

ε. Η απόσταση μεταξύ των δύο σωμάτων όταν βρεθούν στο επίπεδο ε_2 .

Δίνονται: $g=10m/s^2$, $\varphi=45^\circ$.

α. $R=1,95m$, β. $V_1=10m/s$, $V_2=20m/s$, γ. $\Delta E=100J$, δ. $p_2=20\sqrt{2}kgm/s$, $\varphi=45^\circ$, ε. $\Delta x=20m$

★ **Δ.3.30** Θεωρούμε κατακόρυφο τεταρτοκύκλιο ΑΒ, ακτίνας $R=2m$ που εφάπτεται στο κάτω άκρο του Β, με οριζόντιο δάπεδο. Σώμα μάζας $m_1=1kg$, αφήνεται να ολισθήσει κατά μήκος του τεταρτοκυκλίου από το άνω άκρο Α. Το σώμα περνάει από το σημείο Β με ταχύτητα $v_1=4m/s$ και συνεχίζει να κινείται χωρίς τριβές κατά μήκος της οριζόντιας εφαπτομένης του τεταρτοκυκλίου στο σημείο Β. Αφού διανύσει διάστημα ΒΓ στο λείο οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται μετωπικά με σώμα μάζας $m_2=5kg$, που είναι δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς $k=100N/m$. Το m_2 μετά την κρούση κινείται στο οριζόντιο επίπεδο με τριβές και σταματάει αφού διανύσει διάστημα $\Gamma\Delta=x=0,2m$. Ο συντελεστής τριβής στο τμήμα $\Gamma\Delta$ είναι $\mu=0,05$. Να υπολογιστούν:



α. Η θερμότητα που παράχθηκε λόγω τριβής κατά την καθοδική κίνηση του σώματος στο τεταρτοκύκλιο.

β. Οι ταχύτητες των δύο σωμάτων μετά την κρούση και το είδος της κρούσης.

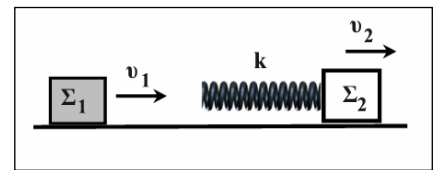
γ. Το ποσοστό (%) της αρχικής μηχανικής ενέργειας του σώματος m_1 που έγινε θερμότητα λόγω τριβών κατά την ολίσθηση των σωμάτων στα τμήματα ΑΒ και $\Gamma\Delta$.

δ. Το ποσοστό (%) της αρχικής μηχανικής ενέργειας του σώματος m_1 που έγινε θερμότητα λόγω κρούσης.

Ως στάθμη μηδενικής δυναμικής ενέργειας να θεωρηθεί το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από το Β. Δίνεται $g=10m/s^2$.

α. $12J$, β. $1m/s$, $-1m/s$, ανελαστική, γ. $62,5\%$, δ. 15%

★Δ.3.31 Σώμα Σ_1 μάζας $m_1=3\text{kg}$ ολισθαίνει χωρίς τριβές πάνω σε οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $v_1=6\text{m/s}$. Μπροστά απ' αυτό, άλλο σώμα Σ_2 μάζας $m_2=9\text{kg}$ ολισθαίνει στην ίδια κατεύθυνση και με ταχύτητα $v_2=2\text{m/s}$. Το σώμα Σ_2 φέρει πίσω του στερεωμένο οριζόντιο ελατήριο σταθεράς $k=100\text{N/m}$, αμελητέας μάζας. Κατά τη σύγκρουση που ακολουθεί το ελατήριο παραμορφώνεται τα σώματα πλησιάζουν και στην συνέχεια απομακρύνονται, μέχρι να αποκτήσει και πάλι το ελατήριο το φυσικό του μήκος. Τότε το σώμα Σ_1 σταματάει. Να υπολογιστούν:



- α. Η ταχύτητα των σωμάτων τη στιγμή που το ελατήριο έχει μέγιστη συσπίρωση.
- β. Η μέγιστη δυναμική ενέργεια που απορροφά το ελατήριο.
- γ. Η μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου.
- δ. Η ταχύτητα του σώματος Σ_2 όταν το ελατήριο επανέρχεται στο φυσικό του μήκος.
- ε. Οι ρυθμοί μεταβολής της ταχύτητας των σωμάτων στη θέση της μέγιστης συσπίρωσης.

α. 3m/s , β. 18J , γ. $0,6\text{m}$, δ. 4m/s , ε. -3m/s^2 , $20/3\text{ m/s}^2$