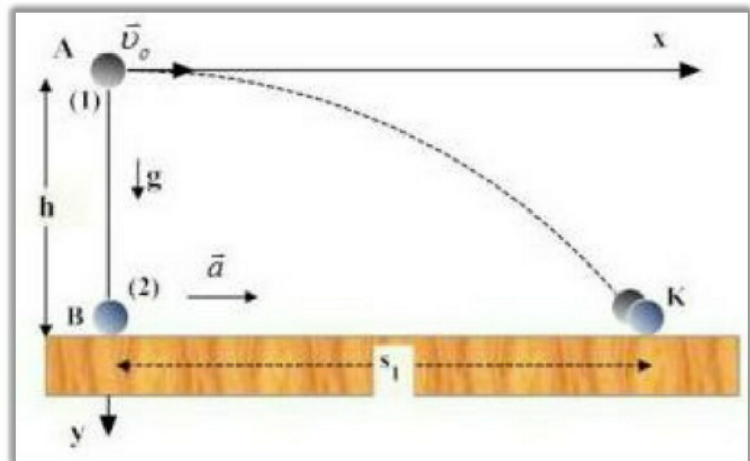
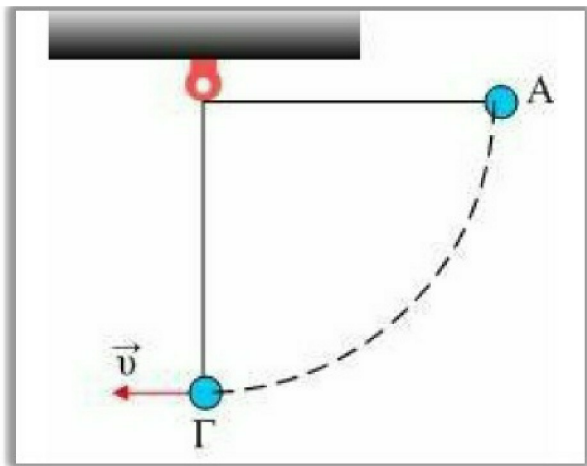
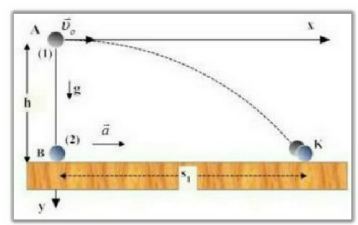


ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ ΤΩΝ ΧΡΙΣΤΟΥΓΕΝΝΩΝ



1. Μικρό σώμα (1) εκτοξεύεται τη χρονική στιγμή $t = 0$ με οριζόντια ταχύτητα μέτρο $u_1 = 6 \text{ m/sec}$ από το σημείο A που βρίσκεται σε ύψος $h = 45 \text{ m}$ από το έδαφος. Την ίδια χρονική στιγμή μικρό σώμα (2) ξεκινά από την ηρεμία και κινείται οριζόντια με σταθερή επιτάχυνση a από το σημείο B του εδάφους που βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφη με το σημείο A. Τα δύο σώματα φτάνουν ταυτόχρονα σε σημείο K.



Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης a . Δίνεται $g = 10 \text{ m/sec}^2$.

ΛΥΣΗ: (1): Ελεύθερη πτώση: $h = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \Rightarrow$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 45}{10}} \Rightarrow t = 3 \text{ sec}$$

$$S_1 = u_1 t = 6 \cdot 3 \Rightarrow S_1 = 18 \text{ m}$$

(2): Ε.Ο.Ενιτ. κ: $S_2 = \frac{1}{2} a t^2$

Θέλουμε να (1), (2) να φθάνουν ταυτόχρονα στο K άρα: $t_1 = t_2 = t = 3 \text{ sec}$ ή $S_1 = S_2$.

Οπότε: $\frac{1}{2} a \cdot 3^2 = 18 \Rightarrow a \cdot 9 = 36 \Rightarrow$

$a = 4 \text{ m/s}^2$

2. Από ένα όπλο εκτοξεύονται οριζόντια δύο σφαίρες προς ένα κατακόρυφο τοίχο που απέχει 120m από το σημείο βολής. Η μία σφαίρα έχει αρχική ταχύτητα $u_1 = 300 \text{ m/sec}$ και η άλλη $u_2 = 400 \text{ m/sec}$. Να βρείτε την απόσταση ανάμεσα στις τρύπες που άφησαν οι σφαίρες στον τοίχο. Δίνεται $g = 10 \text{ m/sec}^2$.

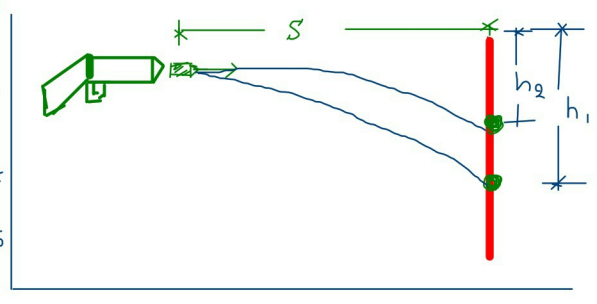
ΛΥΣΗ: (1):

$$S = u_{01} t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{S}{u_{01}} =$$

$$= \frac{120}{300} \Rightarrow t_1 = 0,4 \text{ sec}$$

$$h_1 = \frac{1}{2} g t_1^2 = \frac{1}{2} 10 \cdot 0,16$$

$$h_1 = 0,8 \text{ m}$$



(2): $S = u_{02} t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{S}{u_{02}} = \frac{120}{400} \Rightarrow t_2 = 0,3 \text{ sec}$

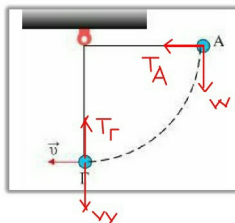
$$h_2 = \frac{1}{2} g t_2^2 = \frac{1}{2} 10 \cdot 0,09 = \frac{1}{2} 10 \cdot 0,09 \Rightarrow h_2 = 0,45 \text{ m}$$

Επομένως η απόσταση που αφίζουν οι τρύπες είναι:

$$\Delta h = h_1 - h_2 = 0,8 - 0,45 \Rightarrow$$

$\Delta h = 0,35 \text{ m}$

3. Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί στο κάτω άκρο νήματος μήκους $l=45\text{cm}$. Φέρνουμε το σώμα στη θέση Α, ώστε το νήμα να γίνει οριζόντιο και το αφήνουμε να κινηθεί.
Α) Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος:
i) Η αρχική επιτάχυνση του σώματος είναι ίση με g .
ii) Η τάση του νήματος στο Α είναι μηδέν.
iii) Το έργο της τάσης από το Α στο Γ είναι μηδέν.
iv) Το έργο του βάρους από το Α στο Γ είναι ίσο με μηδέν.
v) Το έργο της κεντρομόλου δύναμης είναι ίσο με μηδέν.
Β) Η τάση του νήματος στην θέση Γ είναι:
α) ίση με το βάρος.
β) μηδέν
γ) Μεγαλύτερη του βάρους.
δ) μικρότερη του βάρους
Γ) Αυξήθηκε ή μειώθηκε η δυναμική ενέργεια του σώματος κατά την κίνησή του από το Α στο Γ και κατά πόσο;
Δ) Να βρείτε την ταχύτητα του σώματος και την τάση του νήματος στο σημείο Γ.
 $g=10\text{m/s}^2$.



ΛΥΣΗ:

Α>i) Σωστή.

$$T_{\text{nr}} t = 0 : \Sigma F_x = F_k \Rightarrow T = m \frac{v_A^2}{l} = 0 \Rightarrow a_k = 0$$

Αρα η κεντρομόλη επιτάχυνση προέρχεται από το βάρος οπότε: $\Sigma F_y = W = mg \rightarrow ma = mg \Rightarrow$

$$a = g$$

ii) Σωστή. (Εξηγήθηκε παραπάνω)

iii) Σωστή (Γιατί η τάση Τ είναι συνεχώς κάθετη στη διαδρομή $\Rightarrow W_T = 0$)

iv) Λάθος (W = συντηρητική δύναμη $\rightarrow$)

$$W_W = U_{\text{ερξ}} - U_{\text{ερη}} = mgl - 0 = mgl = 2 \cdot 10 \cdot 0,45 \Rightarrow$$

$$W_W = 9\text{J}$$

v) Σωστή ($F_k \perp \text{διαδρομή} \Rightarrow W_{F_k} = 0$)

Β>γ) Σωστή. Πελάμε: $(\Gamma) \sim \Sigma F_y = F_k \Rightarrow$

$$T_r - W = m \frac{v_r^2}{l} \Rightarrow T_r = W + m \frac{v_r^2}{l} \quad \text{I} \Rightarrow T_r > W$$

Γ> Μειώθηκε: $U_A = mgl$, $U_r = 0 \Rightarrow$

$$\Delta U = U_{\text{ερη}} - U_{\text{ερξ}} = U_r - U_A = -mgl \Rightarrow$$

$$\Delta U = -9\text{J}$$

Δ> Ενεργ: $W_T = 0$ & ' $W = \text{συντηρητική δύναμη}$

Μπορούμε να εφαρμόσουμε των ΑΔΜΕ:

$$E_{\text{μηχ}}^{(A)} = E_{\text{μηχ}}^{(r)} \Rightarrow$$

$$U_A + K_A = U_r + K_r \Rightarrow$$

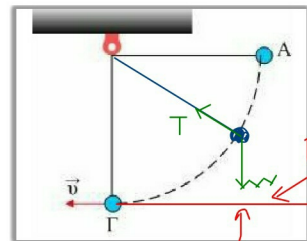
$$mgl + 0 = 0 + \frac{1}{2}mv_r^2 \Rightarrow v_r = \sqrt{2gl} \Rightarrow$$

$$v_r = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,45} \Rightarrow v_r = 3\text{m/s}$$

$$\Sigma F = F_k \Rightarrow T_r = W + m \frac{v_r^2}{l} = mgl + m \frac{v_r^2}{l} \rightarrow$$

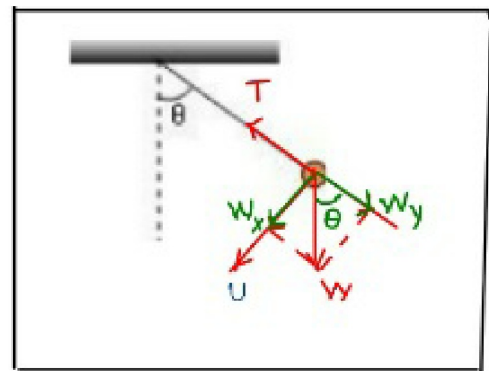
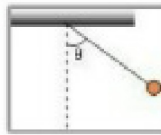
$$T_r = 20 + 2 \cdot \frac{9}{0,45} = 20 + 2 \cdot \frac{900}{45} \Rightarrow$$

$$T_r = 60\text{N}$$



Εξηγήσο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας

4. Ένα σώμα μάζας 2 kg είναι δεμένο στο άκρο νήματος μήκους $l=1\text{ m}$ και διαγράφει κατακόρυφο κύκλο. Όταν το νήμα σχηματίζει γωνία $\theta=60^\circ$ με την κατακόρυφο, το σώμα έχει ταχύτητα 2 m/s . Για την θέση αυτή:
- Ποια η κεντρομόλος επιτάχυνση;
 - Ποιο το μέτρο της τάσης του νήματος;
 - Ποιος ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της ταχύτητας; $g=10\text{ m/s}^2$



ΛΥΣΗ:

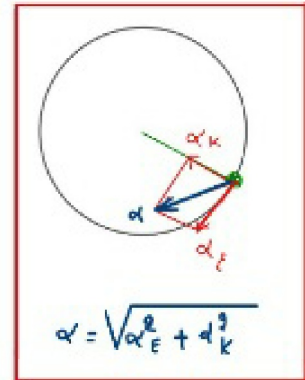
$$W_x = W \sin \theta = m g \sin \theta = 2 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \underline{W_x = 10\sqrt{3}\text{ N}}$$

$$W_y = W \cos \theta = m g \cos \theta = 2 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow \underline{W_y = 10\text{ N}}$$

$$\alpha) \quad a_k = \frac{v^2}{l} = \frac{2^2}{1} \Rightarrow \underline{a_k = 4\text{ m/s}^2}$$

$$\beta) \quad \sum F_y = F_k \Rightarrow T - W_y = m \cdot a_k \Rightarrow T = W_y + m \cdot a_k = 10 + 2 \cdot 4 \Rightarrow \underline{T = 18\text{ N}}$$

$$\gamma) \quad \frac{\Delta v}{\Delta t} = a_x = \frac{\sum F_x}{m} = \frac{W_x}{m} = \frac{10\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \underline{\frac{\Delta v}{\Delta t} = 5\sqrt{3}\text{ m/s}^2}$$

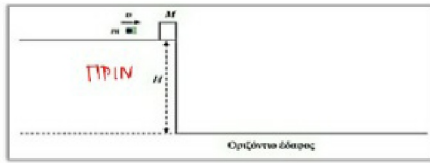


ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ:

Η a_k (κεντρομόλος επιτάχυνση) αλλάζει την κατεύθυνση της γραμμικής ταχύτητας.

Η a_t (επιτρόχιος επιτάχυνση) αλλάζει το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας ή έχει τη διεύθυνση της γραμμικής ταχύτητας.

5. Ένα ξύλινο κιβώτιο μάζας $M=20\text{kg}$ βρίσκεται ακίνητο στην άκρη της ταράτσας ενός ουρανοξύστη η οποία βρίσκεται σε ύψος $H=80\text{m}$ πάνω από το οριζόντιο έδαφος, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



Ένα βλήμα μάζας $m=500\text{g}$, που κινείται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $u=200\text{m/s}$, συγκρούεται με το ακίνητο κιβώτιο, το διαπερνά και εξέρχεται από αυτό με ταχύτητα που έχει μέτρο υποδιπλάσιο της αρχικής. Αμέσως μετά την κρούση και τα δύο σώματα (ξύλινο κιβώτιο και βλήμα), εκτελούν οριζόντια βολή.

α) Να υπολογίσετε την ταχύτητα του κιβωτίου αμέσως μετά την κρούση.

β) Να υπολογίσετε τη θερμότητα που απελευθερώθηκε στο περιβάλλον λόγω της κρούσης του βλήματος με το κιβώτιο.

γ) Αν υποθέσετε ότι η χρονική διάρκεια κίνησης του βλήματος μέσα στο κιβώτιο είναι $\Delta t=0,1\text{s}$, να υπολογίσετε το μέτρο της μέσης δύναμης F , που δέχθηκε το βλήμα από το κιβώτιο. Το κιβώτιο αλλά και το βλήμα μετά την οριζόντια βολή που εκτελούν, πέφτουν στο έδαφος στα σημεία Α και Β αντίστοιχα.

δ) Να υπολογίσετε την απόσταση ΑΒ.

Δίνονται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$ και ότι κατά τις κινήσεις των σωμάτων θεωρούμε μηδενική την αντίσταση του.

ΛΥΣΗ:

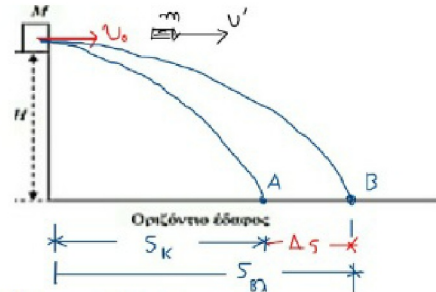
$$\alpha) \text{ ΑΔΟ: } \vec{p}_{0\lambda} = \vec{p}_{0\kappa} \Rightarrow m u = M v_0 + m v' \Rightarrow v_0 = \frac{m(u-v')}{M}$$

$$v_0 = \frac{0,5 \cdot 100}{20} = \frac{50}{20} \Rightarrow v_0 = 2,5 \text{ m/s}$$

$$\begin{aligned} \beta) Q_{\text{θερμ}} &= | \Delta K_{0\lambda} | = \left| \frac{1}{2} M v_0^2 + \frac{1}{2} m v'^2 - \frac{1}{2} m u^2 \right| = \\ &= \left| \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 6,25 + \frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 10^4 - \frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 4 \cdot 10^4 \right| = \\ &= | 62,5 + 2500 - 10000 | = | 62,5 - 7500 | \Rightarrow Q_{\text{θερμ}} = 7437,5 \text{ J} \end{aligned}$$

$$\gamma) \Delta \vec{p}_{\text{ελ}} = \vec{p}'_{\text{ελ}} - \vec{p}_{\text{ελ}} \Rightarrow \Delta p_{\text{ελ}} = p'_{\text{ελ}} - p_{\text{ελ}} = m v' - m u = m(v' - u)$$

Μετά



$$\Delta p_{\text{ελ}} = -50 \text{ kg m/s}$$

$$F_{\text{ελ}} = \frac{\Delta p_{\text{ελ}}}{\Delta t} = \frac{-50}{0,1} \Rightarrow F_{\text{ελ}} = -500 \text{ N}$$

$$\delta) H = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2H}{g}} \Rightarrow t = 4 \text{ s}$$

$$S_K = v_0 \cdot t = 2,5 \cdot 4 \Rightarrow S_K = 10 \text{ m}$$

$$S_{B\lambda} = v' \cdot t = 100 \cdot 4 \Rightarrow S_{B\lambda} = 400 \text{ m}$$

$$\Delta S = S_{B\lambda} - S_K = 400 - 10 \Rightarrow$$

$$\Delta S = 390 \text{ m}$$

6. Ένα σώμα μάζας 2kg κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα μέτρου $u_1=12\text{m/s}$ και συγκρούεται με ακίνητο σώμα Β. Μετά την κρούση τα δύο σώματα κινούνται σαν ένα σώμα με την ίδια ταχύτητα. Κατά την κρούση αυτή, το σώμα Α χάνει το 75% της κινητικής του ενέργειας.
- α) Να υπολογιστεί το μέτρο της ταχύτητας των δύο σωμάτων μετά την κρούση.
- β) Να βρεθεί η μάζα του σώματος Β.
- γ) Να βρεθεί η μεταβολή του μέτρου της ταχύτητας και το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος Α.
- δ) Αν τα δύο σώματα μετά την κρούση δεν είχαν την ίδια ταχύτητα, αλλά το σώμα Α εκκινείτο ομόρροπα με την αρχική κατεύθυνση κίνησης και με ταχύτητα μέτρου $u_1'=1\text{m/s}$, ποια θα ήταν η ταχύτητα του σώματος Β (μέτρο και κατεύθυνση);

ΛΥΣΗ:

α) $|\Delta K_1| = \frac{75}{100} K_1 \Rightarrow K_1 - K_1' = 0,75 K_1 \Rightarrow K_1' = 0,25 K_1 \Rightarrow$

$$\frac{1}{2} m_1 v^2 = 0,25 \frac{1}{2} m_1 u_1^2 \Rightarrow v^2 = 0,25 u_1^2 \Rightarrow v = \frac{u_1}{2} \Rightarrow v = 6\text{m/s}$$

β) ΑΔΟ: $\vec{p}_{0x} = \vec{p}_{0x} \Rightarrow (m_1 + m_2)v = m_1 u_1 \Rightarrow (2 + m_2) \cdot 6 = 2 \cdot 12 \Rightarrow 12 + 6m_2 = 24 \Rightarrow 6m_2 = 12 \Rightarrow m_2 = 2\text{kg}$

γ) $\Delta |u_1| = |u_1'| - |u_1| = 6 - 12 \Rightarrow \Delta |u_1| = -6\text{m/s}$, $\Delta p = p_1' - p_1 = m_1(v - u_1) = 2 \cdot (6 - 12) \Rightarrow \Delta p_1 = -12\text{kg m/s}$

δ) ΑΔΟ:

$$\vec{p}_{0x} = \vec{p}_{0x} \Rightarrow m_1 u_1 = m_1 u_1' + m_2 u_2' \Rightarrow 2 \cdot 12 = 2 \cdot 1 + 2 u_2' \Rightarrow 24 = 2 + 2 u_2' \Rightarrow u_2' = 11\text{m/s}$$

