

### 3. ΕΡΓΟ - ΕΝΕΡΓΕΙΑ

#### Εισαγωγή για την «Ενέργεια»

Συνήθως η ενέργεια ορίζεται, ως η ικανότητα παραγωγής έργου. Όμως και το έργο ορίζεται μέσω της ενέργειας, επομένως φαίνεται ότι ο παραπάνω

ορισμός είναι κυκλικός.

Ενώ δεν μπορεί να δοθεί αυστηρός ορισμός για την ενέργεια, είμαστε σίγουροι για τα παρακάτω:

**A.** Η ενέργεια συναντάται σε διάφορες μορφές.

Γνωστές μορφές ενέργειας είναι η μηχανική (το άθροισμα κινητικής και δυναμικής ενέργειας), η ηλεκτρική, η χημική, η θερμική, η ενέργεια ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας (π.χ. φωτεινής) και η πυρηνική ενέργεια.

**B.** Η ενέργεια μεταβιβάζεται και μετασχηματίζεται (αλλάζει μορφές).

Κατά την εμφάνιση ενός φυσικού φαινομένου, ενέργεια μεταβιβάζεται από ένα σώμα σε άλλο, ενώ ταυτόχρονα μπορεί να μετατραπεί από μια μορφή σε άλλες. Έτσι όταν μετακινούμε ένα σώμα, ανεβάζοντάς το σε κεκλιμένο επίπεδο, του μεταβιβάζουμε ενέργεια, η οποία μετατρέπεται σε κινητική, βαρυτική δυναμική και θερμική ενέργεια.

Επίσης σε ένα ηλεκτρικό κύκλωμα, η ηλεκτρική ενέργεια μετατρέπεται σε άλλες μορφές, ανάλογα με τις συσκευές που το κύκλωμα τροφοδοτεί. Για παράδειγμα σε μια ηλεκτρική σκούπα η ηλεκτρική ενέργεια μετατρέπεται σε κινητική (στον κινητήρα), θερμική (στις αντιστάσεις) και φωτεινή (στα ενδεικτικά λαμπάκια).

Οι δύο βασικοί μηχανισμοί που επιτρέπουν μεταβίβαση ενέργειας από ένα σώμα σε άλλο είναι:

α. το μηχανικό έργο, το οποίο απαιτεί δύναμη και μετατόπιση και

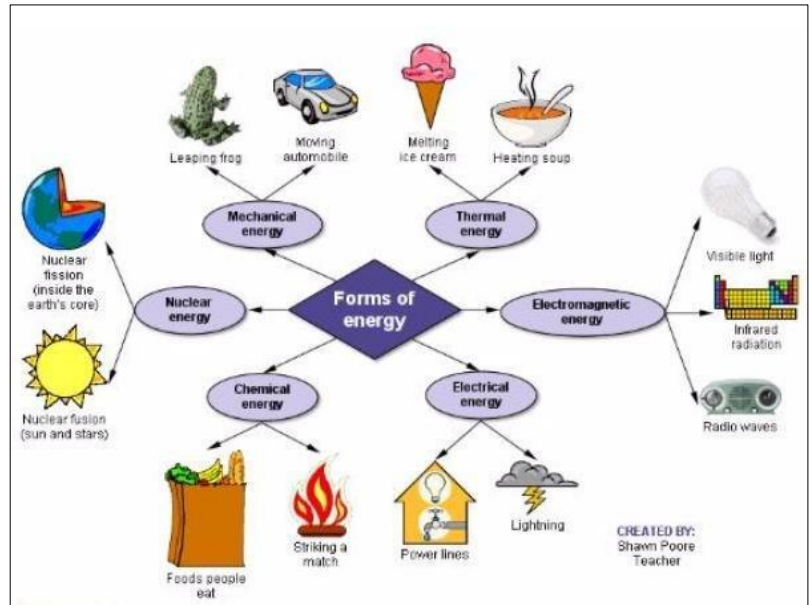
β. η θερμότητα, η οποία μεταβιβάζεται μεταξύ σωμάτων διαφορετικής θερμοκρασίας.

Υπάρχουν και άλλοι μηχανισμοί μεταφοράς ενέργειας, που μπορείτε να δείτε στο σχόλιο, στο τέλος των σημειώσεων.

**Γ.** Η ενέργεια διατηρείται ποσοτικά ενώ υποβαθμίζεται ποιοτικά.

Η ενέργεια δεν παράγεται από το μηδέν, ούτε καταστρέφεται. Το σύμπαν δημιουργήθηκε με μια ποσότητα ενέργειας, η οποία παραμένει σταθερή.

Ταυτόχρονα όμως η ενέργεια υποβαθμίζεται, με την έννοια ότι υπάρχουν μορφές της, οι οποίες είναι δύσκολα αξιοποιήσιμες (μετατρέψιμες), όπως είναι η θερμική ενέργεια (χαμηλής θερμοκρασίας).



### 3.1 Η έννοια του έργου

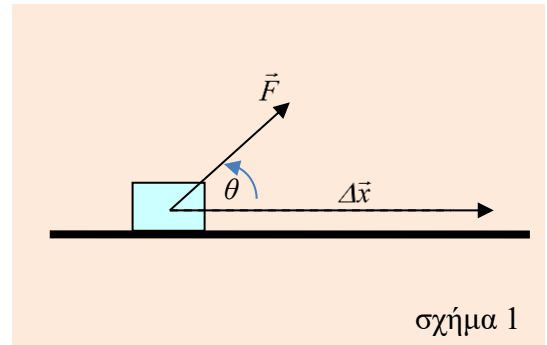
Σε κάθε μεταφορά ή μετατροπή ενέργειας που εμφανίζεται κάποια δύναμη και το σώμα μετατοπίζεται, παράγεται από τη δύναμη αυτή « έργο ».

**Έργο  $w$**  λέγεται το φυσικό μονόμετρο μέγεθος, που εκφράζει την ενέργεια που μεταφέρεται από ένα σώμα σε ένα άλλο ή μετατρέπεται από μια μορφή σε μια άλλη και ισούται με

$$w_F = |F| \cdot |\Delta x| \cdot \cos\theta$$

όπου  $|F|$  το μέτρο της δύναμης,  $|\Delta x|$  το μέτρο της μετατόπισης του σημείου εφαρμογής της δύναμης και  $\theta$  η γωνία που σχηματίζουν τα διανύσματα  $\vec{F}$  και  $\vec{x}$  (σχήμα 1)

Μονάδα μέτρησης έργου στο σύστημα S.I. είναι το  $1 J = 1 N \cdot m$



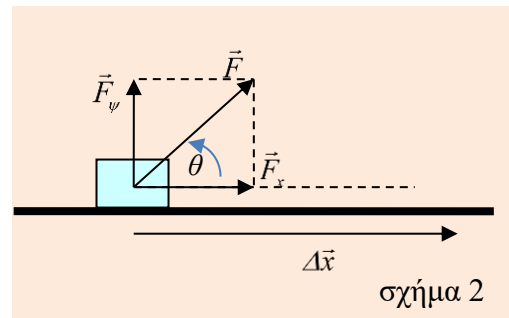
σχήμα 1

#### Παρατηρήσεις

a) Ο παραπάνω τύπος ισχύει μόνο στην περίπτωση που η δύναμη  $\vec{F}$  είναι σταθερή.

Ο τύπος υπολογισμού του έργου μας δείχνει ότι μπορούμε να υπολογίσουμε το έργο, στην περίπτωση που η δύναμη είναι σταθερή, αν αναλύσουμε τη δύναμη σε δύο συνιστώσες  $\vec{F}_x$  κατά τη διεύθυνση της μετατόπισης και  $\vec{F}_y$  κάθετη στη διεύθυνση της μετατόπισης. Αναφερόμενοι στο σχήμα 2 για παράδειγμα, έργο παράγει μόνο η  $\vec{F}_x$  δηλαδή

$$w_F = |F_x| \cdot |\Delta x|$$



σχήμα 2

b) Το πρόσημο του έργου μιας δύναμης μπορεί να είναι:

|          |                           |
|----------|---------------------------|
| θετικό   | αν $0 \leq \theta < 90$   |
| αρνητικό | αν $90 < \theta \leq 180$ |
| μηδέν    | αν $\theta = 90$          |

★ Το θετικό έργο εκφράζει την ενέργεια που προσφέρεται στο σώμα στο οποίο ασκείται η δύναμη, από αυτόν που ασκεί αυτή τη δύναμη.

★ Το αρνητικό έργο εκφράζει την ενέργεια που αφαιρείται από το σώμα, στο οποίο ασκείται η δύναμη και μεταφέρεται σε αυτόν που την ασκεί.

**Παράδειγμα 1<sup>ο</sup>**

Παρατηρείστε το σχήμα 3, όπου ένας άνθρωπος σπρώχνει το κιβώτιο.

- Η  $\vec{F}$  προσφέρει ενέργεια στο σώμα ίση με το έργο που παράγει:

$$w_F = |\vec{F}| \cdot |\Delta x| > 0$$

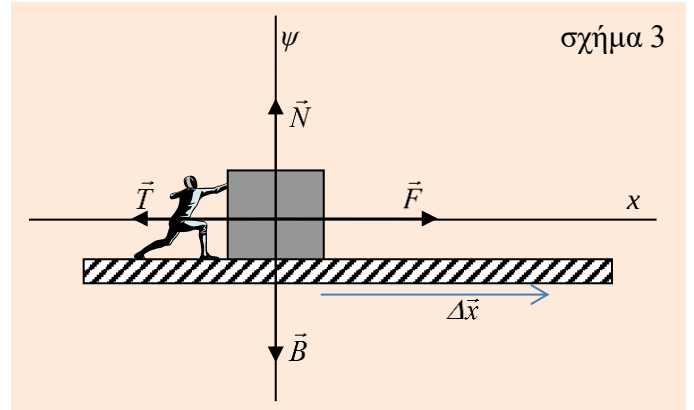
- Οι δυνάμεις  $\vec{B}, \vec{N}$  ούτε προσφέρουν ούτε αφαιρούν ενέργεια από το σώμα, αφού  $\theta = 90^\circ$  οπότε:

$$w_B = w_N = 0$$

- Η τριβή αφαιρεί ενέργεια από το σώμα ίση με  $|w_T|$ , η οποία μεταφέρεται στο περιβάλλον και μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια, όπου

$$w_T = |\vec{T}| |\Delta x| \sin 180^\circ = -|\vec{T}| |\Delta x| < 0$$

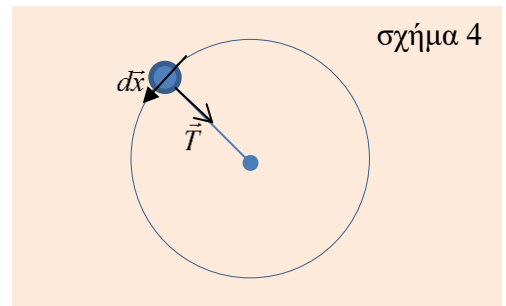
Το σώμα αποκτά τελικά κινητική ενέργεια  $K = w_F + w_T$  ή  $K = w_F - |w_T|$



σχήμα 3

**Παράδειγμα 2<sup>ο</sup>**

Η σφαίρα του σχήματος 4 εκτελεί κυκλική κίνηση πάνω σε ένα οριζόντιο δάπεδο. Η τάση του νήματος είναι συνεχώς κάθετη στη στοιχειώδη μετατόπιση, άρα δεν παράγει έργο.

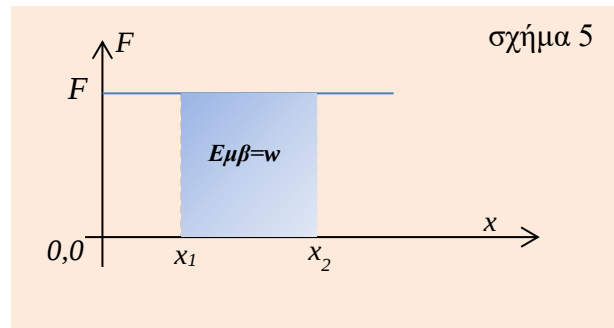


σχήμα 4

c) Αν κάνουμε τη γραφική παράσταση της αλγεβρικής τιμής  $F$  της δύναμης του παραδείγματος 1, σε συνάρτηση με την αλγεβρική τιμή της θέσης  $x$ , το εμβαδόν μεταξύ δυο θέσεων  $x_1$  και  $x_2$  ισούται αριθμητικά με

$$Εμβ = F \cdot (x_2 - x_1) = F \cdot \Delta x = w_F$$

δηλαδή εκφράζει το έργο της δύναμης  $\vec{F}$  (σχήμα 5).



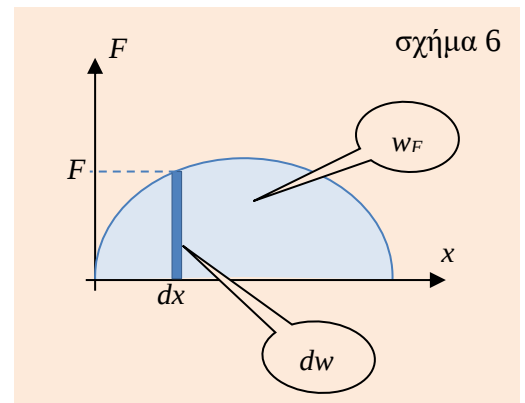
σχήμα 5

d) Έργο δύναμης σταθερής διεύθυνσης που η αλγεβρική τιμή της είναι συνάρτηση της μετατόπισης  $F = f(x)$

Στο σχήμα 6 φαίνεται η γραφική παράσταση της αλγεβρικής τιμής μιας δύναμης, που έχει μεταβλητή αλγεβρική τιμή και την κατεύθυνση της μετατόπισης. Για μια στοιχειώδη μετατόπιση  $d\vec{x}$  του σώματος το γραμμοσκιασμένο στοιχειώδες εμβαδόν είναι

$$dE = F \cdot dx = dw_F$$

δηλαδή το στοιχειώδες παραγόμενο έργο από τη δύναμη.



σχήμα 6

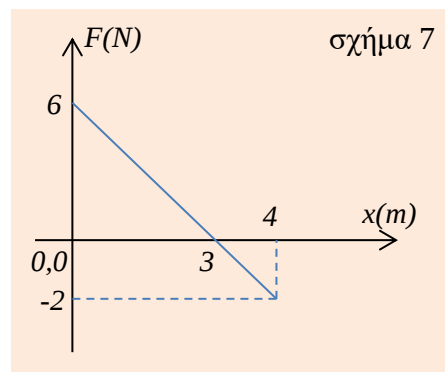
Αν θέλουμε το συνολικό έργο θα πρέπει να αθροίσουμε τα στοιχειώδη έργα, άρα να αθροίσουμε τα στοιχειώδη εμβαδά. Μα τότε θα βρούμε το εμβαδόν του σχήματος που δημιουργείται μεταξύ της γραφικής παράστασης και του άξονα  $Ox$ .

Συνήθως η γραφική παράσταση είναι ευθεία και υπολογίζουμε εμβαδόν τριγώνου ή τραπεζίου.

$$\text{Π.χ. } F = -2x + 6, 0 \leq x \leq 4\text{m}$$

Κάνουμε τη γραφική παράσταση  $F \rightarrow x$  και υπολογίζουμε το εμβαδόν από  $0$  ως  $4\text{m}$  (σχήμα 6).

$$w_F = w_{(+)} + w_{(-)} = \frac{3 \cdot 6}{2} + \frac{1 \cdot (-2)}{2} = 9 + (-1) = 8 \text{ J}$$



- e) Είναι φανερό ότι μπορούμε να μιλάμε για έργο μόνο εφόσον υπάρχει μετατόπιση. Δεν έχει νόημα υπολογισμού έργου σε ορισμένη θέση. Η έννοια έργο στη Φυσική δεν έχει καμιά σχέση με τη λέξη «έργο» όπως αυτή χρησιμοποιείται στην καθημερινή ζωή. Αν ένας άνθρωπος κρατάει ακίνητο ένα βαρύ σώμα, μετά από λίγο χρόνο κουράζεται, για τη Φυσική όμως καμία δύναμη από αυτές που ασκούνται στο ακίνητο σώμα δεν παράγει έργο, αφού η μετατόπιση του σώματος είναι μηδενική.
- f) Το έργο (όπως και η θερμότητα) δεν είναι μορφή ενέργειας, αλλά «μετράει» την ενέργεια που μεταφέρεται από ένα σώμα σε ένα άλλο ή μετατρέπεται από μια μορφή σε μία άλλη.

### 3.2 Κινητική ενέργεια

Στο Μεσαίωνα χρησιμοποιούσαν τον πολιορκητικό κριό, για να γκρεμίσουν τις πύλες ενός κάστρου, γιατί είχε μεγάλη μάζα και ταχύτητα, δηλαδή μεγάλη κινητική ενέργεια. Από το Γυμνάσιο ξέρουμε ότι η (μεταφορική) κινητική ενέργεια ενός σώματος είναι

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

όπου  $m$  η μάζα και  $v$  το μέτρο της ταχύτητας του σώματος.  
Μονάδα μέτρησης στο S.I. το **1 J**.



### 3.3 Έργο βάρους και μεταβολή κινητικής ενέργειας

Αφήνουμε ελεύθερη τη σφαίρα του σχήματος 8 να εκτελέσει ελεύθερη πτώση από ύψος  $h$  πάνω από το έδαφος. Αν  $t$  ο χρόνος καθόδου και  $v$  η τελική ταχύτητα τότε:

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \quad (1) \quad \text{και} \quad v = gt \quad (2)$$

Επίσης η τελική κινητική ενέργεια θα είναι:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \quad (3)$$

Η μοναδική δύναμη, το βάρος  $\vec{B}$ , παράγει έργο

$$w = B \cdot h \Leftrightarrow w = mg \cdot h \xrightarrow{(1)} w = mg \cdot \frac{1}{2}gt^2 \Leftrightarrow w = \frac{1}{2}mg^2t^2$$

$$\xrightarrow{(2)} w = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{(3)} w = K$$

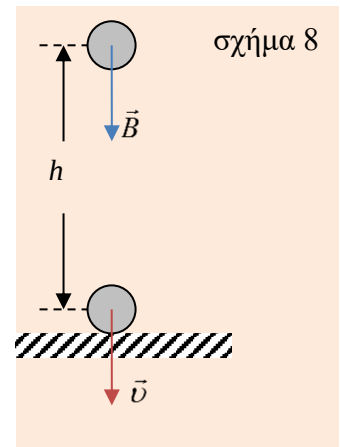
Αποδείξαμε δηλαδή ότι μέσω του έργου του βάρους, μεταφέρθηκε στο σώμα κινητική ενέργεια, ακριβώς ίση με το έργο του βάρους. Αν και η απόδειξη έγινε με παράδειγμα την ελεύθερη πτώση, το θεώρημα αυτό μπορεί να αποδειχτεί για οποιαδήποτε δύναμη, σε κάθε περίπτωση κίνησης, ακόμα και αν η δύναμη είναι μεταβλητή ή η τροχιά δεν είναι ευθύγραμμη. Στη γενική περίπτωση το σώμα μπορεί να δέχεται 2 ή περισσότερες δυνάμεις και να διαθέτει και αρχική ταχύτητα, οπότε το θεώρημα μπορεί να διατυπωθεί ως εξής:

**«Η μεταβολή της Κινητικής Ενέργειας ενός σώματος είναι ίση με το αλγεβρικό άθροισμα των έργων των δυνάμεων που δρουν πάνω του ή - ισοδύναμα - είναι ίση με το έργο της συνισταμένης δύναμης»**

$$\Delta K = \Sigma W_F = W_{F(\alpha)}$$

Το θεώρημα αυτό συνήθως λέγεται **Θεώρημα Μεταβολής Κινητικής Ενέργειας (ΘΜΚΕ)**. Μπορούμε να το γράψουμε πιο αναλυτικά

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = w_{F_1} + w_{F_2} + \dots$$



Μπορεί να χρησιμοποιηθεί όταν σε ένα πρόβλημα δίνονται ή ζητούνται συνήθως τα φυσικά μεγέθη  $F$ ,  $w_F$ ,  $v$ ,  $\Delta x$ ,  $m$ ,  $\mu$  συνδέοντας την αρχική με την τελική κινητική ενέργεια και τα ενδιάμεσα παραγόμενα έργα, ακόμα και σε κινήσεις, που δεν είναι γνωστές η κινηματική ή η δυναμική μελέτη τους, δηλαδή χωρίς να γνωρίζουμε χρόνο ή επιτάχυνση.

### 3.4 Η δυναμική ενέργεια

« Λέμε ότι ένα σώμα ή σύστημα σωμάτων έχει δυναμική ενέργεια όταν έχει τη δυνατότητα παραγωγής έργου λόγω της θέσης ή της κατάστασης στην οποία βρίσκεται »

#### Α) Βαρυτική δυναμική ενέργεια

Το σώμα του σχήματος 9 δέχεται σταθερή δύναμη μέτρου  $F = B$  οπότε ανεβαίνει με σταθερή ταχύτητα μέχρι ύψος  $h$  από το οριζόντιο δάπεδο. Η ενέργεια που μεταφέρεται στο σώμα από τη δύναμη  $\vec{F}$  είναι ίση με το έργο της

$$w_F = F \cdot h = B \cdot h = mg \cdot h \quad (1)$$

Το έργο του βάρους για την ίδια μετακίνηση είναι

$$w_B = B \cdot h \cdot \cos 180^\circ \Leftrightarrow w_B = -mg \cdot h \quad (2)$$

Από τις (1) και (2) παίρνουμε  $w_F = -w_B = mg \cdot h$

Ονομάζουμε βαρυτική δυναμική ενέργεια  $U_B$  ενός σώματος, που βρίσκεται σε ύψος  $h$  από ένα οριζόντιο επίπεδο αναφοράς, το φυσικό μονόμετρο μέγεθος που υπολογίζεται από τη σχέση

$$U = m \cdot g \cdot h \quad \text{με μονάδα μέτρησης στο S.I. το } 1 \text{ J.}$$

Η δυναμική ενέργεια είναι η ενέργεια του σώματος λόγω της θέσης του. Αναφέρεται στο σύστημα Σώμα – Γη. Συμβατικά, για λόγους απλούστευσης, μιλάμε μόνο για «δυναμική ενέργεια σώματος».

Είναι φανερό από τον ορισμό της ότι δεν έχει ορισμένη τιμή, αφού εξαρτάται που έχουμε θεωρήσει το οριζόντιο επίπεδο αναφοράς όπου  $U_B = 0$ .

Αν τη μετρήσουμε ως προς το τραπεζάκι, θα είναι  $U_1 = mgh_1$ .

Αν τη μετρήσουμε ως προς το ταβάνι, θα είναι  $U_2 = -mgh_2$  αφού το σώμα βρίσκεται «κάτω από το επίπεδο αναφοράς».

- Τι αξία έχει όμως μια μορφή ενέργειας λόγω θέσης, που σε ορισμένη θέση του σώματος έχει άπειρες τιμές; Σημασία δεν έχει η τιμή της δυναμικής ενέργειας αλλά η μεταβολή της, όταν το σώμα μετατοπίζεται.

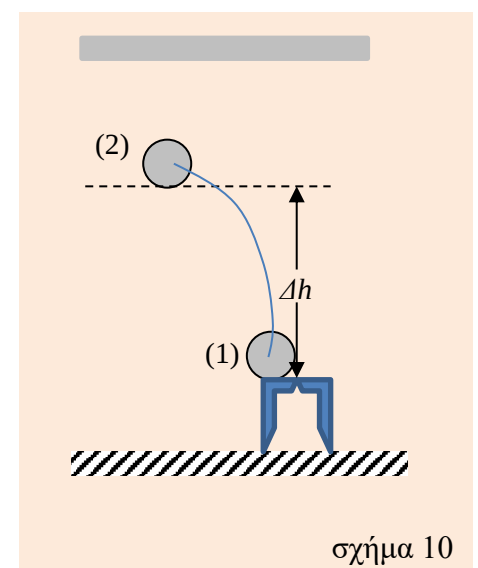
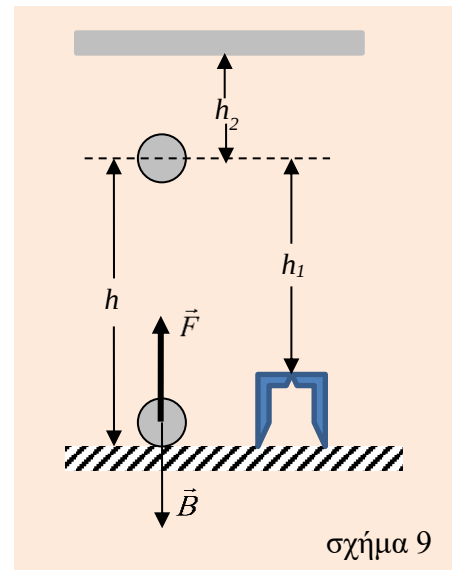
Έστω ότι ένα σώμα μετατοπίζεται με τυχαία διαδρομή, από τη θέση (1) στη θέση (2) του σχήματος 10.

Η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας θα είναι

$$\Delta U_{1 \rightarrow 2} = U_2 - U_1 \Leftrightarrow \Delta U_{1 \rightarrow 2} = mgh_2 - mgh_1$$

$$\Leftrightarrow \Delta U_{1 \rightarrow 2} = mg(h_2 - h_1) \Leftrightarrow \Delta U_{1 \rightarrow 2} = mg \cdot \Delta h$$

Βλέπουμε ότι η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας εξαρτάται από την υψομετρική μεταβολή και όχι το επίπεδο αναφοράς.



Η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας συμβαίνει μέσω παραγωγής έργου από το βάρος και μάλιστα

$$w_{B(1 \rightarrow 2)} = -\Delta U_{1 \rightarrow 2} \Leftrightarrow w_{B(1 \rightarrow 2)} = U_1 - U_2$$

Η τελευταία σχέση μπορεί να χρησιμοποιηθεί για εύρεση του έργου του βάρους σε κάθε περίπτωση.

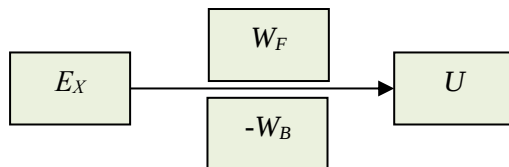
Το έργο του βάρους είναι υπεύθυνο για τη μεταβολή της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας. Όταν ένα αντικείμενο ανυψώνεται, η βαρυτική δυναμική του ενέργεια αυξάνεται ενώ το αντίστοιχο έργο βάρους είναι αρνητικό.

Όταν ένα αντικείμενο κατέρχεται, η βαρυτική δυναμική του ενέργεια μειώνεται ενώ το αντίστοιχο έργο βάρους είναι θετικό.

- Ποιες μετατροπές Ενέργειας έγιναν τελικά στο παράδειγμα που περιγράφεται στο σχήμα 9;

Η Χημική Ενέργεια  $E_X$  που καταναλώνει ο άνθρωπος ή κάποια μηχανή, που εξασκεί τη δύναμη  $\vec{F}$ , μεταφέρεται στο σώμα μέσω του έργου της δύναμης  $\vec{F}$ .

Μέσω του έργου του βάρους  $\vec{B}$  μετατρέπεται τελικά σε Δυναμική ενέργεια.



Η δυναμική ενέργεια  $U$  είναι αποτέλεσμα της αλληλεπίδρασης του σώματος με τη Γη και η τιμή της εξαρτάται από την απόστασή του από αυτή. Εκείνο που μας ενδιαφέρει στη Φυσική είναι οι μεταβολές της δυναμικής ενέργειας.

### 3.5 Η μηχανική ενέργεια

Από τη θέση (Α) σε ύψος  $H$  πάνω από ένα οριζόντιο δάπεδο, αφήνουμε ελεύθερη μια ελαστική μπάλα μάζας  $m$ , όπως φαίνεται στο σχήμα 11. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Η μπάλα χτυπά στο δάπεδο, το οποίο θεωρούμε επίσης ελαστικό, ανακρούει και ανεβαίνει προς τα πάνω μέχρι τη θέση (Α). Αυτό γίνεται γιατί η απώλεια ενέργειας είναι αμελητέα κατά την κρούση της με το δάπεδο. Παίρνουμε επίπεδο αναφοράς δυναμικής ενέργειας στο δάπεδο.

Στη θέση (Α) η μπάλα έχει μόνο δυναμική ενέργεια, ενώ η κινητική της ενέργεια είναι μηδέν.

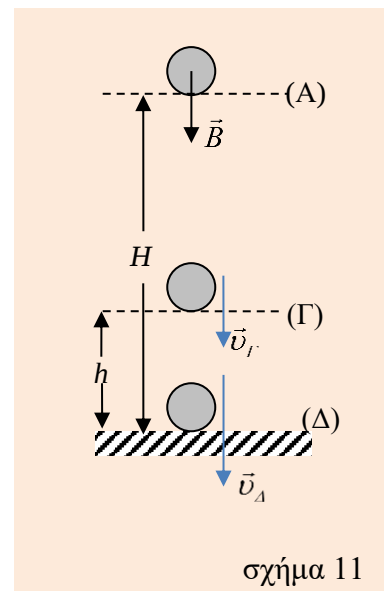
$$U_A = mgh, K_A = 0$$

Στην τυχαία θέση (Γ) έχει και δυναμική και κινητική ενέργεια.

$$U_\Gamma = mgh, K_\Gamma = \frac{1}{2}mv_\Gamma^2$$

Στη θέση (Δ) στο δάπεδο, η μπάλα έχει μόνο κινητική ενέργεια, ενώ η δυναμική της ενέργεια είναι μηδέν.

$$U_\Delta = 0, K_\Delta = \frac{1}{2}mv_\Delta^2$$



Αν υπολογίσουμε αριθμητικά τις παραπάνω ενέργειες συμπεραίνουμε ότι κατά την κάθοδο της μπάλας η δυναμική ενέργεια, που είχε στη θέση (Α), μετατράπηκε σταδιακά σε κινητική ενέργεια στη θέση (Δ), μέσω του έργου του βάρους.

Αν η μπάλα ανεβαίνει η κινητική ενέργεια, που έχει στη θέση (Δ), μετατρέπεται σταδιακά σε δυναμική ενέργεια στη θέση (Α). Στην τυχαία θέση (Γ) η μπάλα έχει και κινητική και δυναμική ενέργεια.

Το άθροισμα της κινητικής  $K$  και της δυναμικής ενέργειας  $U$ , που έχει το σώμα σε οποιοδήποτε σημείο μεταξύ των θέσεων (Α) και (Δ) κατά την άνοδο ή την κάθοδό του, λέγεται **Μηχανική Ενέργεια  $E_M$** , δηλαδή

$$E_M = K + U$$

Εφ' όσον το σώμα ούτε κερδίζει, ούτε χάνει ενέργεια, με αποτέλεσμα η κίνησή του να επαναλαμβάνεται η ίδια, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή (διατηρείται).

#### ΑΡΧΗ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ (Α.Δ.Μ.Ε.) ΣΩΜΑΤΟΣ:

«Αν κατά την κίνηση ενός σώματος παράγεται έργο μόνο από το βάρος, η μηχανική του ενέργεια παραμένει συνεχώς σταθερή».

Η αρχή αυτή εφαρμόζεται ακόμα και αν ασκούνται και άλλες δυνάμεις εκτός του βάρους, αρκεί να μην παράγουν έργο.

- Να δείξετε ότι κατά την ελεύθερη πτώση ενός σώματος η μηχανική του ενέργεια διατηρείται σταθερή.

Θεωρούμε σώμα μάζας  $m$  που εκτελεί ελεύθερη πτώση ανάμεσα στα σημεία (Α) και (Γ).

Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας μεταξύ των θέσεων (Α) και (Γ) είναι:

$$\Delta K_{A \rightarrow \Gamma} = W_{B(A \rightarrow \Gamma)} \quad (1)$$

Η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας μεταξύ των ίδιων θέσεων προσδιορίζεται από τη σχέση

$$\Delta U_{A \rightarrow \Gamma} = -W_{B(A \rightarrow \Gamma)} \quad (2)$$

Προσθέτουμε κατά μέλη τις (1) και (2):

$$\Delta K_{A \rightarrow \Gamma} + \Delta U_{A \rightarrow \Gamma} = 0 \quad (3)$$

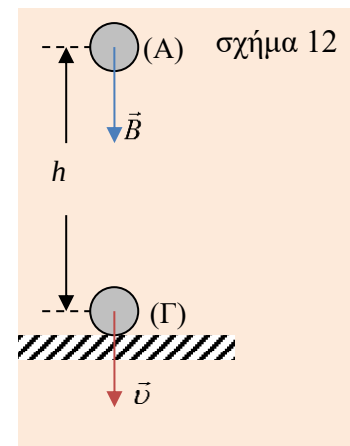
Δηλαδή το άθροισμα της μεταβολής της κινητικής ενέργειας και της μεταβολής της δυναμικής ενέργειας είναι ίσο με το μηδέν.

Από τη σχέση (3) έχουμε:

$$K_{\Gamma} - K_A + U_{\Gamma} - U_A = 0 \Leftrightarrow K_{\Gamma} + U_{\Gamma} = K_A + U_A \Leftrightarrow E_{M(A)} = E_{M(\Gamma)}$$

Άρα κατά την ελεύθερη πτώση ενός σώματος η μηχανική του ενέργεια διατηρείται σταθερή.

### 3.6 Διατηρητικές (συντηρητικές) δυνάμεις



Για την ελαστική σφαίρα του σχήματος 11, ισχύει:

Κατά την κάθοδο της σφαίρας το έργο του βάρους είναι  $W_{B(A \rightarrow \Delta)} = +mgH$

Κατά την άνοδο είναι  $W_{B(\Delta \rightarrow A)} = -mgH$

Το έργο του βάρους για την κλειστή διαδρομή  $A \rightarrow \Delta \rightarrow A$  είναι:

$$W_{ολ} = +mgH - mgH = 0.$$

Τις δυνάμεις αυτές όπως το βάρος, που το έργο τους σε κλειστή διαδρομή είναι μηδέν και κατά συνέπεια συντηρούν (ή διατηρούν) την μηχανική ενέργεια του συστήματος στο οποίο δρουν λέγονται **συντηρητικές ή διατηρητικές δυνάμεις**.

Το έργο των συντηρητικών δυνάμεων δεν εξαρτάται από το είδος της τροχιάς αλλά μόνο από την αρχική και τελική θέση του σώματος.

Τέτοιες είναι οι βαρυτικές, οι ηλεκτρικές, οι δυνάμεις από παραμορφωμένα ελατήρια και η άνωση.

- Η τριβή είναι μη διατηρητική δύναμη, αφού το έργο της σε οποιαδήποτε κλειστή διαδρομή διάφορο του μηδενός.

- Σε κάθε διατηρητική δύναμη, αντιστοιχεί και μια συνάρτηση δυναμικής ενέργειας.

### ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ:

**Η μηχανική ενέργεια ενός σώματος ή συστήματος διατηρείται όταν οι δυνάμεις που ασκούνται σε αυτό είναι συντηρητικές.**

### 3.7 Ισχύς

Ισχύς δύναμης  $\vec{F}$  λέγεται το φυσικό μονόμετρο μέγεθος που εκφράζει το **ρυθμό με τον οποίο παράγει έργο** η δύναμη, δηλαδή ισούται με το πηλίκο του έργου που παράγεται σε ορισμένο χρονικό διάστημα προς αυτό το χρονικό διάστημα.

$$P_F = \frac{w_F}{\Delta t}$$

Μονάδα ισχύος στο σύστημα S.I. είναι το 1 Watt (W),  $1W = 1J/s$ .

Πρακτική μονάδα μέτρησης ισχύος είναι ο 1HP (horse power), δηλαδή ο ίππος.

Προσεγγιστικά ισχύει  $1 HP = 746 W$ .

Η μαθηματική σχέση που γράψαμε για την ισχύ, υπολογίζει τη **μέση ισχύ** μιας δύναμης.

Αν θέλουμε τη **στιγμιαία ισχύ**, η σχέση πρέπει να γραφτεί

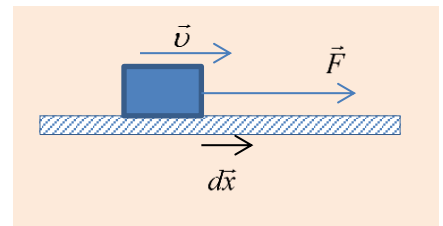
$$P_F = \frac{dw_F}{dt}$$

όπου  $dw_F$  και  $dt$  στοιχειώδεις ποσότητες.

**Υπολογισμός της στιγμιαίας ισχύος**(όταν η δύναμη έχει τη διεύθυνση της μετατόπισης)

$$P_F = \frac{dw_F}{dt} \Leftrightarrow P_F = \frac{F \cdot dx}{dt} \Leftrightarrow P_F = F \cdot \frac{dx}{dt} \Leftrightarrow$$

$$\boxed{P_F = F \cdot v}$$



Η τελευταία σχέση περιέχει αλγεβρικές τιμές και μας δίνει τη στιγμιαία ισχύ της δύναμης  $\vec{F}$  (στιγμιαίο ρυθμό παραγωγής έργου).

Από τη σχέση αυτή προκύπτει ότι η ισχύς της δύναμης εξαρτάται από την τιμή της δύναμης και της ταχύτητας σε κάποια συγκεκριμένη χρονική στιγμή.

Άρα όταν μας ζητούν ισχύ έστω τη στιγμή  $t_1$ , πρέπει να γνωρίζουμε την τιμή της δύναμης και της ταχύτητας αυτή τη στιγμή, για να εφαρμόσουμε την παραπάνω σχέση.

Αν η δύναμη  $\vec{F}$  και η ταχύτητα είναι σταθερές, τότε οι τιμές της στιγμιαίας και της μέσης ισχύος συμπίπτουν.

Αν η δύναμη  $\vec{F}$  σχηματίζει γωνία  $\varphi$  με την ταχύτητα (άρα και με τη μετατόπιση) του σώματος, τότε την αναλύουμε σε συνιστώσες  $\vec{F}_x, \vec{F}_y$ , οπότε η ισχύς της δύναμης  $\vec{F}$  θα είναι

$$P_F = F_x \cdot v$$

Είναι εύκολο να διακρίνουμε, πότε μας ζητούν μέση και πότε στιγμιαία ισχύ. Η μέση ισχύς αναφέρεται πάντα σε χρονική διάρκεια  $\Delta t$ , ενώ η στιγμιαία ισχύς αναφέρεται σε χρονική στιγμή  $t$ .

### Χαρακτηριστικές περιπτώσεις υπολογισμού ισχύος

**α. Ρυθμός παραγωγής θερμότητας τριβής ολίσθησης** (όταν είναι αντίρροπη της

μετατόπισης)  $\frac{dQ}{dt}$

Για την ισχύ της τριβής ολίσθησης ισχύει  $P_T = -|T| \cdot |v|$

Το (-) εκφράζει το γεγονός ότι η τριβή ολίσθησης δαπανά έργο, μέσω του οποίου παράγεται θερμότητα.

Επομένως ο ρυθμός παραγωγής θερμότητας θα είναι

$$\frac{dQ}{dt} = |P_T| = +|T| \cdot |v|$$

**β. Ρυθμός μεταβολής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας**  $\frac{dU_B}{dt}$

$$\frac{dU_B}{dt} = -\frac{dW_B}{dt} = -\frac{|B| \cdot |dx| \cdot \cos\varphi}{dt} = -|B| \cdot |v| \cdot \cos\varphi = -P_B,$$

όπου  $\varphi = (\vec{B}, \vec{v})$  γωνία.

- Τι μας λέει η τελευταία περίπτωση για ένα σώμα που κινείται κατακόρυφα στο ομογενές πεδίο βαρύτητας της Γης;

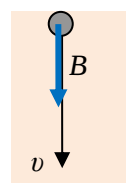
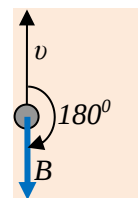
**i) Όταν το σώμα ανέρχεται κατακόρυφα**

$$\frac{dU_B}{dt} = -|B| \cdot |v| \cdot \cos 180^\circ = |B| \cdot |v| > 0$$

δηλαδή ο ρυθμός μεταβολής της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας είναι

**θετικός**, κάτι που το περιμέναμε, αφού η ως προς το έδαφος δυναμική του ενέργεια **αυξάνεται**.

**ii) Όταν το σώμα κατέρχεται κατακόρυφα**



$$\frac{dU_{\beta}}{dt} = -|B| \cdot |v| \cdot \cos\theta = -|B| \cdot |v| < 0$$

δηλαδή ο ρυθμός μεταβολής της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας είναι **αρνητικός**, κάτι που το περιμέναμε αφού η ως προς το έδαφος δυναμική του ενέργεια **μειώνεται**.

**γ. Ρυθμός μεταβολής κινητικής ενέργειας**  $\frac{dK}{dt}$

Στην ουσία πρόκειται για την ισχύ της συνισταμένης δύναμης, αφού μέσω αυτής μεταβάλλεται η κινητική ενέργεια ενός σώματος. Έτσι ισχύει

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dw_{\Sigma F}}{dt} = \frac{|\Sigma F| \cdot |dx| \cdot \cos\varphi}{dt} = |\Sigma F| \cdot |v| \cdot \cos\varphi = P_{\Sigma F}$$

 **Ανδρέας Φιζόπουλος**