

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΗ ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΗ

ΑΣΚΗΣΗ 1

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln|x|$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

β) Να προσδιορίσετε το είδος της συμμετρίας της γραφικής παράστασης της f .

γ) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f .

δ) Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση $E(x) = \frac{1}{2}(x-1)\ln x$, με $x \in (0,1) \cup (1,+\infty)$ μπορεί να περιγράψει το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$, όπου $A(1,0)$, $B(x,0)$ και $\Gamma(x,\ln x)$.

ΑΣΚΗΣΗ 2

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln \frac{e^{3x}-8}{e^{2x}+4e^x-12}$.

α) Να αποδείξετε ότι το σύνολο λύσεων της ανίσωσης $\frac{\omega^3-8}{\omega^2+4\omega-12} > 0$ είναι το $(-6,2) \cup (2,+\infty)$.

β) Να αποδείξετε ότι το πεδίο ορισμού της f είναι το $\mathbb{R} - \{\ln 2\}$.

γ) Να βρείτε τα κοινά σημεία της γραφικής παράστασης της f και του άξονα xx' .

ΑΣΚΗΣΗ 3

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = (x-1)\ln x$, $x > 0$ και η ευθεία $\varepsilon: y = 2x - 2$.

α) Να αποδείξετε ότι $f(2) + f(4) = \frac{1}{3}f(8)$.

β) Να αιτιολογήσετε γιατί η γραφική παράσταση C_f της f είναι από τον άξονα $x'x$ και πάνω.

γ) Να βρείτε:

- Τα κοινά σημεία της C_f με την ευθεία.
- Για ποιες τιμές του x η C_f είναι κάτω από την ευθεία.

ΑΣΚΗΣΗ 4

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \log x$ και $g(x) = \log(x+2)$.

α) Να βρείτε τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων f και g .

β) Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:

i. $f(x) = 2$.

ii. $g(x) = 2f(x)$.

ΑΣΚΗΣΗ 5

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \log x$ και $g(x) = \ln(x - 1)$.

α) Να βρείτε τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων f και g .

β) Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:

i. $\log x = 3$.

ii. $\ln(x - 1) = 1$.

ΑΣΚΗΣΗ 6

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \log(10^x - 1)$.

α) Να αποδείξετε ότι το πεδίο ορισμού της συνάρτησης είναι το διάστημα $(0, +\infty)$.

β) Να βρείτε το διάστημα στο οποίο η γραφική παράσταση της συνάρτησης f βρίσκεται πάνω από τον άξονα $x'x$.

γ) Να αποδείξετε ότι $f(x) + x = \log(10^{2x} - 10^x)$, $x > 0$.

δ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του μοναδικού κοινού σημείου της γραφικής παράστασης της f και της ευθείας $y = -x$.

ΑΣΚΗΣΗ 7

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \log \frac{4^x - 1}{2^x + 5}$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .

β) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = \log 3 - \log 7$.

γ) Να λύσετε την ανίσωση $f(x) > \log 3 - \log 7$.