

1. Να μελετήσετε ως προς την μονοτονία τις συναρτήσεις:

$$f(x) = \sqrt{x}$$

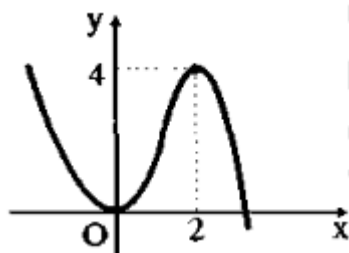
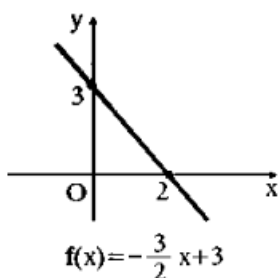
$$f(x) = x - 1 - \frac{1}{x-1}$$

$$f(x) = 2 + \sqrt{x-5}$$

1ο βήμα: Βρίσκουμε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης

2ο βήμα: Παίρνουμε x_1, x_2 με $x_1 < x_2$ και προσπαθούμε να κατασκευάσουμε την συνάρτηση f .

2. Να γράψετε τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση είναι γνησίως αύξουσα, γνησίως φθίνουσα ή σταθερή.



3. Να βρείτε τα ακρότατα των παρακάτω συναρτήσεων

$$f(x) = -2x^6 + 3$$

$$f(x) = \sqrt{x} + 3$$

$$f(x) = -\frac{3}{|x| + 2}$$

4. Δίνεται η συνάρτηση :

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 4} + 1}{|x| - 3}$$

Να βρείτε το πεδίο ορισμού και να δείξετε ότι είναι άρτια.

ΘΕΩΡΗΤΙΚΕΣ

5. Έστω η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Να δείξετε ότι:
- i. Η συνάρτηση $h(x) = f(x) + g(x)$, είναι περιττή.
 - ii. Η συνάρτηση $\varphi(x) = f(x) * g(x)$, είναι άρτια.
6. Έστω η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Να δείξετε ότι:
- iii. Η συνάρτηση $g(x) = f(2+x) - f(2-x)$, είναι περιττή.
 - iv. Η συνάρτηση $\varphi(x) = f(3-x) - f(3+x)$, είναι άρτια.
7. Έστω η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ η οποία είναι περιττή. Να δείξετε ότι:
- Η συνάρτηση $g(x) = |f(x)| - 2f(x^2) - x^2 + 1$, είναι άρτια.
8. Έστω η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ η οποία είναι περιττή και η συνάρτηση $g(x) = f(x)^2 - xf(x) + 2$. Να υπολογίσετε το $g(0)$ και να δείξετε ότι η g είναι άρτια.