

1. Οριζόντια βολή

Ερωτήσεις Θεωρίας

Τι είναι η ελεύθερη πτώση:

Είναι η κίνηση που κάνει ένα σώμα αν αφεθεί ελεύθερο να κινηθεί κοντά στην επιφάνεια της Γης χωρίς την αντίσταση του αέρα. Είναι κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με την επιτάχυνση της βαρύτητας, g . Αν για $t=0$, είναι $v_0=0$ και $y_0=0$ τότε οι εξισώσεις ταχύτητας και θέσης είναι:

$$v=gt \quad \text{και} \quad y = \frac{1}{2}gt^2$$

Τι είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας, g :

Κάθε σώμα όταν πέφτει ελεύθερα από χαμηλό ύψος έχει σταθερή επιτάχυνση g , ανεξάρτητη από τη μάζα του. Η τιμή του g εξαρτάται από τη μάζα της Γης, αυξάνεται όσο μειώνεται το υψόμετρο, και επηρεάζεται από το γεωγραφικό πλάτος. Κοντά στην επιφάνεια της Γης έχει, στον ισημερινό τιμή $g_{\sigma}=9,78\text{m/s}^2$ ενώ στους πόλους $g_{\pi}=9,83\text{m/s}^2$. Σε γεωγραφικό πλάτος 45° είναι $g=9,81\text{m/s}^2$.

Τι είναι η κατακόρυφη βολή προς τα κάτω:

Είναι η κίνηση που κάνει ένα σώμα που ρίχνεται με αρχική ταχύτητα v_0 κατακόρυφα με φορά προς τα κάτω, κοντά στην επιφάνεια της Γης, χωρίς την αντίσταση του αέρα. Είναι κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με g .

Οι εξισώσεις της κατακόρυφης βολής προς τα κάτω: $v=v_0 + gt$ και $y=v_0t + \frac{1}{2}gt^2$

Τι είναι η κατακόρυφη βολή προς τα πάνω:

Είναι η κίνηση που κάνει ένα σώμα που ρίχνεται με αρχική ταχύτητα v_0 κατακόρυφα με φορά προς τα πάνω, κοντά στην επιφάνεια της Γης, χωρίς την αντίσταση του αέρα. Είναι κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη με $|a|=g$.

Οι εξισώσεις της κατακόρυφης βολής προς τα πάνω: $v=v_0 - gt$ και $y=v_0t - \frac{1}{2}gt^2$

Ο χρόνος ανόδου στο μέγιστο ύψος ($v=0$): $t_{av} = \frac{v_0}{g}$

Μέγιστο ύψος: $y_{\max} = \frac{v_0^2}{2g}$

Χρόνος επιστροφής στο σημείο βολής ($y=0$): $t_{ολ} = \frac{2v_0}{g}$

Ταχύτητα επιστροφής στο σημείο βολής: $v = v_0 - gt_{ολ} \rightarrow v = -v_0$

Τι λέει η αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων (αρχή της επαλληλίας)

Όταν ένα κινητό μετέχει ταυτόχρονα σε πολλές κινήσεις, τότε η κάθε μια από αυτές εξελίσσεται ανεξάρτητα από τις άλλες. Η θέση στην οποία φτάνει το κινητό σε χρόνο t είναι ίδια είτε οι κινήσεις εκτελούνται ταυτόχρονα είτε εκτελούνται διαδοχικά αλλά σε χρόνο t η κάθε μία.

Η μετατόπιση του κινητού σε ορισμένο χρονικό διάστημα ισούται με το διανυσματικό άθροισμα των μετατοπίσεων που οφείλονται στις επιμέρους κινήσεις.

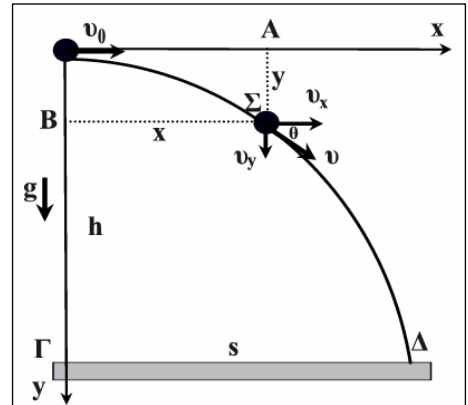
Η ταχύτητα και η επιτάχυνση του κινητού κάθε χρονική στιγμή ισούνται με το διανυσματικό άθροισμα των ταχυτήτων και των επιταχύνσεων που οφείλονται στις επιμέρους κινήσεις.

Τι είναι η οριζόντια βολή:

Είναι η κίνηση που κάνει ένα σώμα το οποίο βάλλεται με οριζόντια ταχύτητα v_0 από σημείο κοντά στην επιφάνεια της Γης, αν αγνοήσουμε την αντίσταση του αέρα.

Η οριζόντια βολή είναι σύνθετη κίνηση. Το σώμα μετέχει ταυτόχρονα δύο κινήσεων. Η μια είναι ευθύγραμμη και ομαλή με την αρχική ταχύτητα v_0 σε οριζόντια διεύθυνση. Η άλλη είναι ομαλά επιταχυνόμενη με επιτάχυνση g χωρίς αρχική ταχύτητα σε κατακόρυφη διεύθυνση (ελεύθερη πτώση).

Το σώμα θα βρεθεί σε μια θέση Σ μετά από χρόνο t από τη στιγμή που βλήθηκε. Στην ίδια θέση θα βρεθεί αν κάνει πρώτα μια ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με v_0 και βρεθεί στη θέση A μετά από χρόνο t και μετά μια ελεύθερη πτώση επί χρόνο t και βρεθεί τελικά στο Σ .



Η μελέτη της οριζόντια βολής:

Για τη μελέτη θεωρούμε ένα ορθογώνιο σύστημα αναφοράς με ένα άξονα Ox οριζόντιο και ένα Oy κατακόρυφο. Ως αρχή O του συστήματος (Ox, Oy) θεωρούμε το σημείο βολής.

Στον άξονα Ox : (ευθύγραμμη ομαλή, $a_x=0$)

$$v_x=v_0, \quad (1) \quad x=v_0 \cdot t \quad (2)$$

Στον άξονα Oy : (ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με $a_y=g$)

$$v_y=g \cdot t, \quad (3) \quad y=\frac{1}{2}gt^2 \quad (4)$$

Με τη χρήση των 4 εξισώσεων μπορούμε να βρούμε οποιοδήποτε κινηματικό μέγεθος θέλουμε σε οποιοδήποτε σημείο της τροχιάς, αρκεί να γνωρίζουμε, εκτός των v_0 και g , ένα ακόμα μέγεθος, πχ, t , v_y , $\vec{v}$, x , y .

Η ταχύτητα κάθε χρονική στιγμή είναι: $\vec{v}=\vec{v}_x+\vec{v}_y$

με μέτρο

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2} \quad (5)$$

και κατεύθυνση θ

$$\epsilon\phi\theta=\frac{v_y}{v_x} \quad (6)$$

Βασικό πρόβλημα οριζόντιας βολής.

Το σώμα βάλλεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα v_0 από ύψος h πάνω από το οριζόντιο έδαφος. Προσγειώνεται στο σημείο Δ μετά από χρόνο t και σε οριζόντια απόσταση s (βεληνεκές) με ταχύτητα v . Να υπολογιστούν τα t , s , $\vec{v}$. Δίνεται το g .

Στο σημείο προσεδάφισης Δ έχει $y=h$. Άρα από: $y = \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow h = \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

Το βεληνεκές s είναι η οριζόντια απόσταση του ίχνους Γ της καθέτου από το σημείο O προς το έδαφος και του σημείου προσεδάφισης, Δ . Δηλαδή $s=x_\Delta = (\Gamma\Delta)$

Από $x=v_x t \rightarrow s=v_0 t \rightarrow s=v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}$

Στο Δ το σώμα έχει δύο ταχύτητες με μέτρα: $v_x=v_0$ και $v_y=gt$

Η ολική ταχύτητα στο Δ έχει μέτρο: $v_\Delta = \sqrt{v_{x,\Delta}^2 + v_{y,\Delta}^2} = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2} \rightarrow v_\Delta = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$

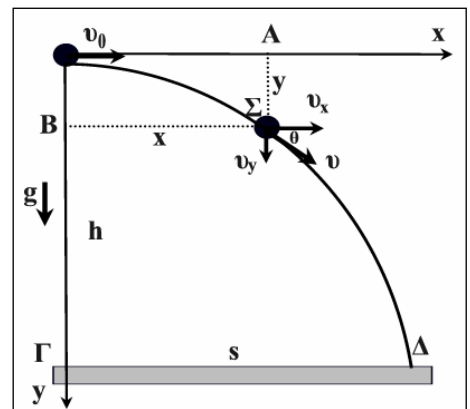
Η ταχύτητα $\vec{v}$ σχηματίζει γωνία θ με το έδαφος: $\epsilon\phi\theta = \frac{v_{y,\Delta}}{v_{x,\Delta}} \rightarrow \epsilon\phi\theta = \frac{gt}{v_0}$

Ποια είναι η μορφή της καμπύλης που διαγράφει το σώμα στην οριζόντια βολή;

Για να το ανακαλύψουμε πρέπει να κατασκευάσουμε την εξίσωση της τροχιάς και να δούμε τη μορφή της. Για αν γίνει αυτό απαλείφουμε το χρόνο t μεταξύ των εξισώσεων $x=v_0 t$ και $y = \frac{1}{2}gt^2$.

Άρα $t = \frac{x}{v_0}$ και $y = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}g \left(\frac{x}{v_0}\right)^2 \rightarrow y = \frac{g}{2v_0^2} x^2$

Η σχέση αυτή είναι δευτέρου βαθμού ως προς x και συνεπώς παριστά **παραβολή** ($y=\lambda x^2$).



Προσοχή:

1. Ο χρόνος, $t = \sqrt{2h/g}$, που χρειάζεται για να φτάσει το σώμα στο έδαφος δεν εξαρτάται από την αρχική ταχύτητα v_0 . Εξαρτάται από το g και το ύψος βολής h .
2. Το βεληνεκές είναι ανάλογο του χρόνου βολής t και της αρχικής ταχύτητας, v_0 . Άρα επηρεάζεται και από το ύψος, h .
3. Το μέτρο της ταχύτητας προσεδάφισης μπορεί να υπολογιστεί και από την ΑΔΜΕ $\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh = \frac{1}{2}mv^2$.
4. Σε κάθε οριζόντια βολή γράφε όλες τις εξισώσεις (6) και ψάχνε να βρεις πρώτα το χρόνο t πτώσης. Τα δεδομένα σου δείχνουν σε ποια εξίσωση να πας πρώτα. Μετά όλα είναι εύκολα.

ΘΕΜΑΤΑ Α

A.1.1 Η οριζόντια βολή

- α. είναι μια ευθύγραμμη ομαλή κίνηση
- β. είναι σύνθετη κίνηση αποτελούμενη από μια οριζόντια ομαλή κίνηση και μια ελεύθερη πτώση
- γ. είναι σύνθετη κίνηση αποτελούμενη από μια οριζόντια ομαλή κίνηση και μια κατακόρυφη βολή προς τα κάτω
- δ. είναι σύνθετη κίνηση αποτελούμενη από μια οριζόντια ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση και μια ελεύθερη πτώση

A.1.2 Σύμφωνα με την αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων (αρχή της επαλληλίας) όταν ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο ή περισσότερες κινήσεις

- α. Η συνολική μετατόπιση ισούται με το άθροισμα των απόλυτων τιμών των μετατοπίσεων λόγω των επιμέρους κινήσεων
- β. Η κάθε κίνηση εκτελείται σε άμεση και διαρκή εξάρτηση από την άλλη
- γ. Η θέση στην οποία φτάνει το σώμα σε χρόνο t , είναι ίδια είτε οι κινήσεις εκτελούνται μαζί είτε εκτελούνται χωριστά στον ίδιο χρόνο t η κάθε μία.
- δ. η ταχύτητα μετά χρόνο t ισούται με το αλγεβρικό άθροισμα των ταχυτήτων που αποκτά το σώμα λόγω των επιμέρους κινήσεων.

A.1.3 Στην οριζόντια βολή στο ομογενές πεδίο βαρύτητας, η τροχιά του σώματος είναι:

- α. οριζόντια και ευθύγραμμη
- β. κατακόρυφη και ευθύγραμμη
- γ. τυχαία καμπύλη
- δ. παραβολική.

A.1.4 Η οριζόντια βολή στο ομογενές πεδίο βαρύτητας είναι κίνηση που πραγματοποιείται σε

- α. κατακόρυφο επίπεδο
- β. οριζόντιο άξονα
- γ. κατακόρυφο άξονα
- δ. οριζόντιο επίπεδο

A.1.5 Η οριζόντια βολή στο ομογενές πεδίο βαρύτητας είναι σύνθετη κίνηση που μπορεί να αναλυθεί σε δύο κινήσεις οι οποίες είναι:

- α. ομαλά επιταχυνόμενες σε κάθε άξονα.
- β. ομαλή στον οριζόντιο άξονα και ελεύθερη πτώση στον κατακόρυφο.
- γ. ομαλή και στους δύο άξονες.
- δ. ελεύθερη πτώση στον κατακόρυφο άξονα και ομαλά επιβραδυνόμενη στον οριζόντιο.

A.1.6 Σώμα βάλλεται οριζόντια από ύψος h με αρχική ταχύτητα u_0 .

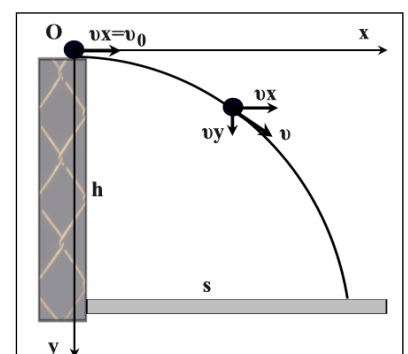
Ο χρόνος που χρειάζεται μέχρι να φτάσει στο έδαφος είναι:

- α. ανάλογος του ύψους h .
- β. ανεξάρτητος της τιμής του g .
- γ. ανάλογος της u_0
- δ. ανεξάρτητος της u_0 .

A.1.7 Σώμα βάλλεται οριζόντια από ύψος h με αρχική ταχύτητα u_0 .

Το βεληνεκές, s , είναι:

- α. ανάλογο της u_0 .
- β. ανεξάρτητο της u_0 .



- β. ανεξάρτητο του ύψους h .
 δ. ανεξάρτητο του g .

A.1.8 Σώμα βάλλεται οριζόντια από ύψος h με αρχική ταχύτητα u_0 και προσγειώνεται μετά από χρόνο t . Το μέτρο της ταχύτητας με την οποία προσγειώνεται στο έδαφος είναι:

α. $v = \sqrt{u_0^2 + gt}$ β. $v = u_0$, γ. $v = \sqrt{u_0^2 + g^2 t^2}$ δ. $v < u_0$

A.1.9 Από σημείο O που βρίσκεται σε ύψος h πάνω από το οριζόντιο έδαφος αφήνουμε μια μικρή σφαίρα σ_1 και ταυτόχρονα βάλουμε από το ίδιο σημείο οριζόντια μια άλλη σφαίρα σ_2 με αρχική ταχύτητα u_0 . Η σ_1 κάνει χρόνο t_1 και η σ_2 χρόνο t_2 για να φτάσουν στο έδαφος. Για τους χρόνους ισχύει:

α. $t_1 > t_2$ β. $t_1 = 2t_2$ γ. $t_2 > t_1$ δ. $t_2 = t_1$

A.1.10 Από σημείο O που βρίσκεται σε ύψος h πάνω από το οριζόντιο έδαφος βάλουμε οριζόντια δύο σφαίρες σ_1 και σ_2 με αρχικές ταχύτητες u_0 και $2u_0$ αντιστοίχως. Η σ_1 κάνει χρόνο t_1 να φτάσει στο έδαφος και βεληνεκές s_1 ενώ η σ_2 κάνει χρόνο t_2 και βεληνεκές s_2 και γι αυτά τα στοιχεία ισχύει

α. $t_1 = t_2$ & $s_1 = s_2$ β. $t_1 = t_2$ & $s_2 = 2s_1$ γ. $t_1 > t_2$ & $s_1 > s_2$ δ. $t_1 = t_2$ & $s_1 = 2s_2$

A.1.11 Σε μια οριζόντια βολή από ύψος h με αρχική ταχύτητα u_0 , χωρίς αντιστάσεις από τον αέρα, η ταχύτητα, v με την οποία το σώμα προσγειώνεται σε οριζόντιο έδαφος είναι

α. $v = \sqrt{u_0^2 + 2gh}$ β. $v = u_0$ γ. $v = \sqrt{2gh}$ δ. $v = \sqrt{u_0^2 - 2gh}$

A.1.12 Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 βάλλονται ταυτόχρονα οριζόντια με την ίδια αρχική ταχύτητα u_0 από σημεία που απέχουν από το έδαφος ύψη h_1 και h_2 με $h_1 > h_2$.

- α. Τα σώματα πέφτουν ταυτόχρονα στο έδαφος
 β. Το Σ_1 φτάνει στο έδαφος με μικρότερη ταχύτητα από το Σ_2
 γ. Το Σ_2 πέφτει γρηγορότερα στο έδαφος αλλά κάνει μικρότερο βεληνεκές από το Σ_1 .
 δ. Τα σώματα κάνουν το ίδιο βεληνεκές.

A.1.13 Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 με μάζες m_1 , m_2 , $m_1 > m_2$, βάλλονται οριζόντια στον ίδιο τόπο, το μεν Σ_1 από ύψος h με αρχική ταχύτητα u_0 , το δε Σ_2 από ύψος $4h$ με αρχική ταχύτητα $2u_0$. Για τους χρόνους πτήσης και τα βεληνεκά ισχύει:

α. $t_1 = t_2$ και $s_2 = 2s_1$ β. $t_2 = 2t_1$ και $s_2 = 4s_1$ γ. $t_2 = 2t_1$ και $s_2 = 2s_1$

A.1.14 Δύο σώματα σ_1 και σ_2 με μάζες $m_1 > m_2$ βάλλονται οριζόντια στο κενό από το ίδιο ύψος, h με ταχύτητες $u_{0,1} > u_{0,2}$. Στο έδαφος

- α. πρώτο φτάνει το βαρύτερο
 β. φτάνουν ταυτόχρονα και με ίδιο βεληνεκές
 γ. φτάνουν ταυτόχρονα με το σ_1 να έχει μεγαλύτερο βεληνεκές και μεγαλύτερη ταχύτητα
 δ. φτάνουν ταυτόχρονα με το σ_2 να έχει μεγαλύτερο βεληνεκές και μικρότερη ταχύτητα

A.1.15 Από ένα αεροπλάνο που πετά οριζόντια με ταχύτητα, v_0 σε μικρό ύψος h αφήνεται ένα μικρό δέμα που κινείται χωρίς να δέχεται την αντίσταση του αέρα. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;

- α. Ο πιλότος βλέπει το δέμα συνεχώς στην ίδια κατακόρυφο με το αεροπλάνο
- β. Το δέμα κάνει ελεύθερη πτώση
- γ. Το δέμα κάνει οριζόντια βολή με αρχική ταχύτητα, v_0
- δ. Όταν το δέμα προσγειώνεται το αεροπλάνο έχει διανύσει μεγαλύτερη οριζόντια απόσταση από αυτό.
- ε. Ο χρόνος που χρειάζεται το δέμα για αν πέσει στο έδαφος είναι ανεξάρτητος από την ταχύτητα του αεροπλάνου.

A.1.16. Σώμα βάλλεται οριζόντια από σημείο O που βρίσκεται σε ύψος h με αρχική ταχύτητα v_0 μέσα στο ομογενές πεδίο βαρύτητας στο οποίο η επιτάχυνση είναι g . Θεωρούμε ότι η κίνηση γίνεται σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων (xOy). Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;

- α. Η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας είναι συνεχώς ίση με v_0 .
- β. Η κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας είναι ανάλογη του χρόνου πτήσης t .
- γ. Η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει κατεύθυνση εφαπτομένη της τροχιάς του σώματος.
- δ. Η ταχύτητα αυξάνεται μόνο κατά τον άξονα Oy και με σταθερό ρυθμό.

A.1.17 Σώμα βάλλεται οριζόντια από σημείο O που βρίσκεται σε ύψος h με αρχική ταχύτητα v_0 μέσα στο πεδίο βαρύτητας στο οποίο η επιτάχυνση είναι g . Θεωρούμε ότι η κίνηση γίνεται σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων (xOy). Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;

- α. Η οριζόντια απομάκρυνση x είναι ανάλογη του χρόνου t .
- β. Η κατακόρυφη απομάκρυνση y είναι ανάλογη του χρόνου t .
- γ. Το βεληνεκές εξαρτάται μόνο από την αρχική ταχύτητα v_0 .
- δ. Η κατεύθυνση της ταχύτητα v είναι συνεχώς η ίδια.
- ε. Το βεληνεκές αυξάνεται με το ύψος της βολής.

A.1.18 Σώμα βάλλεται οριζόντια από ύψος h με αρχική ταχύτητα v_0 . Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι g . Σε μια τυχαία χρονική στιγμή t οι συντεταγμένες του είναι x και y στο ορθογώνιο σύστημα αξόνων xOy . Η τεταγμένη y είναι:

- α. συνάρτηση της x
- β. συνάρτηση της x^2
- γ. συνάρτηση της x^2 και ανεξάρτητη της v_0
- δ. ανεξάρτητη της x .

A.1.19 Σώμα βάλλεται οριζόντια στο κενό με αρχική ταχύτητα, v_0 . Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές; Καθώς το σώμα πέφτει

- α. η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας αυξάνεται
- β. η τεταγμένη του, y είναι ανάλογη του t^2
- γ. η τετμημένη του, x είναι ανάλογη του t
- δ. η ταχύτητά του έχει σταθερή διεύθυνση
- ε. η μηχανική του ενέργεια διατηρείται σταθερή.
- στ. Η τροχιά που διαγράφει είναι παραβολική.
- ζ. Η γωνία κλίσης της ταχύτητας σε σχέση με την κατακόρυφο αυξάνεται
- η. Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας είναι ανάλογος του χρόνου, t

ΘΕΜΑΤΑ Β

B.1.1 Μια σφαίρα εκτοξεύεται οριζόντια στο κενό από το ίδιο ύψος, h , ως προς το έδαφος δύο φορές με διαφορετικές αρχικές ταχύτητες v_0 και $2v_0$, αντίστοιχα. Αν οι χρόνοι για να φτάσει στο έδαφος είναι t_1 και t_2 και τα βεληνεκή s_1 και s_2 τότε ισχύει:

α. $t_1=t_2$ και $s_1=s_2$

β. $t_2=2t_1$ και $s_2=2s_1$

γ. $t_1=t_2$ και $s_2=2s_1$

δ. $t_1=2t_2$ και $s_2=2s_1$

B.1.2 Δύο σφαίρες εκτοξεύονται οριζόντια στο κενό με την ίδια αρχική ταχύτητα, v_0 , από ύψη $h_1=h$ και $h_2=16h$ που βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφο. Αν τα βεληνεκή είναι s_1 και s_2 τότε η σχέση που τα συνδέει είναι:

α. $s_1=s_2$

β. $s_1=4s_2$

γ. $s_2=2s_1$

δ. $s_2=4s_1$

B.1.3 Δύο σφαίρες Α και Β εκτοξεύονται οριζόντια στο κενό με αρχικές ταχύτητες, v_A και v_B από ύψη h_1 και h_2 που βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφο. Αν τα βεληνεκή είναι ίδια και η σχέση των υψών $4h_1=9h_2$ τότε η σχέση που συνδέει τις ταχύτητες είναι:

α. $\frac{v_A}{v_B} = \frac{2}{3}$

β. $\frac{v_A}{v_B} = \frac{1}{9}$

γ. $\frac{v_A}{v_B} = \frac{3}{4}$

δ. $\frac{v_A}{v_B} = \frac{1}{3}$

B.1.4 Σώμα βάλλεται οριζόντια στο κενό με αρχική ταχύτητα v_0 από το σημείο Ο που είναι η αρχή του ορθογωνίου συστήματος αξόνων. Κάποια στιγμή που το μέτρο της ταχύτητας είναι $v=\sqrt{5}v_0$ οι συντεταγμένες της θέσης του σώματος είναι:

α. $x=v_0^2/g$ και $y=v_0^2/2g$

β. $x=2v_0^2/g$ και $y=v_0^2/2g$

γ. $x=v_0^2/g$ και $y=2v_0^2/g$

δ. $x=2v_0^2/g$ και $y=2v_0^2/g$

B.1.5 Σώμα βάλλεται οριζόντια στο κενό με αρχική κινητική ενέργεια K_0 από το σημείο Ο που είναι η αρχή του ορθογωνίου συστήματος αξόνων. Κάποια χρονική στιγμή t οι συντεταγμένες της θέσης του είναι x και y με $x=2y$. Η κινητική ενέργεια K εκείνη τη στιγμή θα είναι:

α. $K=2K_0$

β. $K=4K_0$

γ. $K=\sqrt{2}K_0$

δ. $K=\frac{1}{2}K_0$

B.1.6 Μια σφαίρα βάλλεται από την αρχή Ο του συστήματος αξόνων xOy , οριζόντια στο κενό με αρχική ταχύτητα v_0 . Κάποια χρονική στιγμή t οι συντεταγμένες της σφαίρας είναι $x=600\text{m}$ και $y=500\text{m}$. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$. Η αρχική ταχύτητα είναι

α. $v_0=60\text{m/s}$

β. $v_0=100\text{m/s}$

γ. $v_0=600\text{m/s}$

δ. $v_0=20\text{m/s}$

B.1.7 Από σημείο Ο που βρίσκεται σε ύψος h πάνω από το οριζόντιο έδαφος αφήνουμε μια μικρή σφαίρα σ_1 και ταυτόχρονα βάλλουμε από το ίδιο σημείο οριζόντια μια άλλη σφαίρα σ_2 με αρχική ταχύτητα v_0 . Οι αντιστάσεις του αέρα θεωρούνται αμελητέες.

I. Οι σφαίρες πέφτουν στο έδαφος

α. ταυτόχρονα.

β. σε διαφορετικούς χρόνους με πρώτη τη σ_1 .

γ. σε διαφορετικούς χρόνους με πρώτη τη σ_2 .

II. Αν οι σφαίρες προσγειώνονται με ταχύτητες μέτρων v_1 και v_2 ισχύει:

α. $v_1=v_2$

β. $v_1>v_2$

γ. $v_1<v_2$

B.1.8 Σώμα βάλλεται οριζόντια στο κενό από ύψος h πάνω από το οριζόντιο έδαφος. Στο σημείο βολής η κινητική ενέργεια του σώματος είναι διπλάσια από τη δυναμική, $K=2U$. Ως στάθμη μηδενικής δυναμικής ενέργειας να θεωρηθεί το έδαφος. Η σχέση που συνδέει το ύψος h και το βεληνεκές s είναι

α. $s=2h$

β. $s=2\sqrt{2}h$

γ. $s=4h$

δ. $s=h$

B.1.9 Σώμα βάλλεται οριζόντια στο κενό από ύψος h πάνω από το οριζόντιο έδαφος και όταν προσεδαφίζεται το βεληνεκές είναι s . Κάποια χρονική στιγμή t_1 βρίσκεται σε θέση όπου η οριζόντια μετατόπιση είναι s_1 και το ύψος του $h_1=15h/16$. Η σχέση που συνδέει τα s και s_1 είναι:

α. $s=2s_1$

β. $s=8s_1$

γ. $s=4s_1$

δ. $s=16s_1$

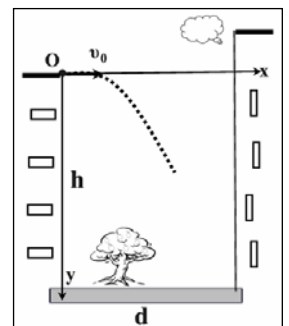
•**B.1.10** Μια πέτρα βάλλεται στο κενό από σημείο Ο με αρχική ταχύτητα $v_0=10\text{m/s}$. Το σημείο Ο απέχει από το έδαφος απόσταση $h=45\text{m}$ και από τον απέναντι κατακόρυφο τοίχο οριζόντια απόσταση $d=20\text{m}$. Ο χρόνος που χρειάζεται από τη στιγμή που βλήθηκε μέχρι να συναντήσει είτε το έδαφος είτε τον τοίχο είναι:

α. $\Delta t=1\text{s}$

β. $\Delta t=2\text{s}$

γ. $\Delta t=3\text{s}$

δ. $\Delta t=4\text{s}$

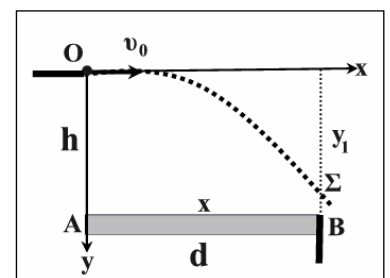


•**B.1.11** Μια σφαίρα βάλλεται στο κενό από σημείο Ο με αρχική ταχύτητα v_0 . Το σημείο Ο βρίσκεται σε ύψος h από οριζόντιο πλάτωμα ΑΒ, μήκους d . Οι τιμές της ταχύτητας v_0 για τις οποίες η σφαίρα δεν θα χτυπήσει στο οριζόντιο πλάτωμα είναι:

α. $v_0 > d\sqrt{\frac{g}{2h}}$

β. $v_0 > 2d\sqrt{\frac{g}{2h}}$

γ. $v_0 > d\sqrt{\frac{g}{h}}$



B.1.12 Σώμα βάλλεται οριζόντια από ύψος h με αρχική ταχύτητα v_0 . Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι g . Σε μια τυχαία χρονική στιγμή t οι συντεταγμένες του είναι x και y στο ορθογώνιο σύστημα αξόνων xOy . Η σχέση των x και y είναι:

α. $y = \frac{gx^2}{2v_0^2}$

β. $y = \frac{gx^2}{4v_0^2}$

γ. $y = \frac{gx^2}{v_0^2}$

δ. $y = \frac{gx^2}{2v_0^2}$

B.1.13 Σώμα βάλλεται οριζόντια από ύψος h με αρχική ταχύτητα v_0 και προσγειώνεται μετά από χρόνο t . Το διάνυσμα της ταχύτητας με την οποία προσγειώνεται σχηματίζει γωνία θ με το οριζόντιο έδαφος. Για τη γωνία θ , ισχύει ότι:

$$\alpha. \varepsilon\phi\theta = \frac{g}{v_0} \sqrt{\frac{h}{g}}$$

$$\beta. \varepsilon\phi\theta = 2 \frac{g}{v_0} \sqrt{\frac{h}{g}}$$

$$\gamma. \varepsilon\phi\theta = \frac{1}{v_0} \sqrt{2gh}$$

B.1.14 Σώμα βάλλεται στο κενό οριζόντια με αρχική ταχύτητα, v_0 . Κάποια στιγμή t που η οριζόντια και κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας είναι ίσες οι συντεταγμένες του σώματος είναι x και y . Ο λόγος x/y είναι

$$\alpha. 2$$

$$\beta. \frac{1}{2}$$

$$\gamma. \frac{1}{4}$$

$$\delta. 4$$

B.1.15 Σώμα βάλλεται οριζόντια στο κενό από ύψος h πάνω από το έδαφος με αρχική ταχύτητα v_0 . Το σώμα προσγειώνεται με ταχύτητα διπλάσιου μέτρου και τότε ισχύει:

$$\alpha. h=2v_0^2/3g$$

$$\beta. h=v_0^2/2g$$

$$\gamma. h=3v_0^2/2g$$

$$\delta. h=v_0^2/3g$$

B.1.16 Σώμα βάλλεται οριζόντια στο κενό. Στο σημείο βολής η δυναμική ενέργεια βαρύτητας είναι ίση με την κινητική, $K=U$. Ως στάθμη μηδενικής δυναμικής ενέργειας να θεωρηθεί το έδαφος. Αν το σώμα βάλλεται από ύψος h και το βεληνεκές είναι d ισχύει

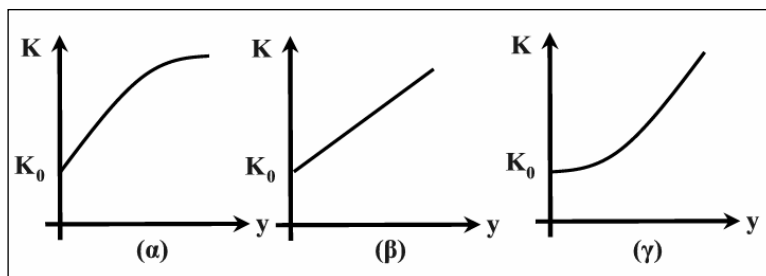
$$\alpha. d=h$$

$$\beta. d=2h$$

$$\gamma. h=2d$$

$$\delta. h=4d$$

B.1.17 Σώμα βάλλεται οριζόντια από ύψος h με αρχική κινητική ενέργεια K_0 . Η κινητική ενέργεια K σε μια τυχαία θέση μεταβάλλεται σε σχέση με την κατακόρυφη μετατόπιση y από το σημείο βολής σύμφωνα με τη γραφική παράσταση,



B.1.18 Σώμα όταν εκτοξεύεται οριζόντια από ύψος $h_1=h$ με αρχική ταχύτητα v_0 , όταν φτάνει στο έδαφος έχει διανύσει οριζόντια απόσταση s . Αν με την ίδια ταχύτητα v_0 διανύει τετραπλάσια οριζόντια απόσταση, πρέπει να βάλλεται από ύψος

$$\alpha. h_2=2h$$

$$\beta. h_2=4h$$

$$\gamma. h_2=8h$$

$$\delta. h_2=16h$$

B.1.19 Σώμα εκτοξεύεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα v_0 . Τη χρονική στιγμή t_1 που το μέτρο της ταχύτητάς του είναι $v=v_0\sqrt{3}$ η οριζόντια μετατόπιση είναι

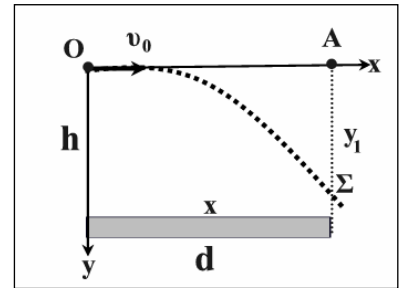
$$\alpha. x_1 = \frac{v_0^2}{g} \sqrt{2}$$

$$\beta. x_1 = \frac{v_0^2}{2g}$$

$$\gamma. x_1 = \frac{v_0^2}{4g}$$

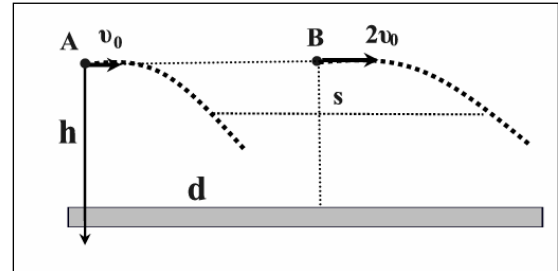
$$\delta. x_1 = \frac{2v_0^2}{g}$$

•**B.1.20** Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 βρίσκονται στα σημεία Ο και Α αντιστοίχως που είναι στο ίδιο ύψος h και απέχουν οριζόντια απόσταση, d . Το σώμα Σ_1 βάλλεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα v_0 ενώ το Σ_2 αφήνεται ταυτόχρονα ελεύθερο και χωρίς αρχική ταχύτητα. Για να συναντηθούν τα σώματα πρέπει να ισχύει



α. $v_0 \geq 3d\sqrt{\frac{g}{2h}}$ β. $v_0 \geq 2d\sqrt{\frac{g}{2h}}$ γ. $v_0 \geq d\sqrt{\frac{g}{2h}}$

►**B.1.21.** Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 ίσων μαζών βάλλονται οριζόντια και ταυτόχρονα από τα σημεία Α και Β που βρίσκονται στο ίδιο ύψος με αρχικές ταχύτητες v_0 και $2v_0$ αντιστοίχως. Τα σημεία βολής απέχουν απόσταση $AB=d$.



I. Η μεταξύ τους οριζόντια απόσταση s

- α. Μένει σταθερή $s=d$
 β. Αυξάνεται με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση $s=d+v_0t$
 γ. Αυξάνεται με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση $s=d+2v_0t$
 δ. Αυξάνεται με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση $s=v_0t$

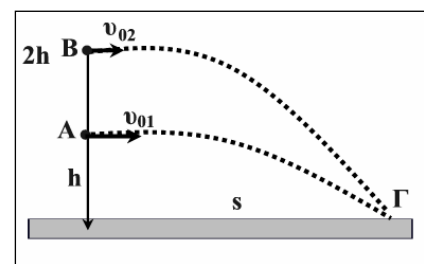
II. Οι σχέσεις των κινητικών και δυναμικών ενεργειών των δύο σωμάτων κάθε χρονική στιγμή, είναι:

α. $K_1=K_2$ και $U_1=U_2$ β. $K_1<K_2$ και $U_1=U_2$ γ. $K_1<K_2$ και $U_1<U_2$

►**B.1.22** Σώμα μάζας m βάλλεται στο κενό, οριζόντια με αρχική ταχύτητα v_0 σε ομογενές πεδίο βαρύτητας με επιτάχυνση, g . Οι στιγμιαίοι ρυθμοί μεταβολής της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας του σώματος είναι:

α. $\frac{dK}{dt} = mg^2t$ $\frac{dU}{dt} = -mg^2t$ β. $\frac{dK}{dt} = mg^2t^2$ $\frac{dU}{dt} = -mg^2t^2$
 γ. $\frac{dK}{dt} = \frac{1}{2}mg^2t$ $\frac{dU}{dt} = -\frac{1}{2}mg^2t$ δ. $\frac{dK}{dt} = 2mg^2t$ $\frac{dU}{dt} = -2mg^2t$

►**B.1.23** Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 , ίσης μάζας βάλλονται οριζόντια από τα σημεία Α και Β που βρίσκονται σε ύψη $h_1=h$ και $h_2=2h$ με ταχύτητες v_{01} και v_{02} αντιστοίχως. Τα σώματα προσγειώνονται στο ίδιο σημείο, Γ του εδάφους.



I. Η σχέση των αρχικών ταχυτήτων τους είναι:

α. $v_{01}=2v_{02}$ β. $v_{01}=4v_{02}$ γ. $v_{01}=2v_{02}$ δ. $v_{01}=\sqrt{2}v_{02}$

II. Αν η αρχική ταχύτητα του Σ_2 είναι: $v_{02}=\sqrt{gh}$ τότε ο λόγος των κινητικών του ενεργειών όταν προσγειώνονται είναι

α. $\frac{K_1}{K_2} = \frac{2}{5}$ β. $\frac{K_1}{K_2} = \frac{3}{4}$ γ. $\frac{K_1}{K_2} = \frac{1}{2}$ δ. $\frac{K_1}{K_2} = \frac{4}{5}$

► **B.1.24** Μέσα σε τρένο που κινείται με σταθερή ταχύτητα, ο Μίμης στέκεται όρθιος και κρατάει μια μπάλα. Κάποια στιγμή την αφήνει να πέσει χωρίς αρχική ταχύτητα (ως προς το τρένο) πάνω ακριβώς από τις μύτες των ποδιών του. Η μπάλα θα συναντήσει το πάτωμα του τρένου

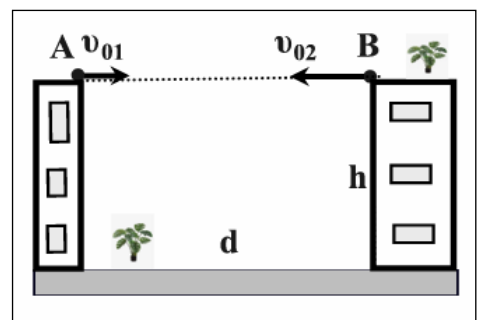
- α. πίσω από τα πόδια του Μίμη
- β. μπροστά από τα πόδια του Μίμη
- γ. ακριβώς στα πόδια του Μίμη.
- δ. κάπου που εξαρτάται από την τιμή της ταχύτητας του τρένου.

• **B.1.25** Από την ταράτσα κτιρίου ύψους h βάλλεται οριζόντια μια πέτρα με ταχύτητα v_0 . Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος θα γίνει ίσο με $2v_0$, μετά από χρόνο

- α. $\Delta t = v_0 \frac{\sqrt{3}}{g}$
- β. $\Delta t = 2v_0 \frac{\sqrt{3}}{g}$
- γ. $\Delta t = v_0 \frac{\sqrt{2}}{g}$
- δ. $\Delta t = 3v_0 \frac{\sqrt{2}}{g}$

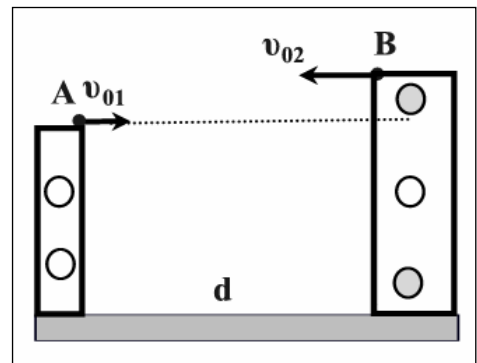
► **B.1.26** Από τα σημεία A και B της ταράτσας δύο κτηρίων του ίδιου ύψους βάλλονται οριζόντια και ταυτόχρονα δύο σώματα, με ταχύτητες $v_{01}=30\text{m/s}$ και $v_{02}=50\text{m/s}$. Η απόσταση των κτηρίων είναι $d=160\text{m}$. Το ελάχιστο ύψος των κτηρίων ώστε να γίνει συνάντηση των σωμάτων είναι:

- α. 5m
- β. 10m
- γ. 20m
- δ. 40m



► **B.1.27** Από τα σημεία A και B της ταράτσας δύο κτηρίων διαφορετικού ύψους βάλλονται οριζόντια και ταυτόχρονα δύο σώματα τα οποία

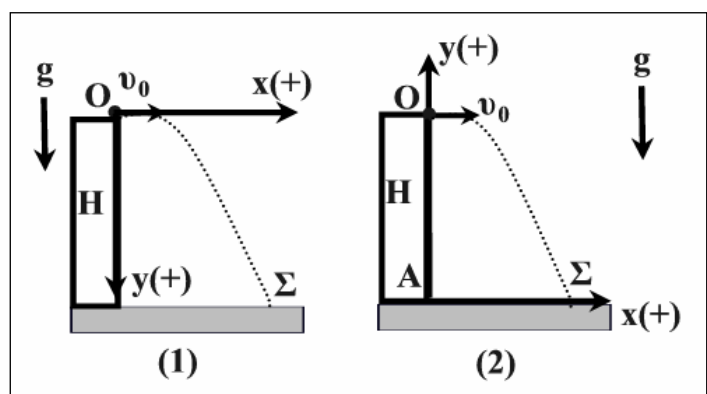
- α. μπορούν να συναντηθούν πριν πέσουν στο έδαφος.
- β. είναι αδύνατον να συναντηθούν.
- γ. είναι αδύνατον να συναντηθούν παρά μόνο στην περίπτωση που έχουν αρχικές ταχύτητες ίσου μέτρου.
- δ. μπορούν να συναντηθούν αν ριχτούν με κατάλληλες ταχύτητες



★ **B.1.28** Από ένα παράθυρο που βρίσκεται στη θέση O και σε ύψος $H=20\text{m}$ από το έδαφος, εκτοξεύεται οριζόντια σώμα με αρχική ταχύτητα $v_0=10\text{m/s}$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$. Να γραφούν οι εξισώσεις κίνησης και να υπολογιστεί ο χρόνος προσγείωσης με σύστημα ορθογωνίων αξόνων:

I. που έχει ως αρχή το σημείο O και θετικά κάτω και δεξιά

II. που έχει ως αρχή το σημείο A στη βάση του κτηρίου και θετικά πάνω και δεξιά.



ΘΕΜΑΤΑ Γ

Γ.1.1 Σώμα βάλλεται τη χρονική στιγμή $t_0=0$, από ύψος $h=20\text{m}$ με οριζόντια αρχική ταχύτητα $u_0=20\text{m/s}$. Να υπολογιστούν:

- Η χρονική στιγμή που το σώμα φτάνει στο έδαφος.
 - Το βεληνεκές.
 - Η οριζόντια και κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας όταν φτάνει στο έδαφος.
 - Το μέτρο και η κατεύθυνση της ταχύτητας όταν φτάνει στο έδαφος.
- Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

$$\alpha. t=2\text{s}, \beta. s=40\text{m}, \gamma. 20\text{m/s}, 20\text{m/s}, \delta. v=20\sqrt{2}\text{m/s}, \theta=45^\circ$$

Γ.1.2 Πέτρα μάζας $m=2\text{kg}$ βάλλεται από το σημείο Ο ($t_0=0$, $x=0$, $y=0$) που βρίσκεται σε ύψος h με οριζόντια αρχική ταχύτητα $u_0 = 10\text{m/s}$. Τη χρονική στιγμή $t_1=1\text{s}$, να υπολογιστούν:

- Η οριζόντια και κατακόρυφη μετατόπιση.
 - Το μέτρο της ταχύτητας.
 - Η γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα με την οριζόντια διεύθυνση.
 - Οι ρυθμοί μεταβολής της κινητικής και δυναμικής ενέργειας της πέτρας.
- Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

$$\alpha. x=10\text{m}, y=5\text{m}, \beta. 10\sqrt{2}\text{m/s}, \gamma. \theta=45^\circ, \delta. \Delta K/\Delta t=200\text{J/s}, \Delta U/\Delta t=-200\text{J/s}$$

Γ.1.3 Βλήμα μάζας $m=0,2\text{kg}$ βάλλεται από το σημείο Ο ($t_0=0$, $x=0$, $y=0$) που βρίσκεται σε ύψος h με οριζόντια αρχική ταχύτητα u_0 . Κάποια χρονική στιγμή t_1 περνάει από το σημείο Α με συντεταγμένες $x_A=100\text{m}$ και $y_A=125\text{m}$. Να βρεθούν:

- Η χρονική στιγμή t_1 .
 - Η αρχική ταχύτητα u_0 .
 - Η ταχύτητα του σώματος όταν περνάει από το Α.
 - Η μέση τιμή του ρυθμού μεταβολής της κινητικής του ενέργειας στο χρονικό διάστημα $[0, t_1]$.
- Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

$$\alpha. t_1=5\text{s}, \beta. 20\text{m/s}, \gamma. v=10\sqrt{29}\text{m/s}, \varepsilon_{\theta}=2,5, \delta. 50\text{J/s}$$

Γ.1.4 Μπαλάκι του τένις βάλλεται στο κενό οριζόντια με αρχική ταχύτητα $u_0=20\text{m/s}$ από την ταράτσα ενός κτηρίου. Όταν προσγειώνεται η ταχύτητά του σχηματίζει γωνία 45° με το οριζόντιο έδαφος. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$. Να βρεθούν:

- Το ύψος h του κτηρίου;
- Το βεληνεκές.
- Η ταχύτητα προσγείωσης.
- Το έργο του βάρους μέχρι να πέσει στο έδαφος αν η μάζα του είναι $m=100\text{g}$.

$$\alpha. h=20\text{m}, \beta. s=40\text{m}, v=20\sqrt{2}\text{m/s}, 20\text{J}$$

Γ.1.5 Μπάλα μάζας $m=0,6\text{kg}$ βάλλεται στο κενό από ύψος h με οριζόντια αρχική ταχύτητα $u_0=10\sqrt{3}\text{m/s}$ και προσγειώνεται με ταχύτητα μέτρου $v=20\text{m/s}$. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$. Να βρεθούν:

- Ο χρόνος πτήσης.
- Το βεληνεκές και το ύψος h .
- Οι ρυθμοί μεταβολής κινητικής και δυναμικής ενέργειας τη στιγμή που προσγειώνεται.

$$\alpha. 1\text{s}, \beta. s=10\sqrt{3}\text{m}, h=5\text{m}, \gamma. 60\text{J/s}, -60\text{J/s}$$

Γ.1.6 Βέλος βάλλεται από σημείο Ο που θεωρείται αρχή του ορθογωνίου συστήματος αξόνων xOy, με αρχική ταχύτητα $v_0=20\text{m/s}$. Σε κάποιο σημείο Α της τροχιάς του η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας v_x γίνεται ίση με την κατακόρυφη συνιστώσα, v_y . Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$. Να βρεθούν:

- α. Η χρονική στιγμή που περνάει από το Α.
- β. Οι συντεταγμένες του σημείου Α.
- γ. Η ταχύτητα v στο σημείο Α.

$$\alpha. 2s, \beta. x=40m, y=20m, \gamma. 20\sqrt{2}\text{m/s}, \theta=45^\circ$$

•Γ.1.7 Πέτρα μάζας $m=1\text{kg}$ βάλλεται στο κενό από σημείο Ο με οριζόντια ταχύτητα $v_0=5\text{m/s}$ και μετά από χρονικό διάστημα Δt περνάει από ένα σημείο Ρ της τροχιάς της στο οποίο ο στιγμιαίος ρυθμός της κινητικής της ενέργειας είναι 200J/s . Να υπολογιστούν:

- α. Το χρονικό διάστημα Δt .
 - β. Η απόσταση ΟΡ;
 - γ. Το μέτρο και η διεύθυνση της ταχύτητας στο σημείο Ρ.
 - δ. Ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητάς του.
- Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

$$\alpha. \Delta t=2s, \beta. OP=10\sqrt{5}\text{m}, \gamma. 20,62\text{m/s}, \epsilon\phi\theta=4, \delta. 10\text{m/s}^2$$

•Γ.1.8 Ένα βότσαλο βάλλεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα v_0 από την αρχή Ο ορθογωνίου συστήματος αξόνων xOy. Μετά χρόνο $t=1\text{s}$ η ταχύτητά του v σχηματίζει γωνία 60° με την κατακόρυφο που διέρχεται από τη θέση, Α, του βότσαλου εκείνη τη στιγμή. Να υπολογιστούν:

- α. Η αρχική ταχύτητα v_0 .
 - β. Οι συντεταγμένες x,y του σημείου Α.
- Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

$$10\sqrt{3}\text{m/s}, \beta. (x,y)=(10\sqrt{3}\text{m}, 5\text{m})$$

•Γ.1.9 Μια σφαίρα μάζας $m=0,2\text{kg}$ βάλλεται οριζόντια από το σημείο Ο ταράτσας κτηρίου ύψους $H=80\text{m}$ με αρχική ταχύτητα $v_0=20\text{m/s}$. Μετά από χρόνο t φτάνει στο σημείο Σ που απέχει απόσταση $h=60\text{m}$ από το έδαφος. Να υπολογιστούν:

- α. Η ταχύτητα στο Σ.
 - β. Η μεταβολή της ταχύτητας από το Ο έως το Σ
 - γ. Η ισχύς του βάρους στο σημείο Σ.
- Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

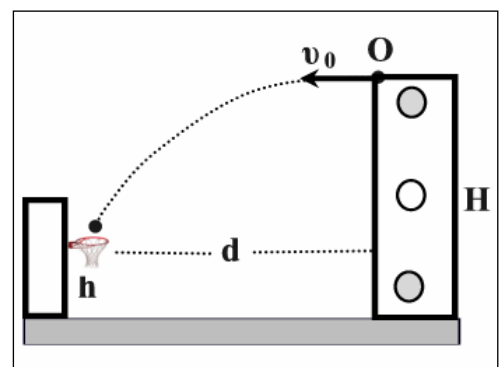
$$\alpha. v=20\sqrt{2}\text{m/s}, \beta. \Delta v=20\text{m/s}, \gamma. P_w=40\text{J/s}$$

►Γ.1.10 Ένα παιδί κάπου στη Συρία που βρίσκεται στην ταράτσα ενός κτιρίου ύψους $H=48\text{m}$ εκτοξεύει οριζόντια μια μπάλα με στόχο να ευστοχήσει σε ένα καλάθι που βρίσκεται σε οριζόντια απόσταση $d=24\text{m}$ από αυτό και σε ύψος $h=3\text{m}$ από το έδαφος.

α. Με πόση ταχύτητα πρέπει να εκτοξεύσει τη μπάλα ώστε να πετύχει το καλάθι;

β. Την ίδια στιγμή κάπου πιο πέρα αεροπλάνο πετάει οριζόντια σε ύψος $D=1445\text{m}$ από το έδαφος με σταθερή ταχύτητα $v_0=40\text{m/s}$, όταν ο πιλότος αφήνει να πέσει μια βόμβα. Πόσος χρόνος περνάει από τη στιγμή που ο πιλότος αφήνει τη βόμβα μέχρι να φτάσει ο ήχος της έκρηξης στα αυτιά του. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$ και η ταχύτητα ήχου στον ακίνητο αέρα $v_{\text{ηχ}}=340\text{m/s}$.

$$\alpha. v_0=8\text{m/s}, \beta. t=21,28s$$



► **Γ1.11** Από άγνωστο ύψος h πάνω από το έδαφος εκτοξεύεται οριζόντια μια μπάλα με σκοπό να πέσει μέσα σε καλάθι που βρίσκεται ακίνητο πάνω στο έδαφος. Αν η αρχική ταχύτητα της βολής είναι $v_{01}=10\text{m/s}$ η μπάλα πέφτει 20m πριν το καλάθι ενώ αν είναι $v_{02}=20\text{m/s}$ η μπάλα πέφτει 20m μετά το καλάθι. Να υπολογιστούν:

α. Η οριζόντια απόσταση d , του σημείου βολής από το καλάθι.

β. Το ύψος h .

γ. Η κατάλληλη τιμή της ταχύτητας βολής ώστε η μπάλα να πέσει μέσα στο καλάθι

δ. Η εφθ της γωνίας θ που σχηματίζει η ταχύτητα της μπάλας με το έδαφος όταν πέφτει μέσα στο καλάθι. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

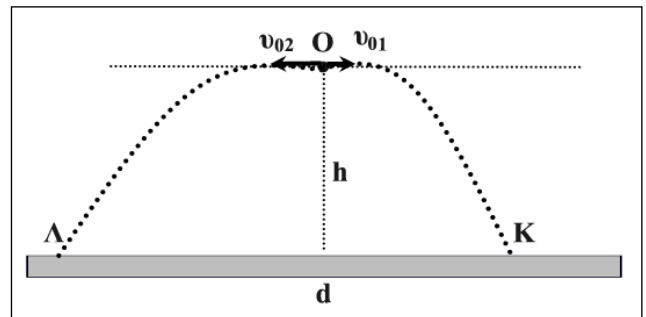
α. $d=60\text{m}$, β. $h=80\text{m}$, γ. 15m/s , δ. $\varepsilon\phi\theta=8/3$

• **Γ1.12** Δύο σώματα (1) και (2) εκτοξεύονται ταυτόχρονα από το ίδιο ύψος h πάνω από το έδαφος με οριζόντιες ταχύτητες $v_{01}=10\text{m/s}$ και $v_{02}=15\text{m/s}$ σε αντίθετη κατεύθυνση. Όταν πέφτουν στο έδαφος στα σημεία Κ και Λ αυτά απέχουν μεταξύ τους απόσταση $KL=d=100\text{m}$. Να υπολογιστούν:

α. Το ύψος h .

β. Η απόσταση μεταξύ των σωμάτων 1s πριν φτάσουν στο έδαφος.

γ. Ο λόγος των μέτρων των ταχυτήτων με τις οποίες φτάνουν στο έδαφος. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$



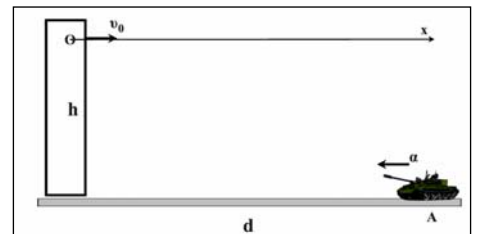
α. $h=80\text{m}$, β. $d'=75\text{m}$, γ. $v_1/v_2=\sqrt{68/73}$

• **Γ1.13** Από το παράθυρο ενός κτηρίου που βρίσκεται σε ύψος $h=20\text{m}$ από το έδαφος εκτοξεύονται οριζόντια βλήματα με αρχική ταχύτητα $v_0=5\text{m/s}$. Το τανκ ξεκινάει τη χρονική στιγμή $t_0=0$ από το σημείο Α που απέχει από το κτήριο απόσταση $d=30\text{m}$ και κινείται με σταθερή επιτάχυνση $a=1,6\text{m/s}^2$. Τη χρονική στιγμή t_1 βάλλεται από το παράθυρο ένα βλήμα που χτυπά τον τανκ τη χρονική στιγμή t_2 . Να υπολογιστούν:

α. Το διάστημα που διένυσε το τανκ από τη στιγμή $t_0=0$ έως τη στιγμή t_2 .

β. Οι χρονικές στιγμές t_1 και t_2 .

Δίνεται το $g=10\text{m/s}^2$ και τριβές δεν υπάρχουν.



α. $s=20\text{m}$, β. $t_1=3\text{s}$, γ. $t_2=5\text{s}$

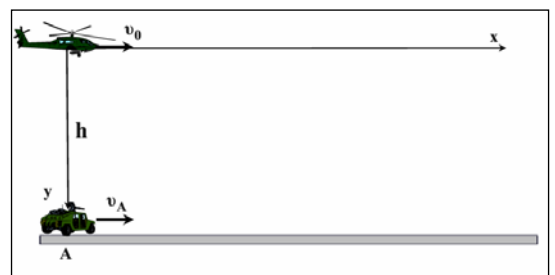
► **Γ1.14** Ελικόπτερο κινείται οριζόντια σε ύψος h με σταθερή ταχύτητα $v_0=40\text{m/s}$. ενώ ένα όχημα κινείται οριζόντια στο δρόμο με σταθερή ταχύτητα $v_A=30\text{m/s}$ στην ίδια κατεύθυνση με το ελικόπτερο. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ που το ελικόπτερο βρίσκεται ακριβώς πάνω από το όχημα Α, αφήνει μια βόμβα, ενώ το όχημα αρχίζει να επιβραδύνεται με επιβράδυνση $|a|=1,5\text{m/s}^2$. Αν το όχημα σταματήσει 100m πριν από το σημείο που πέφτει η βόμβα να βρεθούν:

α. Το ύψος, h , που πετάει το ελικόπτερο.

β. Ο χρόνος που κάνει για να πέσει η βόμβα στο έδαφος.

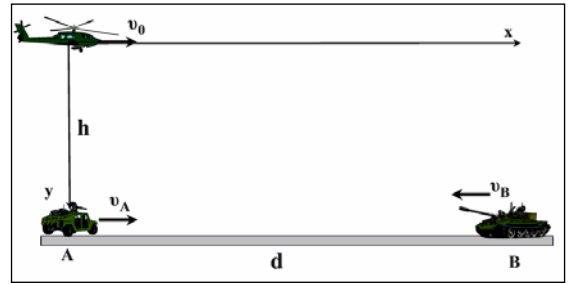
γ. Το διάστημα που διένυσε το όχημα επιβραδυνόμενο.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$



α. $h=500\text{m}$, β. 10s , γ. 300m

★**Γ.1.15** Ελικόπτερο κινείται οριζόντια σε ύψος h με σταθερή ταχύτητα. Δύο στρατιωτικά οχήματα κινούνται στο έδαφος με σταθερές ταχύτητες, το Α με $v_A=10\text{m/s}$ και το δε Β αντίθετα με ταχύτητα v_B .



Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ που το ελικόπτερο βρίσκεται ακριβώς πάνω από το όχημα Α, αφήνει μια βόμβα, ενώ το όχημα Β απέχει από το Α απόσταση $d=700\text{m}$. Αν η ταχύτητα του ελικοπτέρου είναι $v_{01}=40\text{m/s}$ η βόμβα πέφτει, 300m μπροστά από το όχημα Α. Αν η ταχύτητα του ελικοπτέρου είναι $v_{02}=50\text{m/s}$ η βόμβα πάνω στο όχημα Β. Να υπολογιστούν:

α. Το ύψος h

β. Η ταχύτητα του οχήματος, Β.

γ. Την απόσταση που απέχουν τα οχήματα τη στιγμή που η βόμβα πετυχαίνει το όχημα Α

Δίνεται το $g=10\text{m/s}^2$

α. $h=500\text{m}$, β. $v_B=20\text{m/s}$, γ. 400m

►**Γ.1.16** Η σφαίρα αφήνεται χωρίς ταχύτητα από το σημείο Β του κεκλιμένου επιπέδου γωνία κλίσης φ ($\eta\mu\varphi=0,8$ και $\sigma\upsilon\nu\varphi=0,6$). Αφού διανύσει ολισθαίνοντας μια απόσταση $(BO)=s=80\text{m}$ φτάνει στο σημείο Ο απ' όπου εκτοξεύεται στο κενό οριζόντια με ταχύτητα $v_0=20\text{m/s}$.

α. Να υπολογιστεί ο συντελεστής τριβής της σφαίρας με το κεκλιμένο επίπεδο.

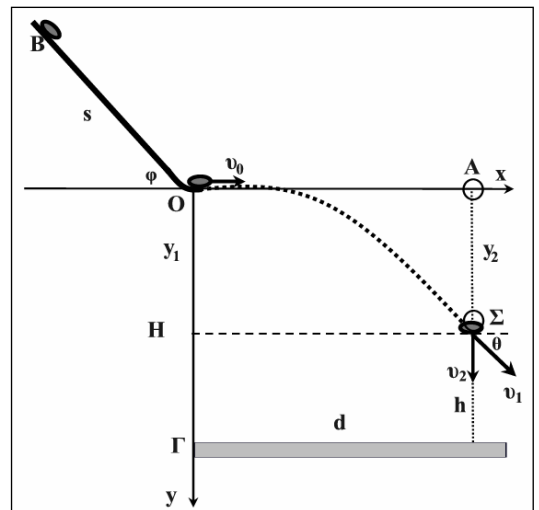
Στο σημείο Ο η σφαίρα βρίσκεται σε ύψος $H=100\text{m}$ από το έδαφος. Στο ίδιο ύψος βρίσκεται και ένας στόχος ενώ η οριζόντια μεταξύ τους απόσταση είναι $(OA)=d=60\text{m}$. Ο στόχος αφήνεται ελεύθερος να πέσει ελεύθερα στο κενό, ενώ την ίδια στιγμή η σφαίρα εκτοξεύεται οριζόντια από το σημείο Ο. Να βρεθούν:

β. Το ύψος h από το έδαφος στο οποίο η σφαίρα θα συναντήσει το στόχο.

γ. Τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο σωμάτων τη στιγμή της συνάντησης στο σημείο Σ

δ. Η σφαίρα εκτοξεύεται και πάλι με τον ίδιο τρόπο από το Ο, αλλά ο στόχος βάλλεται κατακόρυφα προς τα κάτω από το ίδιο σημείο με αρχική ταχύτητα $v_{0,2}$ και 2s μετά την εκκίνηση του βλήματος. Πόση πρέπει να είναι η τιμή της $v_{0,2}$ ώστε να συναντηθούν;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.



α. $\mu=11/12$, β. $h=55\text{m}$, β. $v_{\sigma\tau}=30\text{m/s}$, $v_{\sigma\varphi}=10\sqrt{13}\text{m/s}$

►**Γ.1.17** Από σημείο Ο που βρίσκεται σε ύψος $h=125\text{m}$ από το οριζόντιο έδαφος εκτοξεύονται οριζόντια δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 με ταχύτητες $v_{01}=6\text{m/s}$ και $v_{02}=10\text{m/s}$ σε αντίθετες κατευθύνσεις. Το σώμα Σ_1 εκτοξεύεται τη χρονική στιγμή $t_0=0$ ενώ με καθυστέρηση $\Delta t=2\text{s}$ εκτοξεύεται και το σώμα Σ_2 . Τη στιγμή που το Σ_1 φτάνει στο σημείο Α του εδάφους, το σώμα Σ_2 βρίσκεται σε σημείο Β. Να υπολογιστούν:

α. Το ύψος από το έδαφος που βρίσκεται το σώμα Σ_2 τη στιγμή που το Α φτάνει στο έδαφος.

β. Η απόσταση ΑΒ.

γ. Η απόσταση των δύο σωμάτων όταν και τα δύο θα βρίσκονται στο έδαφος.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

α. $d=80\text{m}$, β. $AB=100\text{m}$, γ. $s=80\text{m}$

► **Γ.1.18** Τα σημεία K και Λ βρίσκονται στις άκρες των ταρατσών δύο κτιρίων και απέχουν οριζόντια απόσταση $d=90\text{m}$. Το σημείο K βρίσκεται όμως $h=40\text{m}$ ψηλότερα από το Λ. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ από το K εκτοξεύεται οριζόντια ένα μήλο με αρχική ταχύτητα $v_{01}=10\text{m/s}$. Μετά από χρόνο, $\Delta t=2\text{s}$ από την εκτόξευση του μήλου εκτοξεύεται από το σημείο Λ, μια σφαίρα έτσι ώστε να κινούνται και τα δύο στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο χωρίς τριβές με τον αέρα. Να βρεθούν:

α. Η χρονική στιγμή που το βλήμα καρφώνεται στο μήλο.

β. Η αρχική ταχύτητα v_{02} του βλήματος.

γ. Η κατακόρυφη απόσταση του σημείου σύγκρουσης από το σημείο K. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

α. $t=3\text{s}$, β. 60m/s , γ. 45m

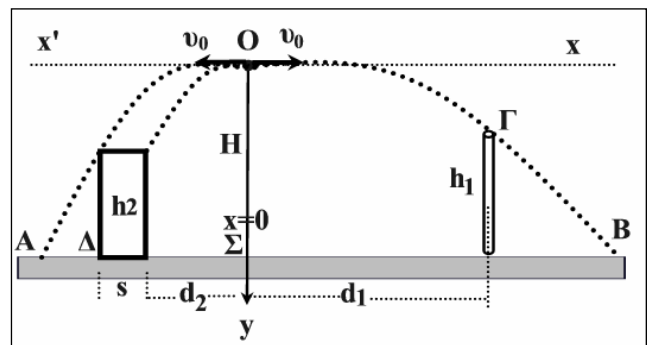
★ **Γ.1.19** Τα βλήματα βάλονται οριζόντια από ύψος $H=20\text{m}$ (σημείο O) είτε προς τα δεξιά είτε προς τα αριστερά με αρχική ταχύτητα v_0 .

α. Η κολώνα δεξιά έχει ύψος h_1 και απέχει από το O οριζόντια απόσταση $d_1=45\text{m}$. Αν η ταχύτητα του βλήματος είναι $v_0=30\text{m/s}$ για ποιες τιμές του ύψους h_1 , το βλήμα θα περάσει από πάνω της;

β. Το κτήριο αριστερά έχει ύψος $h_2=16,8\text{m}$ και πλάτος $s=4\text{m}$. Η δεξιά πλευρά του απέχει από το O οριζόντια απόσταση $d_2=16\text{m}$. Για ποιες τιμές της αρχικής ταχύτητας v_0 , τα βλήματα πετυχαίνουν την ταρατσα του.

γ. Πόσο είναι το μήκος ΑΔ της απυρόβλητης περιοχής; Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

α. $h_1 < 8,75\text{m}$, β. $20\text{m/s} \leq v_0 \leq 25\text{m/s}$, γ. 30m



★ **Γ.1.20** Κύβος μάζας $m=2\text{kg}$ εκτοξεύεται από το A που βρίσκεται πάνω σε ταρατσα κτηρίου με αρχική ταχύτητα $v_1=8\text{m/s}$. Ο κύβος κινείται χωρίς τριβές πάνω στο δάπεδο της ταρατσας αλλά δέχεται μια σταθερή προωθητική δύναμη από τον αέρα μέτρου F με αποτέλεσμα αφού διανύσει απόσταση $d=3,6\text{m}$ να φτάσει το σημείο O που είναι στην άκρη της ταρατσας με ταχύτητα μέτρου $v_0=10\text{m/s}$. Από εκεί κάνει οριζόντια βολή ενώ δέχεται πάντοτε την ίδια οριζόντια δύναμη F. Το σημείο O απέχει από το έδαφος $h=80\text{m}$. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

α. Να βρεθεί το μέτρο της δύναμης F.

β. Να γραφούν οι εξισώσεις κίνησης της βολής του κύβου.

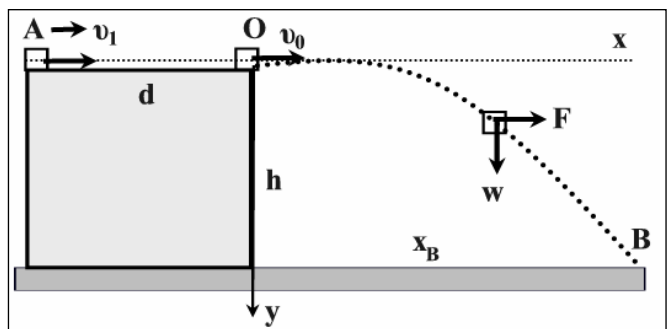
γ. Να υπολογιστεί το βεληνεκές του κύβου όταν φτάνει στο σημείο B του εδάφους

δ. Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας του κύβου τη στιγμή που φτάνει στο έδαφος

ε. Να βρεθεί το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ταχύτητας της σφαίρας κατά τη διάρκεια της οριζόντιας βολής.

στ. Να βρεθεί η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του κύβου κατά τη διάρκεια της πτήσης από το O στο B.

α. $F=10\text{N}$, β. $v_x=10+5t$, $x=10t+2,5t^2$, $v_y=10t$, $y=5t^2$, (SI) για $t \leq 4\text{s}$, γ. $x_B=80\text{m}$, δ. $v=50\text{m/s}$, ε. $\alpha=5\sqrt{5}\text{m/s}^2$, στ. $\Delta K=2400\text{J}$

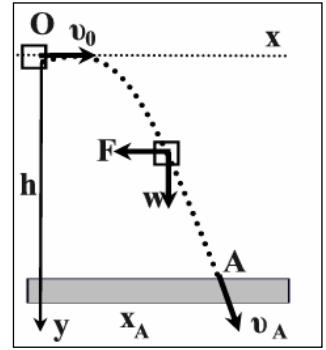


★Γ.1.21 Μικρό σώμα μάζας $m=4\text{kg}$ βάλλεται με αρχική ταχύτητα $v_0=5\text{m/s}$ από σημείο O που βρίσκεται σε ύψος $h=1,25\text{m}$ πάνω από το έδαφος. Σε όλη τη διαδρομή του σώματος μέχρι να πέσει στο έδαφος εκτός από το βάρος δέχεται και μια σταθερή οριζόντια δύναμη με κατεύθυνση αντίθετη της v_0 , μέτρου $F=40\text{N}$. Να υπολογιστούν:

- Η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή που φτάνει στο έδαφος.
- Το βεληνεκές, x_A .
- Το μέτρο και η κατεύθυνση της επιτάχυνσης με την οποία κινείται
- Το ρυθμό μεταβολής της κινητικής, δυναμικής και μηχανικής ενέργειας του σώματος τη χρονική στιγμή $t=0,2\text{s}$.

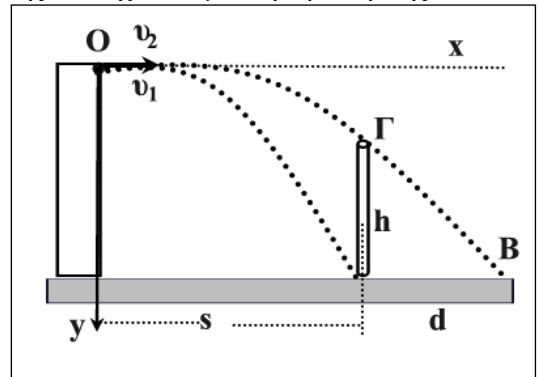
Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

$$a. v_A=5\text{m/s}, \theta=90^\circ, \beta. 1,25\text{m}, \gamma. a=10\sqrt{2}\text{m/s}^2, \varphi=135^\circ, \delta. -40\text{J/s}, -80\text{J/s}, -120\text{J/s}$$



★Γ.1.22 Διαθέτουμε μία μηχανή που εκτοξεύει μικρά μπαλάκια και βρισκόμαστε στην ταράτσα μιας πολυκατοικίας ύψους H . Απέναντι από την πολυκατοικία βρίσκεται μία κολόνα της ΔΕΗ ύψους $h=3,8\text{m}$. Μεταβάλλοντας την ταχύτητα εκτόξευσης πετυχαίνουμε την βάση της κολόνας όταν εκτοξεύουμε από το άκρο της ταράτσας με ταχύτητα μέτρου $v_1=36\text{m/s}$, ενώ όταν η ταχύτητα εκτόξευσης έχει μέτρο $v_2=40\text{m/s}$, το μπαλάκι μόλις που περνά ξυστά πάνω από την κολόνα. Οι αντιστάσεις του αέρα θεωρούνται αμελητέες και η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει μέτρο $g=10\text{m/s}^2$. Να υπολογιστούν

- το ύψος της πολυκατοικίας
- η απόσταση της πολυκατοικίας από την κολόνα
- η απόσταση που απέχει από την κολόνα το ίχνος που αφήνει ένα μπαλάκι ταχύτητας μέτρου v_2 .
- το ποσοστό της μηχανικής ενέργειας που αποτελεί η κινητική ενέργεια την στιγμή που το μπαλάκι περνά πάνω από την κολόνα.



$$a. 20\text{m}, \beta. 72\text{m}, \gamma. 8\text{m}, \delta. 96,2\%$$