

## ΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

### 2.1 ΜΟΝΟΤΟΝΙΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

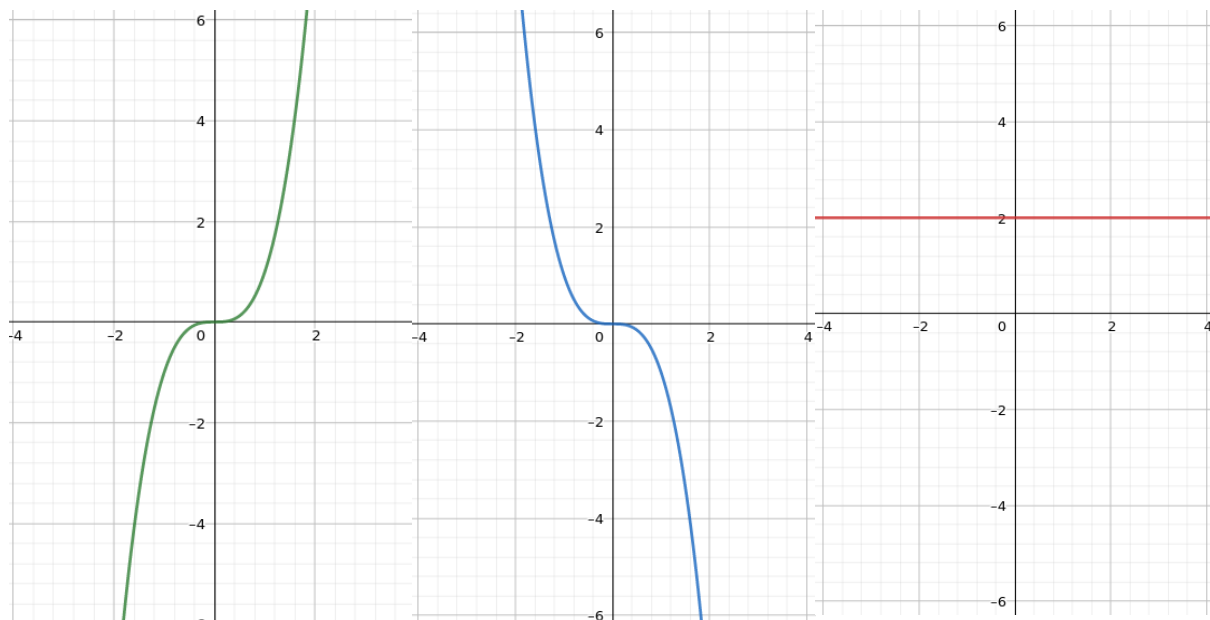
#### ΘΕΜΑ 2 - 21164

Δίνεται το σημείο  $A(-2,8)$  το οποίο ανήκει στη γραφική παράσταση μίας περιττής και γνησίως μονότονης συνάρτησης  $f$ .

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες ενός ακόμα σημείου, το οποίο να ανήκει στη γραφική παράσταση της  $f$ . (Μονάδες 8)

β) Να βρείτε αν η συνάρτηση  $f$  είναι γνησίως αύξουσα ή γνησίως φθίνουσα. (Μονάδες 9)

γ) Αν μία από τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις αντιστοιχεί στη συνάρτηση  $f$  να αιτιολογήσετε ποια μπορεί να είναι:



Γραφική παράσταση (α)

Γραφική παράσταση (β)

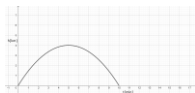
Γραφική παράσταση (γ)

(Μονάδες 8)

#### ΘΕΜΑ 2 - 15787

Προκειμένου να ελεγχθεί μηχανισμός εκτόξευσης πυραύλων δημιουργήσαμε το παρακάτω σχήμα στο οποίο φαίνεται η απόσταση του πυραύλου από το έδαφος σε συνάρτηση με τον χρόνο.

## ΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2



α) Να βρείτε:

i. Τον συνολικό χρόνο κίνησης του πυραύλου.

(Μονάδες 5)

ii. Το μέγιστο ύψος που έφτασε ο πύραυλος και ποια χρονική στιγμή συνέβη αυτό.

(Μονάδες 6)

β) Σε επανάληψη του ελέγχου η εκτόξευση πραγματοποιείται από ύψος  $1\text{km}$ .

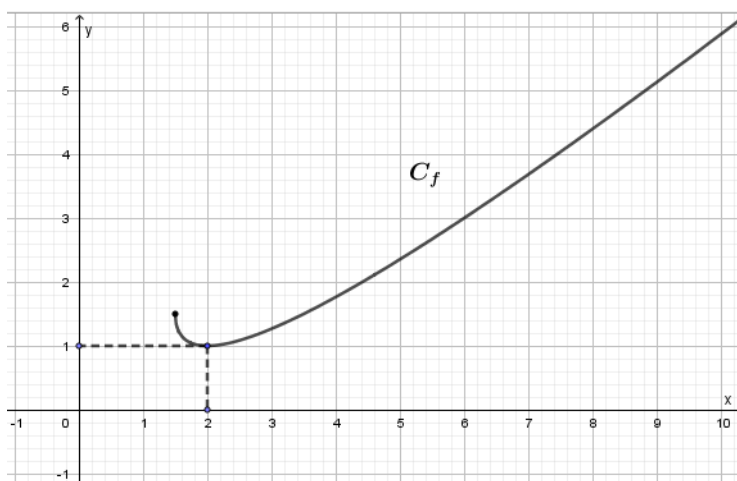
i. Να μεταφέρεται στην κόλλα σας την αποτύπωση της πρώτης εκτόξευσης και να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων την δεύτερη.

(Μονάδες 7)

ii. Το νέο μέγιστο ύψος που έφτασε ο πύραυλος και ποια χρονική στιγμή συνέβη αυτό. (Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 2 - 15437

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x - \sqrt{2x-3}$ , της οποίας η γραφική παράσταση φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης.

(Μονάδες 7)

β) Να προσδιορίσετε το ολικό ελάχιστο της συνάρτησης, καθώς και τη θέση αυτού.

(Μονάδες 8)

## ΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

---

γ) Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση είναι

I. γνησίως φθίνουσα

II. γνησίως αύξουσα

(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 2 - 15645

Αντικείμενο κινείται κατακόρυφα. Το παρακάτω σχήμα αναπαριστά το ύψος  $h$  του αντικειμένου από το έδαφος για κάθε χρονική στιγμή  $t$ . Να βρείτε:



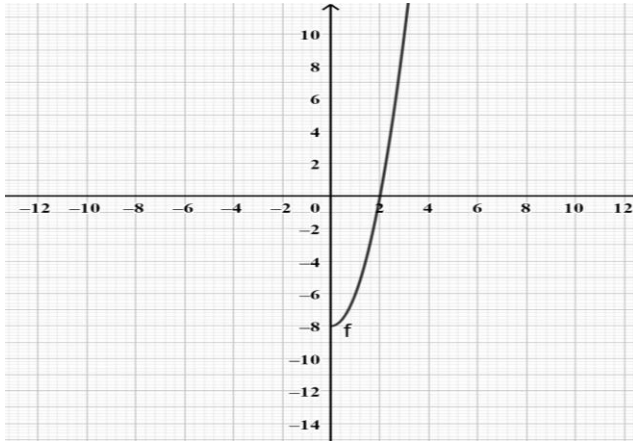
α) Ποιες χρονικές στιγμές το αντικείμενο απέχει  $1m$  από το έδαφος. (Μονάδες 5)

β) Ποια είναι η μέγιστη απόσταση του αντικειμένου από το έδαφος και ποια χρονική στιγμή την επιτυγχάνει. (Μονάδες 10)

γ) Ποιο χρονικό διάστημα το αντικείμενο απομακρύνεται από το έδαφος. (Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 2 - 15372

## ΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2



Στο παραπάνω σχήμα δίνεται ένα τμήμα της γραφικής παράστασης μιας άρτιας συνάρτησης με πεδίο ορισμού το  $\mathbb{R}$ .

α) Να μεταφέρεται το σχήμα στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε τη γραφική παράσταση με το κομμάτι της καμπύλης που λείπει. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 10)

β) Να βρείτε:

i. Τα διαστήματα μονοτονίας της συνάρτησης  $f$ .

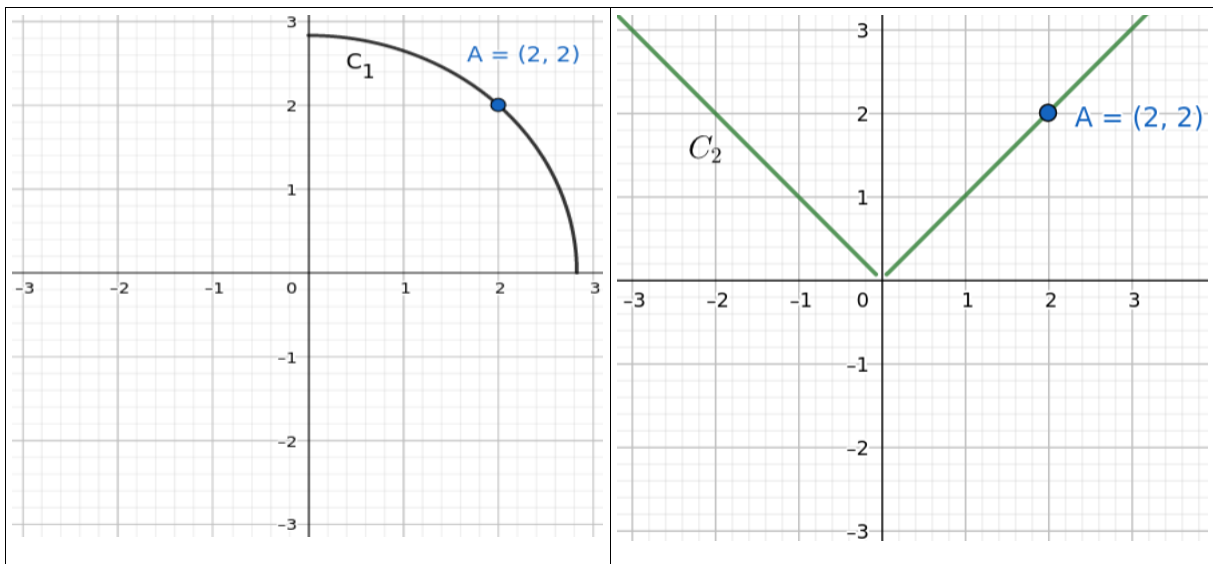
(Μονάδες 8)

ii. Το είδος του ακροτάτου και τη θέση που το παρουσιάζει.

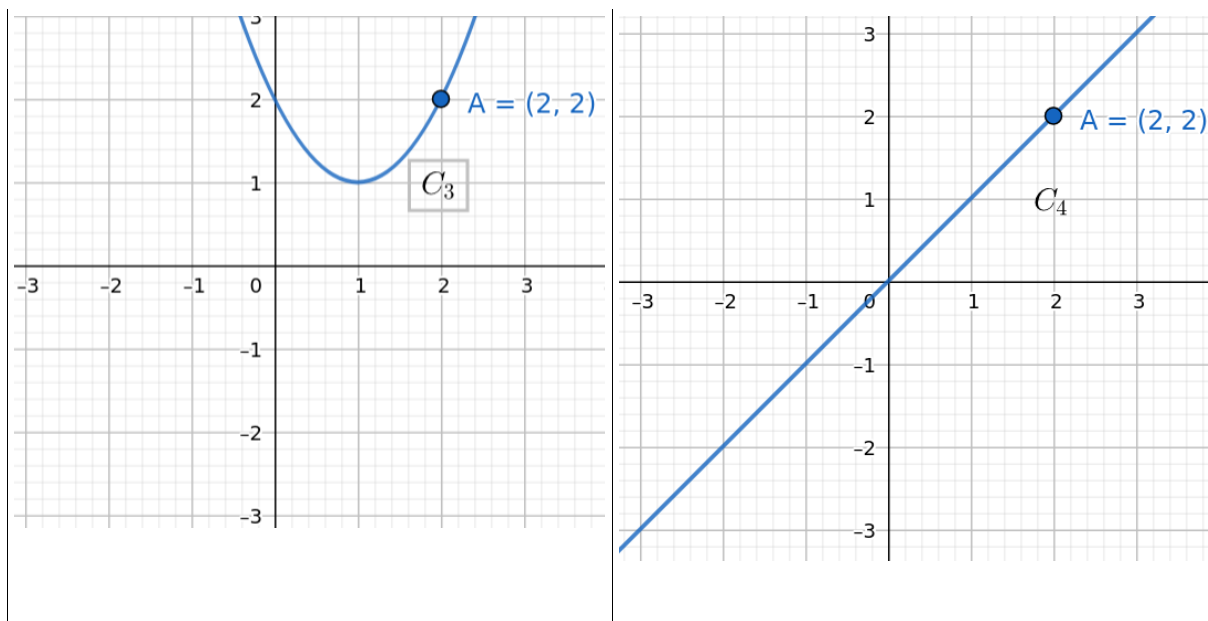
(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 2 - 14976

Δίνονται τα παρακάτω σχήματα:



## ΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2



α) Να αιτιολογήσετε ποιες από τις γραφικές παραστάσεις  $C_1, C_2, C_3, C_4$  αναπαριστούν άρτιες ή περιττές συναρτήσεις, ποιες όχι και γιατί. Δίνεται ότι τουλάχιστον μία είναι άρτια και τουλάχιστον μία είναι περιττή. (Μονάδες 12)

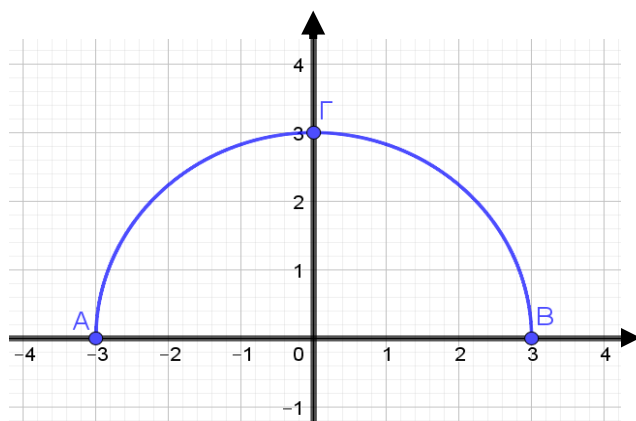
β) Για τις συναρτήσεις  $C_2, C_4$  να βρείτε την τεταγμένη του σημείου τους  $B(-2, k)$ , αιτιολογώντας την τιμή που βρήκατε από την ιδιότητα συμμετρίας καθεμίας συνάρτησης.

(Μονάδες 13)

### ΘΕΜΑ 2 - 16129

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης  $f(x)$ .

- α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της  $f$ . (Μονάδες 6)
- β) Να εξετάσετε αν η συνάρτηση είναι άρτια ή περιττή. (Μονάδες 9)
- γ) Να βρείτε, αν υπάρχουν, τα ακρότατα της  $f$  και τις θέσεις των ακροτάτων. (Μονάδες 10)



## ΤΘ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

### ΘΕΜΑ 2 - 15024

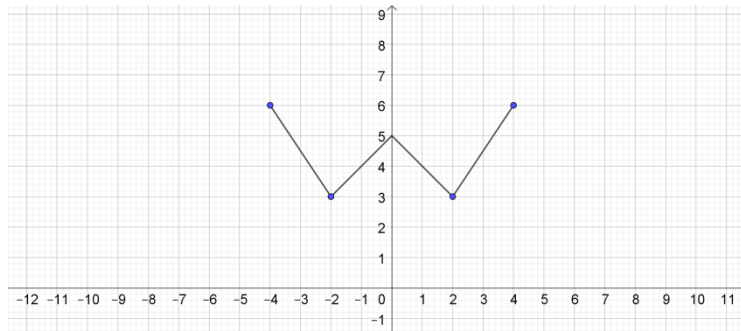
Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης  $f$  με πεδίο ορισμού το  $[-4,4]$  φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

α) Να αιτιολογήσετε γιατί η συνάρτηση είναι άρτια. (Μονάδες 8)

β) Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας της  $f$ . (Μονάδες 8)

γ) Να βρείτε την ελάχιστη τιμή της  $f$  καθώς και για ποιες τιμές του  $x$  τις παρουσιάζει.

(Μονάδες 9)



### ΘΕΜΑ 2 - 15019

Δίνεται μία συνάρτηση  $f$  για την οποία ισχύει ότι  $f(-1) = 2$  και  $f(1) = 0$ .

Να αιτιολογήσετε (αλγεβρικά ή γραφικά)

α) γιατί η συνάρτηση  $f$  δεν είναι άρτια. (Μονάδες 8)

β) γιατί η συνάρτηση  $f$  δεν είναι περιττή. (Μονάδες 8)

γ) γιατί η συνάρτηση  $f$  δεν είναι γνησίως αύξουσα. (Μονάδες 9)

### ΘΕΜΑ 2 - 14971

Δίνονται τα σημεία του επιπέδου  $A(1,1), B(3,3)$ .

α) Να αιτιολογήσετε ποιες από τις επόμενες ιδιότητες θα μπορούσε και ποιες δε θα μπορούσε να έχει μία συνάρτηση  $f$ , που ορίζεται σε όλους τους πραγματικούς αριθμούς και της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από τα A και B.

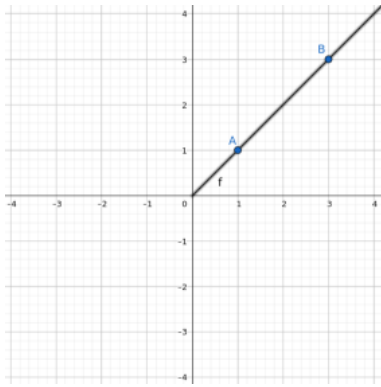
i) είναι σταθερή συνάρτηση

ii) είναι γνησίως φθίνουσα συνάρτηση

Μονάδες 12

β) Να συμπληρώσετε την παρακάτω γραφική παράσταση μίας συνάρτησης  $f$ , η οποία διέρχεται από τα A, B και είναι περιττή.

## ΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2



Μονάδες 13

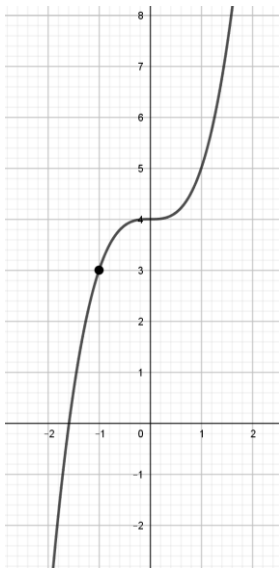
### ΘΕΜΑ 2 - 15115

Δίνεται μια συνάρτηση  $f$  γνησίως φθίνουσα στο  $\mathbb{R}$  με σύνολο τιμών το  $\mathbb{R}$  της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο  $A(-1,3)$ .

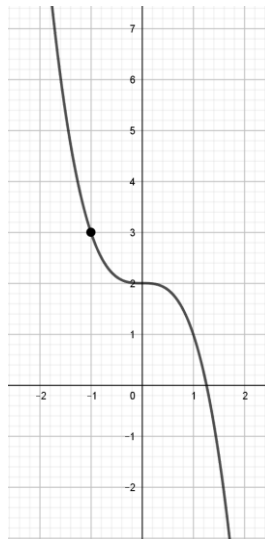
α) Θα μπορούσε η γραφική παράσταση της  $f$  να διέρχεται και από το σημείο  $B(2,5)$ ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 13)

β) Ποια από τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις θα μπορούσε να είναι η γραφική παράσταση της  $f$ ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

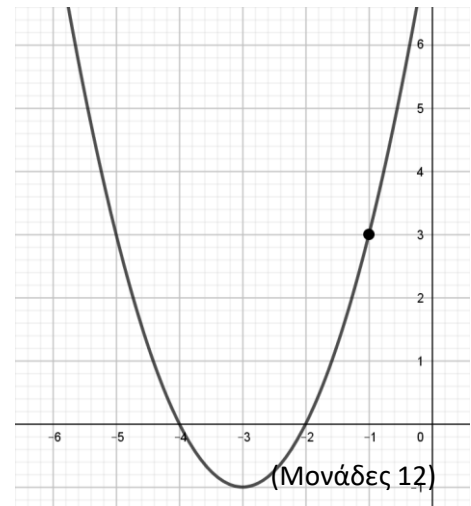
i.



ii.



iii.



(Μονάδες 12)

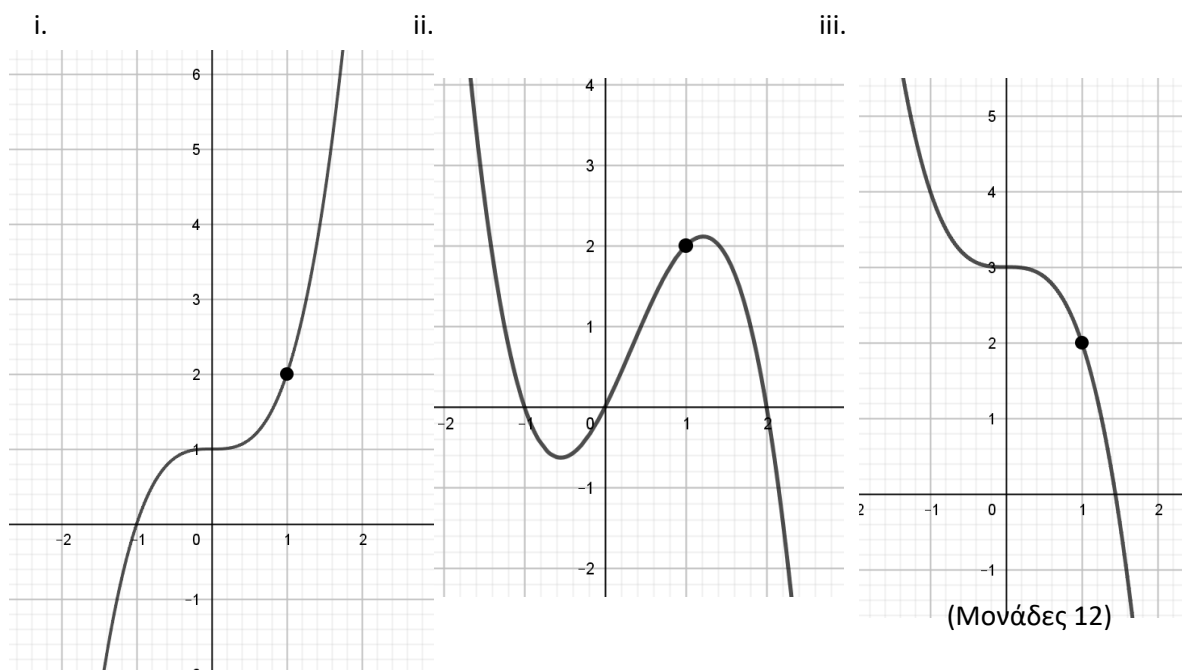
### ΘΕΜΑ 2 - 15114

Δίνεται μια συνάρτηση  $f$  γνησίως αύξουσα στο  $\mathbb{R}$  με σύνολο τιμών το  $\mathbb{R}$  της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο  $A(1,2)$ .

α) Θα μπορούσε η γραφική παράσταση της  $f$  να διέρχεται και από το σημείο  $B(2,9)$ ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 13)

## ΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

β) Ποια από τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις θα μπορούσε να είναι η γραφική παράσταση της  $f$ ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



### ΘΕΜΑ 2 - 15018

Μία συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού το διάστημα  $(\alpha, 6)$  είναι περιττή και η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο  $(4, 2)$ .

α) Να βρείτε την τιμή του  $\alpha$ .

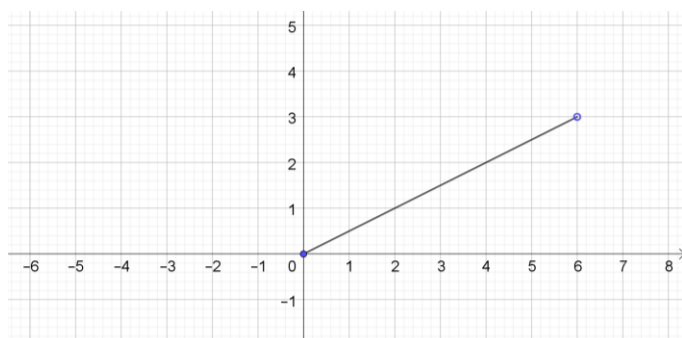
(Μονάδες 7)

β) Να βρείτε το  $f(-4)$ .

(Μονάδες 8)

γ) Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  στο διάστημα  $[0, 6)$ . Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της  $f$  στο πεδίο ορισμού της.

(Μονάδες 10)



### ΘΕΜΑ 2 - 15017

## ΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Μία συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού το διάστημα  $(\alpha, 3)$  είναι άρτια και η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο  $(2, 2)$ .

α) Να βρείτε την τιμή του  $\alpha$ .

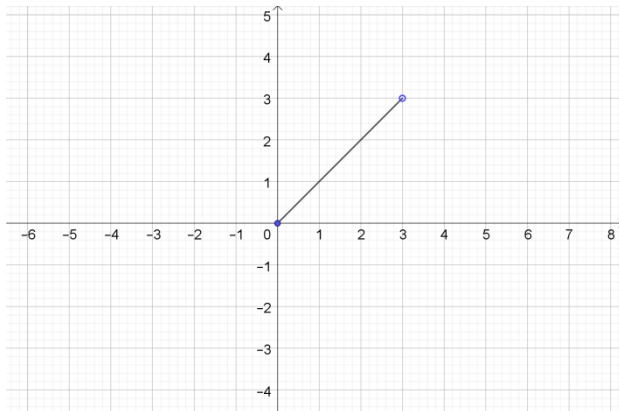
(Μονάδες 7)

β) Να βρείτε το  $f(-2)$ .

(Μονάδες 8)

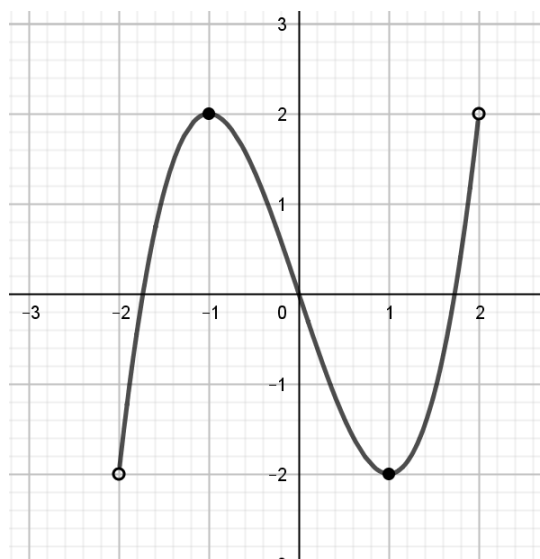
γ) Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  στο διάστημα  $[0, 3)$ . Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της  $f$  στο πεδίο ορισμού της.

(Μονάδες 10)



### ΘΕΜΑ 2 - 15112

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης  $f$  με πεδίο ορισμού το διάστημα  $(-2, 2)$ .



## ΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

α) Να εξετάσετε αν η  $f$  είναι άρτια ή περιττή και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 7)

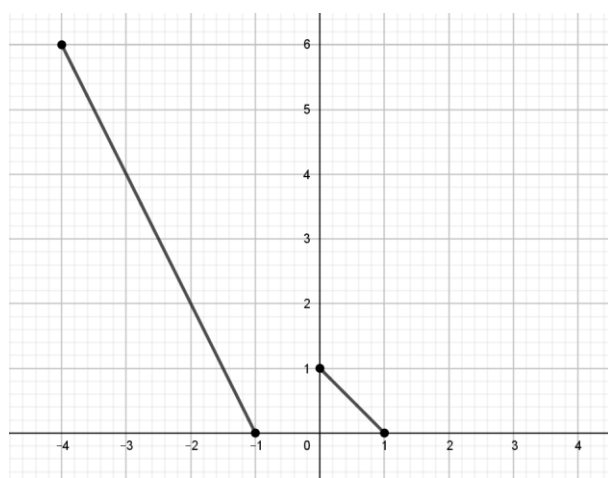
β) Να γράψετε τα διαστήματα στα οποία η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα. (Μονάδες 8)

γ) Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της  $f$  καθώς και τις θέσεις των ακρότατων αυτών.

(Μονάδες 10)

### ΘΕΜΑ 2 - 15116

Στο παρακάτω σχήμα δίνονται ορισμένα τμήματα της γραφικής παράστασης μιας άρτιας συνάρτησης  $f$  με πεδίο ορισμού το διάστημα  $[-4, 4]$ .



α) Να μεταφέρετε το σχήμα στην κόλλα σας και να χαράξετε τα υπόλοιπα τμήματα της γραφικής παράστασης της  $f$ . (Μονάδες 8)

β) Να βρείτε

i. τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση  $f$  είναι γνησίως φθίνουσα. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 8)

ii. τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της  $f$  καθώς και τις θέσεις των ακρότατων αυτών.

(Μονάδες 9)

### ΘΕΜΑ 4 - 15022

Θεωρούμε μια συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού το διάστημα  $[-3, 3]$ . Η συνάρτηση  $f$  είναι άρτια, γνησίως φθίνουσα στο διάστημα  $[-3, 0]$  και γνησίως αύξουσα στο διάστημα  $[0, 3]$ .

α) Να αποδείξετε ότι  $f(-1) < f(2)$ .

(Μονάδες 6)

β) Να αποδείξετε ότι  $f(3) \geq f(x) \geq f(0)$  για κάθε  $x \in [-3, 3]$ .

(Μονάδες 7)

## ΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

γ) Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση  $f$  παρουσιάζει ελάχιστο και μέγιστο και να βρείτε τις θέσεις μεγίστου και ελαχίστου.

(Μονάδες 6)

δ) Παρακάτω δίνονται 4 τύποι, από τους οποίους ένας μόνο μπορεί να είναι ο τύπος της συνάρτησης  $f$ . Να επιλέξετε το σωστό τύπο αιτιολογώντας την απάντησή σας.

α.  $f(x) = \sqrt{9-x^2}$    β.  $f(x) = -\sqrt{9-x^2}$    γ.  $f(x) = \sqrt{x^2-9}$    δ.  $f(x) = -\sqrt{x^2-9}$

(Μονάδες 6)

### 2.2 ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

#### ΘΕΜΑ 2 - 14983

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $g(x) = \frac{1}{3}x^2$ ,  $x \in \mathbb{R}$  και η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f(x)$  η οποία προκύπτει από μία οριζόντια μετατόπιση της  $g(x)$  κατά 3 μονάδες προς τα δεξιά και μετά κατά μία μονάδα προς τα πάνω.

α) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση όσον αφορά τον τύπο της  $f(x)$ .

(I)  $f(x) = g(x + 3) + 1$ . (II)  $f(x) = g(x + 3) - 1$ . (III)  $f(x) = g(x - 3) + 1$ .

(IV)  $f(x) = g(x - 3) - 1$ .

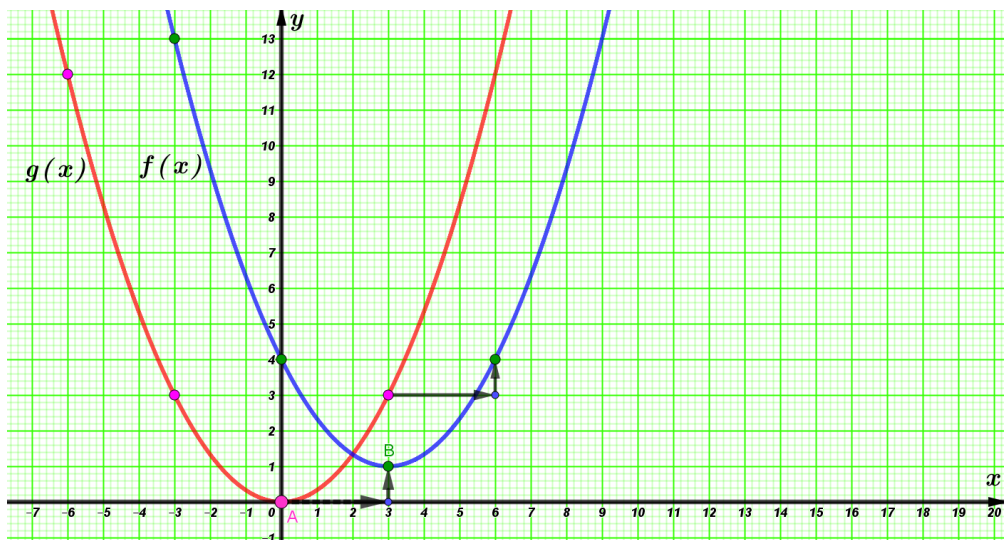
(Μονάδες 9)

β) Να βρείτε την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης  $f(x)$  και την θέση ελαχίστου.

(Μονάδες 8)

γ) Να γράψετε τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση  $f(x)$  είναι γνησίως αύξουσα ή γνησίως φθίνουσα.

(Μονάδες 8)



#### ΘΕΜΑ 4 - 14973

## ΤΘ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Δίνονται οι συναρτήσεις  $\varphi(x) = 3x^2$ ,  $x \in \mathbb{R}$  και  $f(x) = 3x^2 - 6x + 8$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

α) Να ελέγξετε αν η συνάρτηση  $\varphi$  είναι άρτια ή περιττή και να σχεδιάσετε τη γραφική της παράσταση. (Μονάδες 4)

β) Να αποδείξετε ότι  $f(x) = 3(x - 1)^2 + 5$ ,  $x \in \mathbb{R}$ . Στη συνέχεια, με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $\varphi$ , να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση  $f$ , αιτιολογώντας την απάντησή σας. (Μονάδες 4)

γ) Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$ , να βρείτε:

i. Τα διαστήματα στα οποία η  $f$  είναι γνήσια μονότονη και τον άξονα συμμετρίας της συνάρτησης  $f$ . (Μονάδες 6)

ii. Το ολικό ακρότατο της  $f$  και τη θέση του. Τι είδους ακρότατο είναι;

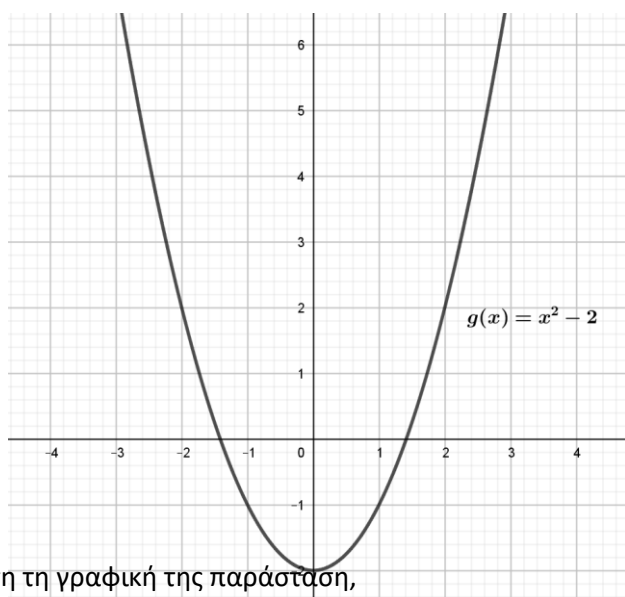
(Μονάδες 4)

iii. Το πλήθος των κοινών σημείων της γραφικής παράστασης της  $f$  και της ευθείας με εξίσωση  $y = \lambda$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$ , για τις διάφορες τιμές του πραγματικού αριθμού  $\lambda$ .

(Μονάδες 7)

### ΘΕΜΑ 2 - 15811

Στο παρακάτω σύστημα συντεταγμένων δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $g(x) = x^2 - 2$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .



α) Με βάση τη γραφική της παράσταση,

i. να αιτιολογήσετε γιατί η  $g$  είναι άρτια.

(Μονάδες 9)

ii. να βρείτε το ελάχιστο της  $g$  και τη θέση αυτού.

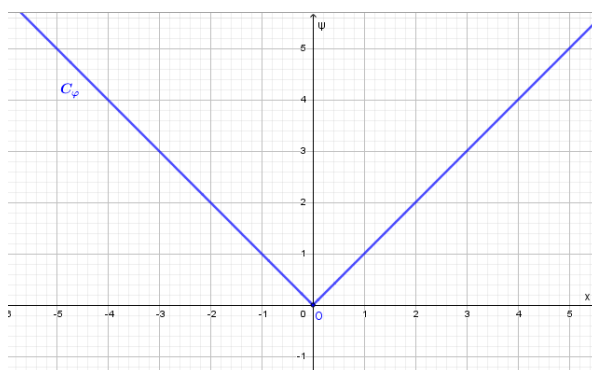
(Μονάδες 7)

## ΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

β) Να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση της  $f(x) = x^2$  μετατοπίζοντας κατάλληλα την γραφική παράσταση της  $g$  που φαίνεται στο παραπάνω σχήμα. (Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 2 - 14972

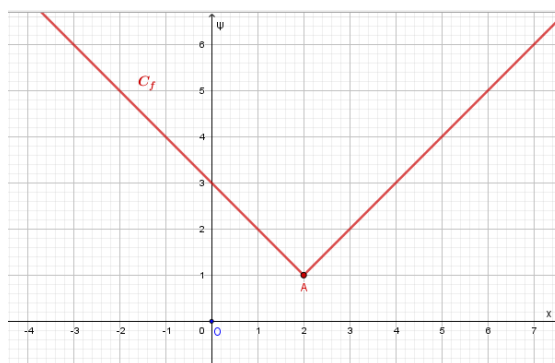
Δίνεται η συνάρτηση  $\varphi(x) = |x|$ ,  $x \in \mathbb{R}$  με γραφική παράσταση που φαίνεται στο σχήμα. Επιπλέον οι συναρτήσεις  $g(x) = |x - 2|$ ,  $x \in \mathbb{R}$  και  $f(x) = |x - 2| + 1$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .



α) Να παραστήσετε γραφικά στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων τις συναρτήσεις  $g$ ,  $f$  και να εξηγήσετε πώς προκύπτουν μετατοπίζοντας κατάλληλα τη γραφική παράσταση της  $\varphi$ .

(Μονάδες 13)

β) Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της  $f$ , η οποία δίνεται παρακάτω,



να βρείτε:

i. Τα διαστήματα στα οποία η  $f$  είναι γνήσια αύξουσα και γνήσια φθίνουσα.

(Μονάδες 6)

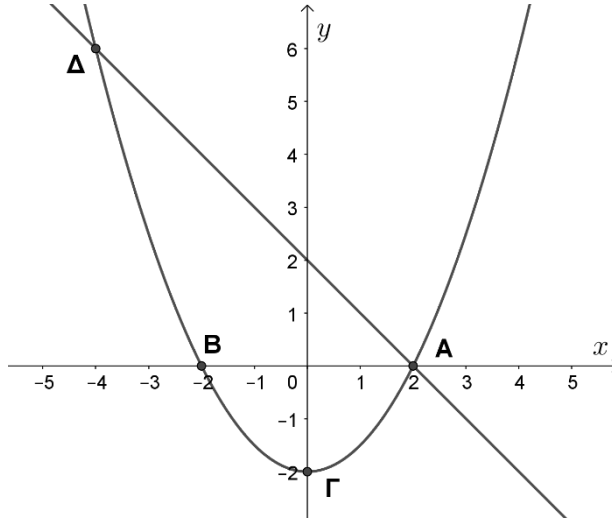
ii. Το ολικό ακρότατο της  $f$  και τη θέση του. Τι είδους ακρότατο είναι;

(Μονάδες 6)

## ΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

### ΘΕΜΑ 4 - 14294

Στο σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις μιας παραβολής  $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$  και της ευθείας  $g(x) = -x + 2$ .



α) Δεδομένου ότι η παραβολή διέρχεται από τα σημεία  $A, B, \Gamma$ , να βρείτε τις τιμές των  $\alpha, \beta, \gamma$ .

(Μονάδες 8)

β) Αν  $\alpha = \frac{1}{2}, \beta = 0$  και  $\gamma = -2$ , να βρείτε αλγεβρικά τις συντεταγμένες των κοινών σημείων της ευθείας και της παραβολής.

(Μονάδες 8)

γ) Αν μετατοπίσουμε την παραβολή κατά 4,5 μονάδες προς τα πάνω, να δείξετε ότι η ευθεία και η παραβολή θα έχουν ένα μόνο κοινό σημείο.

(Μονάδες 9)

### ΘΕΜΑ 4 - 20715

Με συρματοπλέγμα μήκους 20 m θέλουμε να περιφράξουμε οικόπεδο σχήματος ορθογωνίου με διαστάσεις  $x$  και  $y$ , όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

α) Να εκφράσετε την πλευρά  $y$  ως συνάρτηση της πλευράς  $x$  και να βρείτε τις δυνατές τιμές της πλευράς  $x$ .

(Μονάδες 7)

β) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν  $E(x)$  του ορθογωνίου ως συνάρτηση του  $x$  δίνεται από τη συνάρτηση  $E(x) = -(x-5)^2 + 25$  και να βρείτε το πεδίο ορισμού της στο πλαίσιο του προβλήματος.

(Μονάδες 7)

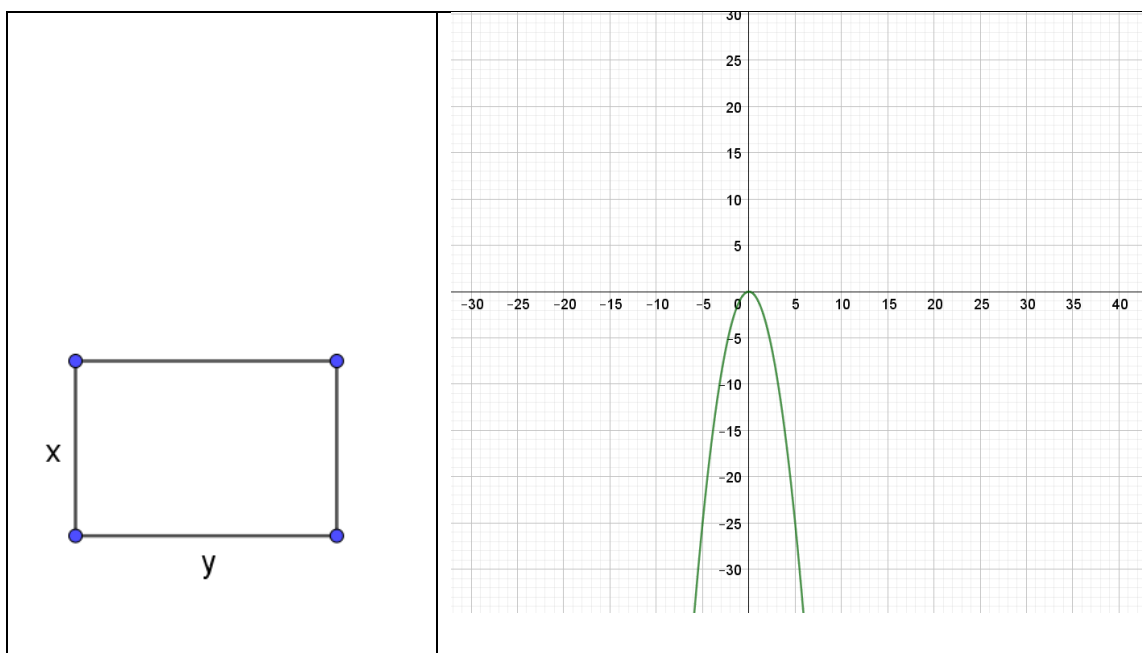
## ΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

γ) Παρακάτω δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $g(x) = -x^2$ . Μετατοπίζοντάς τη κατάλληλα, να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $E(x)$  και με βάση αυτή, να βρείτε το  $x$  έτσι ώστε το εμβαδόν  $E(x)$  του ορθογωνίου να γίνεται μέγιστο.

(Μονάδες 7)

δ) Για την τιμή του  $x$  που βρήκατε στο ερώτημα γ), να βρείτε την πλευρά  $y$  και να προσδιορίσετε το είδος του ορθογωνίου.

(Μονάδες 4)

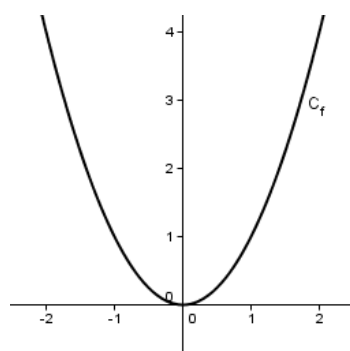


### ΘΕΜΑ 2 - 21673

Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση  $C_f$  της συνάρτησης  $f(x) = x^2$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

α) Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης  $\phi(x)$  της οποίας η γραφική παράσταση προκύπτει από την  $C_f$  αν την μετατοπίσουμε μια μονάδα, προς τα πάνω.

(Μονάδες 8)



β) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της  $\phi(x)$ .

(Μονάδες 8)

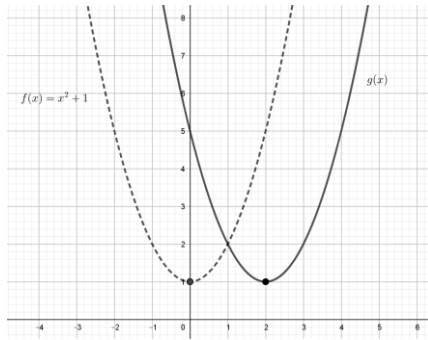
γ) Με τη βοήθεια του σχήματος, να βρείτε τη μονοτονία και τα ακρότατα της  $\phi(x)$ .

(Μονάδες 9)

### ΘΕΜΑ 2 - 20671

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f(x) = x^2 + 1$  και η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης  $g(x)$  με  $x \in \mathbb{R}$ .

## ΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2



α)

i. Είναι η  $f$  άρτια ή περιττή συνάρτηση; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 7)

ii. Έχει η  $f$  μέγιστη τιμή ή ελάχιστη; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 7)

β)

i. Με ποια μετατόπιση της γραφικής παράστασης της  $f$  προέκυψε η γραφική παράσταση της  $g$  ;

(Μονάδες 7)

ii. Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης  $g$  .

(Μονάδες 4)

### ΘΕΜΑ 4 - 20713

Στο τετράγωνο ΑΒΓΔ του παρακάτω σχήματος με πλευρά 2 cm, παίρνουμε τα εσωτερικά σημεία Ε, Ζ, Η, Θ των πλευρών ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΑ, αντίστοιχα, ώστε  $EB = ZΓ = ΗΔ = ΘΑ = x$  και σχηματίζεται το τετράγωνο ΕΖΗΘ .

α) Να εκφράσετε την πλευρά ΕΖ ως συνάρτηση του  $x$  και να βρείτε τις δυνατές τιμές του  $x$ .

(Μονάδες 6)

β) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τετραγώνου ΕΖΗΘ συναρτήσκει της πλευράς  $x$  δίνεται από τη συνάρτηση  $E(x) = 2(x-1)^2 + 2$  και να βρείτε το πεδίο ορισμού της στο πλαίσιο του προβλήματος.

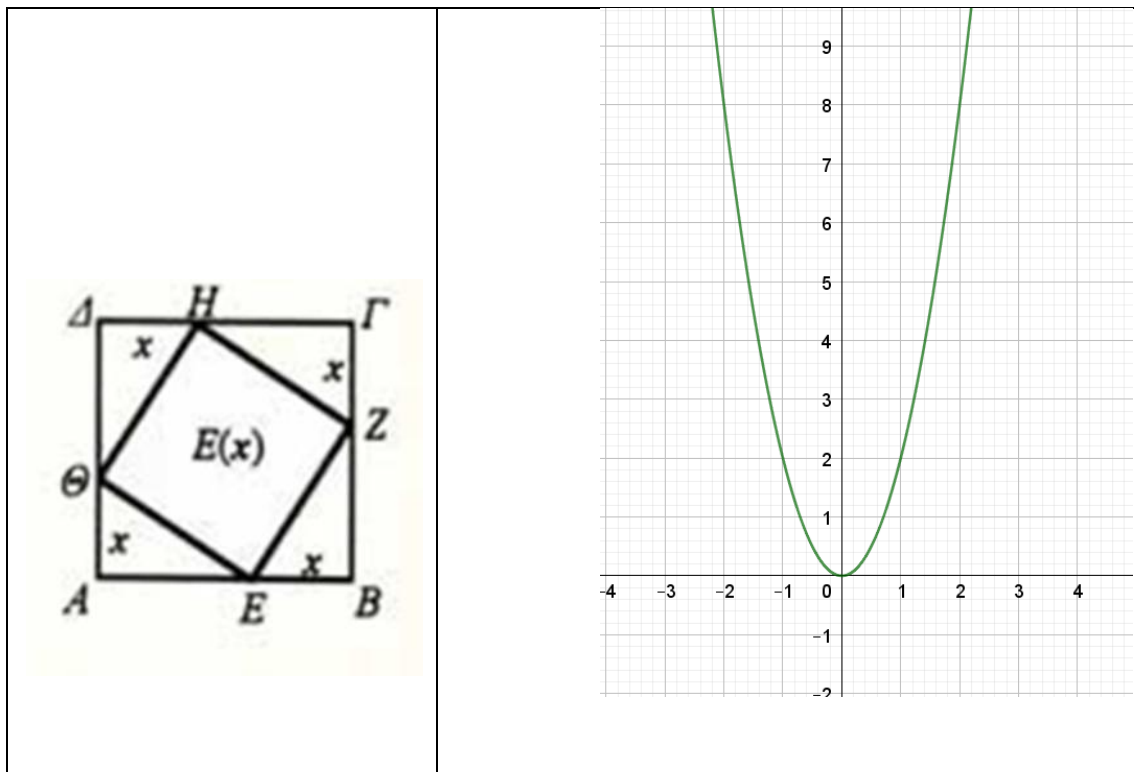
(Μονάδες 6)

γ) Παρακάτω δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $g(x) = 2x^2$ . Μετατοπίζοντας την κατάλληλα, να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $E(x)$  και με βάση αυτή, να βρείτε το  $x$  έτσι ώστε το εμβαδόν  $E(x)$  του ΕΖΗΘ να γίνεται ελάχιστο.

(Μονάδες 8)

## ΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

δ) Τι συμπέρασμα προκύπτει για τα σημεία E,Z,H,Θ στην περίπτωση που το εμβαδόν του EZHΘ γίνεται ελάχιστο. (Μονάδες 5)



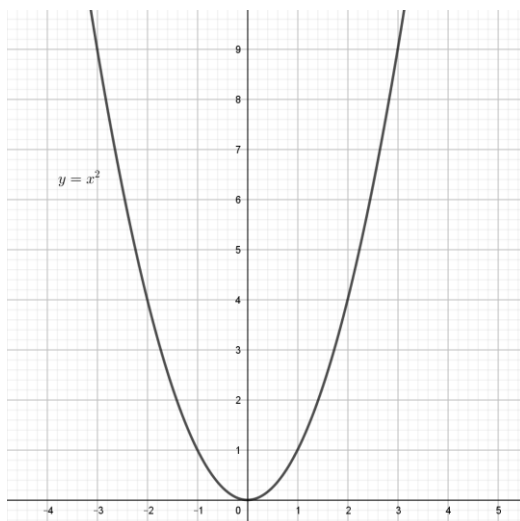
ΘΕΜΑ 2 - 32674

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^2 - 4x + 5$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

α) Να δείξετε ότι η  $f$  γράφεται στη μορφή  $f(x) = (x-2)^2 + 1$ . (Μονάδες 10)

β) Να αναφέρετε με ποιες μετατοπίσεις της  $y(x) = x^2$  προκύπτει η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$ , την οποία και να χαράξετε στο σύστημα συντεταγμένων που ακολουθεί.

(Μονάδες 15)



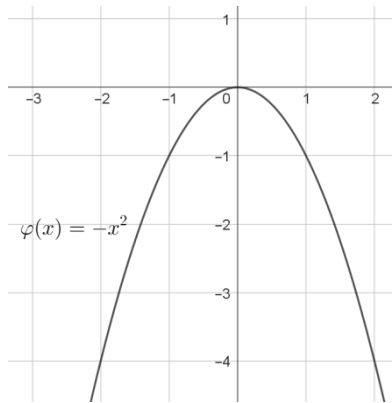
## ΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

---

ΘΕΜΑ 4 - 32677

Δίνονται οι συναρτήσεις  $\varphi(x) = -x^2, x \in \mathbb{R}$  και  $f(x) = -x^2 + 2x + 1, x \in \mathbb{R}$ .

α) Να αποδείξετε ότι  $f(x) = -(x - 1)^2 + 2$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  και στη συνέχεια, με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $\varphi$ , που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση  $f$ .



(Μονάδες 10)

β) Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  να βρείτε:

- i. Τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση  $f$  είναι γνησίως μονότονη. (Μονάδες 5)
- ii. Το ολικό ακρότατο της  $f$  καθώς και τη θέση του. (Μονάδες 5)
- iii. Το πλήθος των ριζών της εξίσωσης  $f(x) = \kappa, \kappa < 2$ . Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 5)