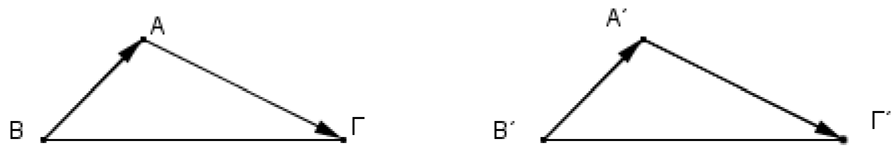
1.2 ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΚΑΙ ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ 2 - 22055

Δίνονται δύο τρίγωνα $\mathrm{AB\Gamma}$ και $\mathrm{A'B'\Gamma'}$ για τα οποία ισχύει $\overrightarrow{\mathrm{BA}} = \overrightarrow{\mathrm{B'A'}}$ και $\overrightarrow{\mathrm{A\Gamma}} = \overrightarrow{\mathrm{A'\Gamma'}}$.



α) Να εξηγήσετε γιατί:

(i) το μήκος της πλευράς BA είναι ίσο με το μήκος της πλευράς $\mathrm{B'A'}$ και (Μονάδες 3)

(ii) το μήκος της πλευράς $\mathrm{A\Gamma}$ είναι ίσο με το μήκος της πλευράς $\mathrm{A'\Gamma'}$.

(Μονάδες 3)

β) i.Να αποδείξετε ότι: $\overrightarrow{\mathrm{B\Gamma}} = \overrightarrow{\mathrm{B'\Gamma'}}$. (Μονάδες 10)

ii. Να εξηγήσετε γιατί το μήκος της πλευράς $\mathrm{B\Gamma}$ είναι ίσο με το μήκος της πλευράς $\mathrm{B'\Gamma'}$.

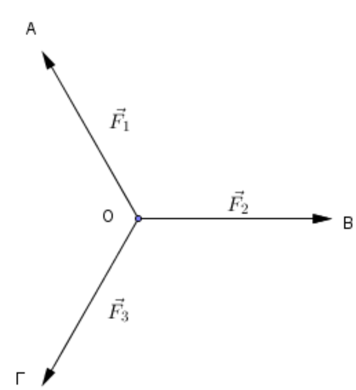
(Μονάδες 3)

γ) Θα μπορούσε η ακόλουθη πρόταση να ήταν κριτήριο ισότητας τριγώνων;

«Αν για δύο τρίγωνα $\mathrm{AB\Gamma}$ και $\mathrm{A'B'\Gamma'}$ ισχύει $\overrightarrow{\mathrm{BA}} = \overrightarrow{\mathrm{B'A'}}$ και $\overrightarrow{\mathrm{A\Gamma}} = \overrightarrow{\mathrm{A'\Gamma'}}$, τότε τα τρίγωνα $\mathrm{AB\Gamma}$ και $\mathrm{A'B'\Gamma'}$ είναι ίσα». Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ 4 - 22068

Σε ένα υλικό σημείο O εφαρμόζονται τρεις δυνάμεις $\overrightarrow{\mathrm{F}_1}$, $\overrightarrow{\mathrm{F}_2}$, $\overrightarrow{\mathrm{F}_3}$ οι οποίες σχηματίζουν ανά δύο γωνία 120^{o}, έτσι ώστε το υλικό σημείο O να ισορροπεί.



α) Ποια σχέση ανάμεσα στα διανύσματα $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$, $\overrightarrow{F_3}$ εκφράζει την συνθήκη ισορροπίας;

(Μονάδες 5)

β) Να αποδείξετε ότι τα διανύσματα $\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}$ και $\overrightarrow{F_3}$ είναι αντίθετα. (Μονάδες 5)

γ) Αν A, B, Γ, Δ είναι τα πέρατα των διανυσμάτων $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$, $\overrightarrow{F_3}$ και $\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}$, αντίστοιχα (θεωρούμενων ως διανυσμάτων με αρχή το σημείο O), τότε να αποδείξετε ότι:

i. $\widehat{AO\Delta}=\widehat{BO\Delta}=60^o$. (Μονάδες 5)

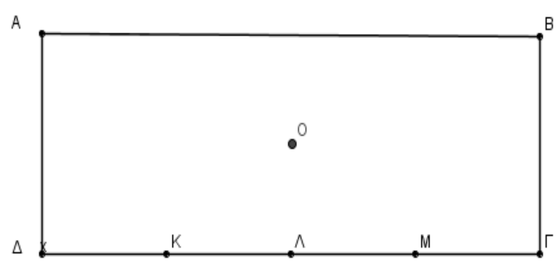
ii. $\widehat{O\Delta B}=60^o$. (Μονάδες 5)

δ) Να αποδείξετε ότι: $|\overrightarrow{F_1}|=|\overrightarrow{F_2}|=|\overrightarrow{F_3}|$. (Μονάδες 5)

1.3 ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΜΟΣ ΑΡΙΘΜΟΥ ΜΕ ΔΙΑΝΥΣΜΑ

ΘΕΜΑ 2 - 22042

Στο σχήμα φαίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με κέντρο Ο. Τα σημεία Κ, Λ, Μ χωρίζουν την πλευρά ΔΓ σε τέσσερα ίσα τμήματα.



Αν $\overrightarrow{\Delta K}=\vec{\alpha}$ και $\overrightarrow{\Delta A}=\vec{\beta}$ να εκφράσετε καθένα από τα ακόλουθα διανύσματα ως γραμμικούς συνδυασμούς των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$. Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

α) $\overrightarrow{\Delta\Gamma}$ (Μονάδες 8)

β) $\overrightarrow{MA}$ (Μονάδες 8)

γ) $\overrightarrow{O\Delta}$ (Μονάδες 9)

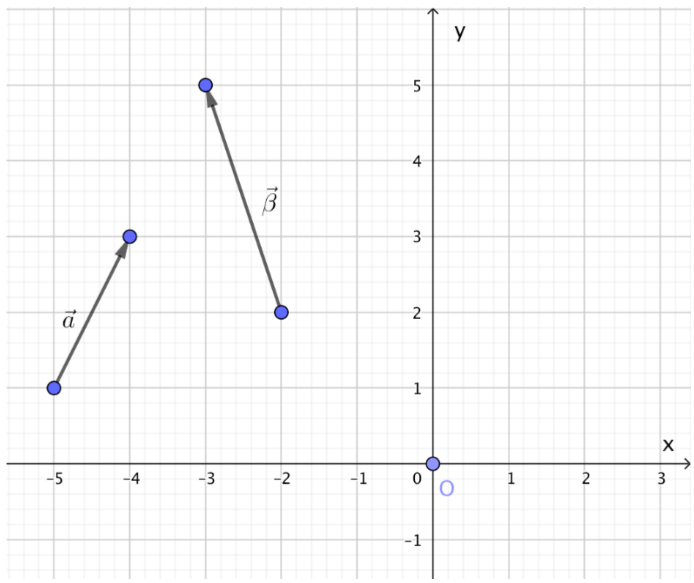
ΘΕΜΑ 2 - 20914

Στο παρακάτω σχήμα, δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$.

α) Να σημειώσετε πάνω στο σχήμα τα διανύσματα $\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{\alpha}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{\beta}$ όπου O η αρχή των αξόνων. (Μονάδες 08)

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{\alpha}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{\beta}$ και $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$. (Μονάδες 09)

γ) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο OAB είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 08)



ΘΕΜΑ 2 - 22055

Δίνονται δύο τρίγωνα $\mathrm{AB\Gamma}$ και $\mathrm{A'B'\Gamma'}$ για τα οποία ισχύει $\overrightarrow{\mathrm{BA}} = \overrightarrow{\mathrm{B'A'}}$ και $\overrightarrow{\mathrm{A\Gamma}} = \overrightarrow{\mathrm{A'\Gamma'}}$.

α) Να εξηγήσετε γιατί:

(i) το μήκος της πλευράς BA είναι ίσο με το μήκος της πλευράς $\mathrm{B'A'}$ και (Μονάδες 3)

(ii) το μήκος της πλευράς $\mathrm{A\Gamma}$ είναι ίσο με το μήκος της πλευράς $\mathrm{A'\Gamma'}$. (Μονάδες 3)

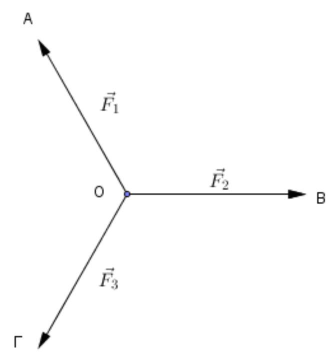
β) i.Να αποδείξετε ότι: $\overrightarrow{\mathrm{B\Gamma}} = \overrightarrow{\mathrm{B'\Gamma'}}$. (Μονάδες 10)

ii. Να εξηγήσετε γιατί το μήκος της πλευράς $\mathrm{B\Gamma}$ είναι ίσο με το μήκος της πλευράς $\mathrm{B'\Gamma'}$. (Μονάδες 3) γ) Θα μπορούσε η ακόλουθη πρόταση να ήταν κριτήριο ισότητας τριγώνων;

«Αν για δύο τρίγωνα $\mathrm{AB\Gamma}$ και $\mathrm{A'B'\Gamma'}$ ισχύει $\overrightarrow{\mathrm{BA}} = \overrightarrow{\mathrm{B'A'}}$ και $\overrightarrow{\mathrm{A\Gamma}} = \overrightarrow{\mathrm{A'\Gamma'}}$, τότε τα τρίγωνα $\mathrm{AB\Gamma}$ και $\mathrm{A'B'\Gamma'}$ είναι ίσα». Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ 4 - 22068

Σε ένα υλικό σημείο O εφαρμόζονται τρεις δυνάμεις $\overrightarrow{\mathrm{F}_1}$, $\overrightarrow{\mathrm{F}_2}$, $\overrightarrow{\mathrm{F}_3}$ οι οποίες σχηματίζουν ανά δύο γωνία 120^{o}, έτσι ώστε το υλικό σημείο O να ισορροπεί.



α) Ποια σχέση ανάμεσα στα διανύσματα $\overrightarrow{\mathrm{F}_1}$, $\overrightarrow{\mathrm{F}_2}$, $\overrightarrow{\mathrm{F}_3}$ εκφράζει την συνθήκη ισορροπίας;

(Μονάδες 5)

β) Να αποδείξετε ότι τα διανύσματα $\overrightarrow{\mathrm{F}_1} + \overrightarrow{\mathrm{F}_2}$ και $\overrightarrow{\mathrm{F}_3}$ είναι αντίθετα. (Μονάδες 5)

γ) Αν $\mathrm{A, B, \Gamma, \Delta}$ είναι τα πέρατα των διανυσμάτων $\overrightarrow{\mathrm{F}_1}$, $\overrightarrow{\mathrm{F}_2}$, $\overrightarrow{\mathrm{F}_3}$ και $\overrightarrow{\mathrm{F}_1} + \overrightarrow{\mathrm{F}_2}$, αντίστοιχα (θεωρούμενων ως διανυσμάτων με αρχή το σημείο O), τότε να αποδείξετε ότι:

i. $\widehat{\mathrm{AO\Delta}} = \widehat{\mathrm{BO\Delta}} = 60^{\mathrm{o}}$. (Μονάδες 5)

ii. $\widehat{\mathrm{O\Delta B}} = 60^{\mathrm{o}}$. (Μονάδες 5)

δ) Να αποδείξετε ότι: $\left|\overrightarrow{\mathrm{F}_1}\right| = \left|\overrightarrow{\mathrm{F}_2}\right| = \left|\overrightarrow{\mathrm{F}_3}\right|$. (Μονάδες 5)