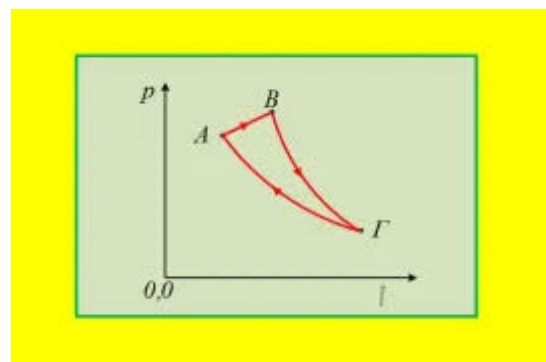
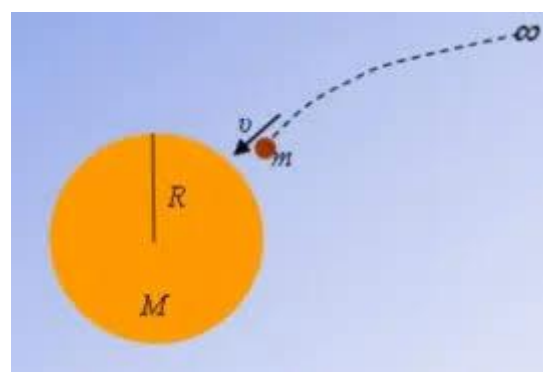
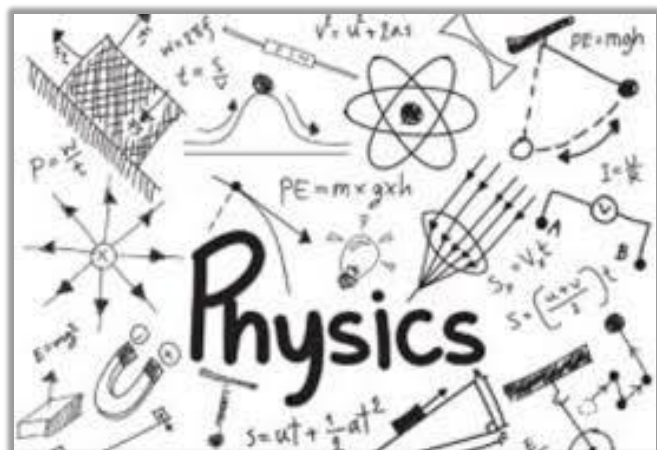


ΕΠΙΛΟΓΗ Β΄-Δ΄ ΘΕΜΑΤΩΝ ΑΠΟ ΤΗΝ ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ



ΠΗΓΕΣ: <http://iep.edu.gr/el/trapeza-thematon-arxiki-selida>

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: ΣΤΑΘΟΠΟΥΛΟΣ ΑΝΔΡΕΑΣ

ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ ΦΥΣΙΚΗΣ Β' ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

16263/B.

2.1. Σώμα μάζας m κινείται με ταχύτητα μέτρου v_0 σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα μάζας M . Αν κατά την πλαστική κρούση χάνεται το 75% της αρχικής κινητικής ενέργειας του συστήματος, τότε ο λόγος $\frac{m}{M}$ των μαζών ισούται με:

(α) $\frac{1}{3}$, (β) $\frac{1}{4}$, (γ) $\frac{1}{2}$

2.1.A. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.B. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ο ωροδείκτης και ο λεπτοδείκτης ενός ρολογιού δείχνουν 6 ακριβώς. Οι δείκτες θα συμπέσουν για πρώτη φορά μετά από χρόνο t :

(α) $\frac{12}{17}h$, (β) $\frac{8}{15}h$, (γ) $\frac{6}{11}h$

2.2.A. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

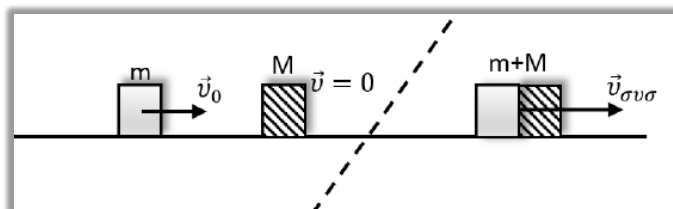
Μονάδες 4

2.2.B. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ:

2.1.



Εφαρμόζουμε αρχή διατήρησης της ορμής κατά την κρούση

$$\vec{P}_{OA(\piριν)} = \vec{P}_{OA(\muετά)} \Leftrightarrow \vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}_{\sigma\sigma\sigma} \Leftrightarrow \vec{P}_1 = \vec{P}_{\sigma\sigma\sigma} \Leftrightarrow m \cdot v_0 = (m + M) \cdot v_{\sigma\sigma\sigma}$$
$$v_{\sigma\sigma\sigma} = \frac{m \cdot v_0}{m + M} \quad (1)$$

Εφόσον χάνεται το 75% της αρχικής κινητικής ενέργειας του συστήματος παραμένει στο σύστημα 25% της αρχικής κινητικής ενέργειας.

$$K_{\sigma\sigma\sigma} = \frac{25}{100} \cdot K_{αρχ} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot (m + M) \cdot v_{\sigma\sigma\sigma}^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 \quad (2)$$

Μέσω της σχέσεως (1) η σχέση (2) γίνεται:

$$\frac{1}{2} \cdot (m + M) \cdot \left(\frac{m \cdot v_0}{m + M} \right)^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot (m + M) \cdot \frac{m^2 \cdot v_0^2}{(m + M)^2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 \Leftrightarrow \frac{m}{m + M} = \frac{1}{4}$$

$$4m = m + M \Leftrightarrow 3m = M \Leftrightarrow \frac{m}{M} = \frac{1}{3}$$

2.2.B. Τη χρονική στιγμή t ο λεπτοδείκτης και ο ωροδείκτης θα έχουν διαγράψει αντίστοιχα γωνίες φ_λ και φ_ω αντίστοιχα και θα ισχύει:

$$\varphi_\lambda - \varphi_\omega = \pi \quad (1)$$



Αρχική θέση δεικτών



Τελική θέση δεικτών

Οι γωνιακές ταχύτητες του λεπτοδείκτη και του ωροδείκτη είναι ίσες με ω_λ και ω_ω αντίστοιχα.

Ισχύει

$$\varphi_\lambda = \omega_\lambda \cdot t = \frac{2\pi}{T_\lambda} \cdot t \quad (2)$$

Όπου $T_\lambda = 1\text{h}$ είναι η περίοδος του λεπτοδείκτη και

$$\varphi_\omega = \omega_\omega \cdot t = \frac{2\pi}{T_\omega} \cdot t \quad (3)$$

Όπου $T_\omega = 12\text{h}$ είναι η περίοδος του ωροδείκτη.

Ισχύει:

$$\varphi_\lambda - \varphi_\omega = \pi \xLeftrightarrow{(2),(3)} \frac{2\pi}{T_\lambda} \cdot t - \frac{2\pi}{T_\omega} \cdot t = \pi$$

$$2\pi \left(\frac{t}{T_\lambda} - \frac{t}{T_\omega} \right) = \pi \Leftrightarrow 2 \cdot \left(\frac{t}{T_\lambda} - \frac{t}{T_\omega} \right) = 1 \Leftrightarrow \frac{t}{T_\lambda} - \frac{t}{T_\omega} = \frac{1}{2}$$

$$t \left(\frac{1}{T_\lambda} - \frac{1}{T_\omega} \right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow t \left(\frac{T_\omega - T_\lambda}{T_\lambda \cdot T_\omega} \right) = \frac{1}{2}$$

$$t = \frac{T_\lambda \cdot T_\omega}{2 \cdot (T_\omega - T_\lambda)}$$

$$t = \frac{6}{11} \text{h}$$

16253.

Σημειακό αντικείμενο μάζας $m = 1 \text{ kg}$ εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση ολισθαίνοντας στην οριζόντια και λεία επιφάνεια τραπεζιού. Το σημειακό αντικείμενο συγκρατείται στην κυκλική του τροχιά, δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου, τεντωμένου, αβαρούς και μη ελαστικού νήματος, μήκους $\ell = 0,5 \text{ m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε ακλόνητο σημείο. Η συχνότητα της κυκλικής κίνησης του σημειακού αντικειμένου είναι $f = (10/\pi) \text{ Hz}$.

4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης του νήματος.

Μονάδες 6

Κάποια χρονική στιγμή ($t_0 = 0$) το νήμα κόβεται και το σημειακό αντικείμενο εκτελεί οριζόντια βολή με αρχική, οριζόντια ταχύτητα μέτρου v_0 , ίσου με το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας της ομαλής κυκλικής κίνησης του αντικειμένου. Η επιφάνεια του τραπεζιού απέχει ύψος $h = 0,8 \text{ m}$ από το οριζόντιο δάπεδο, στο οποίο στηρίζεται το τραπέζι.

4.2. Ποια χρονική στιγμή t_1 το σημειακό αντικείμενο προσκρούει στο δάπεδο που στηρίζεται το τραπέζι;

Μονάδες 6

4.3. Σε πόση οριζόντια απόσταση από το σημείο που εγκατέλειψε την επιφάνεια του τραπεζιού το σημειακό αντικείμενο προσέκρουσε στο δάπεδο;

Μονάδες 6

4.4. Προσδιορίστε την ταχύτητα $\vec{v}_1$ του σημειακού αντικειμένου τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία προσκρούει στο δάπεδο

Μονάδες 7

Να θεωρήσετε τη βαρυτική επιτάχυνση σταθερή, με μέτρο $g = 10 \text{ m/s}^2$ και να αγνοήσετε τις δυνάμεις που ασκεί ο ατμοσφαιρικός αέρας στο αντικείμενο.

ΛΥΣΗ:

4.1. Ισχύει: $v_0 = 2 \cdot \pi \cdot \ell \cdot f$, $v_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ και

$$F_{\text{κεν}} = \frac{m \cdot v_0^2}{\ell} = 200 \text{ N}, \text{ αλλά } F_{\text{κεν}} = T, \text{ οπότε } T = 200 \text{ N}.$$

Μονάδες 6

4.2. Ισχύει: $h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2$, $t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$, $t_1 = 0,4 \text{ s}$.

Μονάδες 6

4.3. Ισχύει: $S = v_0 \cdot t_1$, $R = 4 \text{ m}$.

Μονάδες 6

4.4. Ισχύει: $v_1 = \sqrt{v_0^2 + v_{y1}^2} = \sqrt{v_0^2 + g^2 \cdot t_1^2} = \sqrt{116} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 2 \cdot \sqrt{29} \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Αν φ είναι η γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα $\vec{v}_1$ με τον ορίζοντα, τότε: $\varepsilon\varphi\varphi = \frac{v_{y1}}{v_0} = \frac{g \cdot t_1}{v_0} = 0,4$.

Μονάδες 7

20899.

Βλήμα μάζας $m=0,2 \text{ kg}$ που κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $v_B=100 \text{ m/s}$ σφηνώνεται στο κέντρο μάζας ξύλινου σώματος μάζας $M=1,8 \text{ kg}$ που είναι τοποθετημένο στη μη λεία οριζόντια επιφάνεια ενός τραπεζιού που έχει ύψος $H=0,8 \text{ m}$ από το έδαφος. Το συσσωμάτωμα μετά την κρούση κινείται κατά μήκος του τραπεζιού, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβή ολίσθησης $\mu=0,2$. Η κίνηση του συσσωματώματος μέχρι την άκρη του τραπεζιού διαρκεί χρονικό διάστημα $\Delta t_1=2 \text{ s}$ και το συσσωμάτωμα συνεχίζει την κίνησή του μέχρι την προσεδάφιση.

4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος ακριβώς μετά την κρούση.

Μονάδες 6

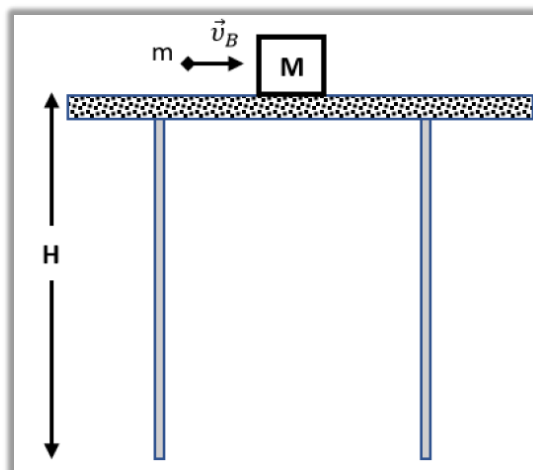
4.2. Να βρείτε το μέτρο v_0 της ταχύτητας του συσσωματώματος τη στιγμή που εγκαταλείπει το τραπέζι.

Μονάδες 7

4.3. Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα Δt_2 της οριζόντιας βολής.

Μονάδες 6

4.4. Να βρείτε τη μέγιστη οριζόντια μετατόπιση του σώματος κατά το χρονικό διάστημα Δt_2 της



οριζόντιας βολής.

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει μέτρο $g=10\text{m/s}^2$.

ΛΥΣΗ:

4.1.

Κατά την κρούση η ορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή.

$$P_{\text{αρχ}}(\sigma\sigma) = P_{\text{τελ}}(\sigma\sigma) \Rightarrow P_B + P_M = P_{\sigma\sigma}$$

$$mv_B + 0 = (m + M)v_{\sigma\sigma} \Rightarrow v_{\sigma\sigma} = \frac{mv_B}{m + M} \Rightarrow v_{\sigma\sigma} = 10\text{ m/s}$$

4.2. Το συσσωμάτωμα μετά την κρούση κινείται στο μη λείο οριζόντιο δάπεδο με το οποίο παρουσιάζει τριβές. Το συσσωμάτωμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με επιβράδυνση a που υπολογίζεται με την παρακάτω διαδικασία:

Στον κατακόρυφο άξονα $y'y$ το συσσωμάτωμα δεν κινείται οπότε βάσει του 1ου Νόμου του Νεύτωνα έχω: $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - W_{\sigma\sigma} = 0 \Rightarrow N = W_{\sigma\sigma} \Rightarrow N = (m + M)g \Rightarrow N = 20\text{N}$

Το μέτρο της τριβής ολίσθησης υπολογίζεται από τον τύπο: $T_{ολ} = \mu N \Rightarrow T_{ολ} = 4\text{N}$

Στον οριζόντιο άξονα $x'x$ το συσσωμάτωμα κινείται και βάσει του θεμελιώδη νόμου της μηχανικής έχω: $\Sigma F_x = (m + M)a \Rightarrow -T_{ολ} = (m + M)a \Rightarrow$

$$a = -\frac{T_{ολ}}{m + M} \Rightarrow a = -2\text{ m/s}^2$$

Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος στην άκρη του τραπεζιού που αποτελεί το μέτρο της αρχικής ταχύτητας v_0 της οριζόντιας βολής, υπολογίζεται βάσει του τύπου: $v_0 = v_{\sigma\sigma} - |a|\Delta t_1 \Rightarrow v_0 = 10 - 2 \cdot 2 \Rightarrow v_0 = 6\text{ m/s}$.

4.3. Το χρονικό διάστημα της οριζόντιας βολής είναι Δt_2 και το σώμα φθάνει στο έδαφος όταν η κατακόρυφη μετατόπιση του είναι $y = H$. Το συσσωμάτωμα στον άξονα $y'y$ εκτελεί ελεύθερη πτώση, οπότε: $y = \frac{1}{2}gt^2$

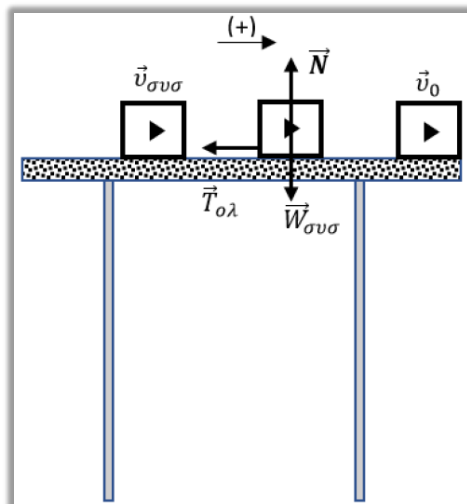
Με αντικατάσταση στον τύπο: $y = \frac{1}{2}gt^2$, όπου $y = H$ βρίσκουμε το χρονικό διάστημα Δt_2 της πτώσης του συσσωματώματος μέχρι να φτάσει στο έδαφος: $H = \frac{1}{2}g\Delta t_2^2 \Rightarrow \Delta t_2 = 0,4\text{s}$

4.4. Στον άξονα $x'x$ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και η οριζόντια μετατόπιση υπολογίζεται από τον τύπο $x = v_0 \cdot t$

Όταν φτάσει στο έδαφος το συσσωμάτωμα διανύει τη μέγιστη οριζόντια μετατόπιση $x_{\max}$ κατά το χρονικό διάστημα Δt_2 της οριζόντιας βολής, οπότε: $x_{\max} = v_0 \cdot \Delta t_2 \Rightarrow x_{\max} = 2,4\text{m}$

20897.

Σώμα μάζας $m=4\text{kg}$ βρίσκεται ακίνητο σε κατακόρυφο στύλο ύψους h . Με τη βοήθεια ενός εκρηκτικού μηχανισμού το σώμα μάζας m διασπάται σε δύο νέα σώματα Σ_1 και Σ_2 με μάζες m_1 και m_2



αντίστοιχα και με σχέση μαζών $m_2=3m_1$. Η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο νέων σωμάτων ακριβώς μετά τη διάσπαση είναι 384J.

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει μέτρο $g=10\text{m/s}^2$

4.1. Να βρείτε τις ταχύτητες των σωμάτων ακριβώς μετά την διάσπασή τους. **Μονάδες 6**

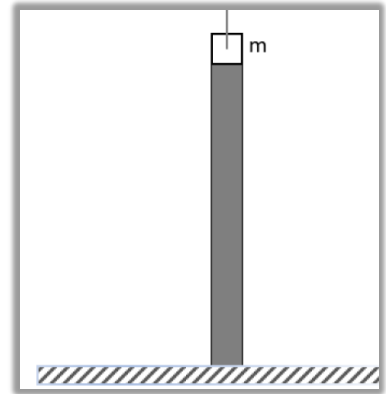
Εάν η μέγιστη απόσταση των δύο σωμάτων είναι $d_{max} = 160\text{m}$, να βρείτε:

4.2. Το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί από τη χρονική στιγμή της διάσπασης μέχρι τη χρονική στιγμή που φτάνουν τα δύο σώματα στο έδαφος.

Μονάδες 6 **4.3.** Το ύψος h από το οποίο εκτοξεύτηκαν τα δύο σώματα.

Μονάδες 6 **4.4.** Το μέτρο της ταχύτητας του Σ_1 τη στιγμή κατά την οποία φτάνει στο έδαφος.

Μονάδες 7 Δίνεται: $\sqrt{3076} = 55,46$



ΛΥΣΗ:

4.1.

Κατά την έκρηξη η ορμή διατηρείται (ΑΔΟ), οπότε: $P_{αρχ(συσ)} =$

$$P_{τελ(συσ)} \Rightarrow 0 = P_1 + P_2 \Rightarrow 0 =$$

$$m_1 \cdot v_1 - m_2 \cdot v_2 \Rightarrow m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1 \Rightarrow 3m_1 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1 \Rightarrow v_1 = 3v_2 \quad (1)$$

$$m = m_1 + m_2 \Rightarrow m = m_1 + 3m_1 \Rightarrow m_1 = 4m_1 \Rightarrow m_1 = m/4 \Rightarrow m_1 = 1\text{kg}$$

$$m_2 = 3m_1 \Rightarrow m_2 = 3\text{kg}$$

$$K_{συσ} = K_1 + K_2 \Rightarrow K_{συσ} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2$$

$$K_{συσ} = K_1 + K_2 \Rightarrow K_{συσ} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2$$

$$K_{συσ} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot 9v_2^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2 \Rightarrow K_{συσ} = \left(\frac{9}{2} \cdot m_1 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \right) \cdot v_2^2$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2K_{συσ}}{9m_1 + m_2}} \Rightarrow v_2 = 8\text{m/s}$$

$$v_1 = 3v_2$$

$$v_1 = 24\text{m/s}$$

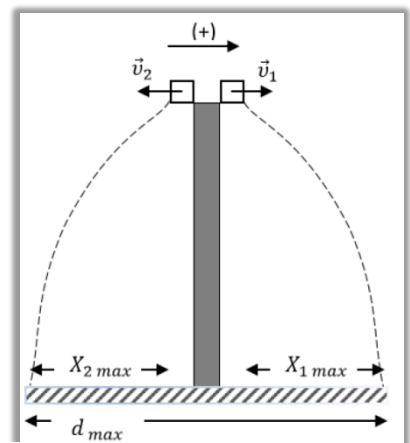
4.2.

$$d_{max} = X_{1max} + X_{2max}$$

$$d_{max} = v_1 \cdot t_{\pi} + v_2 \cdot t_{\pi}$$

$$t_{\pi} = \frac{d_{max}}{v_1 + v_2}$$

$$t_{\pi} = 5\text{s}$$



4.3.

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{\pi}^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 5^2$$

$$h = 125m$$

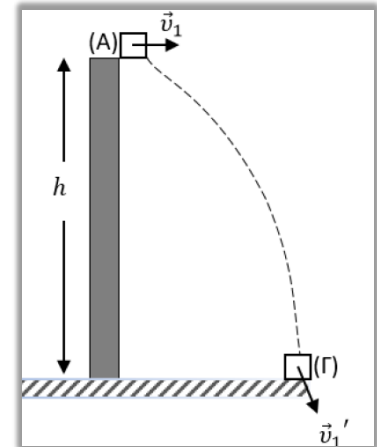
4.4. Το Σ_1 φτάνει στο

έδαφος με ταχύτητα μέτρου v_1' εφαρμόζω ΘΜΚΕ κατά την κίνηση του σώματος Σ_1 μεταξύ των θέσεων Α και Γ.

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_B \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} m_1 \cdot (v_1')^2 - \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = m_1 g h \Rightarrow v_1' = \sqrt{v_1^2 + 2gh}$$

$$v_1' = 55,46 \text{ m/s}$$



20661.

Ένας δορυφόρος Α, μάζας $m_1 = 300 \text{ Kg}$, κινείται σε κυκλική τροχιά γύρω από τη Γη σε ύψος $h = R_{\Gamma}$ από την επιφάνειά της, όπου R_{Γ} , η ακτίνα της Γης.

Να υπολογίσετε:

4.1. τη δυναμική ενέργεια του συστήματος Γη-δορυφόρος Α.

Μονάδες 5

4.2. το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας ω , με την οποία περιστρέφεται ο δορυφόρος Α γύρω από τη Γη.

Μονάδες 6

4.3. Την ελάχιστη ενέργεια η οποία πρέπει να δοθεί σε ένα σώμα Γ, μάζας $m = 2 \text{ Kg}$, που βρίσκεται μέσα στο δορυφόρο Α, προκειμένου να εγκαταλείψει το δορυφόρο Α και να φτάσει σε άπειρη απόσταση από τη Γη.

Μονάδες 7

Ένας άλλος δορυφόρος Β, μάζας $m_2 = 100 \text{ Kg}$, κινείται στην ίδια κυκλική τροχιά γύρω από τη Γη με αυτήν που κινείται ο δορυφόρος Α, αλλά με αντίθετη φορά. Κάποια στιγμή οι δύο δορυφόροι Α και Β συγκρούονται πλαστικά.

4.4. Να υπολογίσετε το ποσοστό % της αρχικής ενέργειας του συστήματος των δύο δορυφόρων Α και Β που χάνεται κατά την κρούση.

Μονάδες 7

Δίνονται: η ακτίνα της Γης $R_{\Gamma} = 64 \cdot 10^5 \text{ m}$ και η επιτάχυνση βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g_0 = 10 \text{ m/s}^2$. Για τους αριθμητικούς υπολογισμούς δίνεται $\sqrt{2} = 1,4$.

ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ:

4.1. Με βάση την ένταση του βαρυτικού πεδίου της Γης στην επιφάνειά της έχουμε:

$$g_0 = \frac{G \cdot M_{\Gamma}}{R_{\Gamma}^2} \Rightarrow G \cdot M_{\Gamma} = g_0 \cdot R_{\Gamma}^2$$

Η δυναμική ενέργεια του συστήματος Γη-δορυφόρος δίνεται από τη σχέση:

$$U = -G \frac{M_{\Gamma} \cdot m_1}{r} = -\frac{m_1 g_0 \cdot R_{\Gamma}^2}{R_{\Gamma} + h} = -\frac{m_1 g_0 R_{\Gamma}}{2} = -96 \cdot 10^8 \text{ J}$$

4.2. Εφόσον το όχημα δέχεται μόνο τη δύναμη της βαρύτητας, αυτή η δύναμη θα είναι και κεντρομόλος δύναμη ώστε να εκτελέσει ομαλή κυκλική κίνηση, οπότε:

$$F_g = F_K \Rightarrow G \frac{M_\Gamma m_1}{r^2} = m_1 \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{r}} = \sqrt{\frac{g_o R_\Gamma^2}{r}} = \sqrt{\frac{g_o R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h}} = \sqrt{\frac{g_o R_\Gamma}{2}} = 5600 \text{ m/s}$$

Άρα η γωνιακή ταχύτητα του δορυφόρου σε ύψος h από την επιφάνεια της Γης είναι:

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{v}{R_\Gamma + h} = \frac{v}{2R_\Gamma} = 43,75 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$$

4.3. Η αρχική μηχανική ενέργεια του σώματος Γ , ίση με το άθροισμα της κινητικής και της δυναμικής του ενέργειας:

$$E_{M(\alpha\rho\chi)} = K + U = \frac{1}{2}mv^2 + \left(-G \frac{M_\Gamma m}{r}\right) = \frac{1}{2}m \frac{g_o R_\Gamma}{2} - m \frac{g_o R_\Gamma}{2} = -m \frac{g_o R_\Gamma}{4} = -16 \cdot 10^5 \text{ J}$$

Έστω ότι η απαιτούμενη ενέργεια δίνεται με την επίδραση κατάλληλης δύναμης, η οποία παράγει έργο W , προσφέροντας έτσι την απαραίτητη ενέργεια. Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας για το σώμα Γ θα πάρουμε:

$$E_{M(\alpha\rho\chi)} + W_F = E_{M(\tau\epsilon\lambda)} \Rightarrow E_{M(\alpha\rho\chi)} + W_F = K_\infty + U_\infty$$

Αλλά η ελάχιστη ενέργεια είναι αυτή η οποία θα επιτρέψει στο σώμα να φτάσει στο άπειρο με μηδενική ταχύτητα, άρα $K_\infty = 0$. Επίσης τη δυναμική ενέργεια στο άπειρο θεωρούμε μηδενική, οπότε $E_{M(\tau\epsilon\lambda)} = 0$. Συνεπώς, από την τελευταία σχέση θα έχουμε:

$$W_F = -E_{M(\alpha\rho\chi)} = 16 \cdot 10^5 \text{ J}$$

4.4. Ο δορυφόρος Β κινείται στην ίδια κυκλική τροχιά γύρω από τη Γη με αυτήν που κινείται ο δορυφόρος Α, άρα το μέτρο της ταχύτητάς του είναι v , δηλαδή το ίδιο με το μέτρο της ταχύτητας του δορυφόρου Α, όπως φαίνεται από τη σχέση $v = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{r}}$. Το σύστημα των δύο μαζών είναι μονωμένο, άρα για κάθε χρονική στιγμή ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής:

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\epsilon\lambda} \Rightarrow m_1 v - m_2 v = (m_1 + m_2)V \Rightarrow V = \frac{(m_1 - m_2)v}{m_1 + m_2} = 2800 \text{ m/s}$$

Το ποσοστό % της αρχικής ενέργειας του συστήματος των δύο δορυφόρων Α και Β που χάνεται κατά την κρούση είναι:

$$\pi\% = \frac{K_{\alpha\rho\chi} - K_{\tau\epsilon\lambda}}{K_{\alpha\rho\chi}} 100\% = \frac{\frac{1}{2}m_1 v^2 + \frac{1}{2}m_2 v^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2}{\frac{1}{2}m_1 v^2 + \frac{1}{2}m_2 v^2} 100\% = 75\%$$

20639/B1.

2.1 Ένας δορυφόρος Δ , περιφέρεται γύρω από τη Γη σε ύψος $h=R_\Gamma/2$ πάνω από την επιφάνεια της Γης, όπου R_Γ είναι η ακτίνα της Γης, με περίοδο περιφοράς T . Αν ο δορυφόρος Δ , περιφέρεται γύρω από τη Γη σε ύψος $h'=5R_\Gamma$ πάνω από την επιφάνεια της Γης, η περίοδος περιφοράς του

(α) τριπλασιάζεται.

(β) τετραπλασιάζεται.

(γ) οκταπλασιάζεται.

- 2.1.A. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.
2.1.B. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4
Μονάδες 8

ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ: [Σωστό το (γ)]

Με βάση την ένταση του βαρυτικού πεδίου της Γης στην επιφάνειά της έχουμε:

$$g_o = \frac{G \cdot M_\Gamma}{R_\Gamma^2} \Rightarrow G \cdot M_\Gamma = g_o \cdot R_\Gamma^2 \quad (1)$$

Εφόσον ο δορυφόρος δέχεται μόνο τη δύναμη της βαρύτητας, αυτή η δύναμη θα είναι και κεντρομόλος δύναμη ώστε να εκτελέσει ομαλή κυκλική κίνηση, οπότε:

$$F_g = F_K \Rightarrow G \frac{M_\Gamma m}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{r}} = \sqrt{\frac{g_o R_\Gamma^2}{r}} = \sqrt{\frac{g_o R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h}} \quad (2)$$

Άρα η περίοδος περιστροφής του οχήματος γύρω από τη Γη στο ύψος αυτό είναι:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi \sqrt{\frac{(R_\Gamma + h)^3}{g_o R_\Gamma^2}} \quad (3)$$

Συνεπώς για τα ύψη $h = \frac{R_\Gamma}{2}$ και $h' = 5R_\Gamma$ πάνω από την επιφάνεια της Γης προκύπτει αντίστοιχα:

Συνεπώς για τα ύψη $h = \frac{R_\Gamma}{2}$ και $h' = 5R_\Gamma$ πάνω από την επιφάνεια της Γης προκύπτει αντίστοιχα:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\left(R_\Gamma + \frac{R_\Gamma}{2}\right)^3}{g_o R_\Gamma^2}} = 2\pi \sqrt{\frac{3^3 \cdot R_\Gamma}{2^3 \cdot g_o}} \quad \text{και} \quad T' = 2\pi \sqrt{\frac{(R_\Gamma + 5R_\Gamma)^3}{g_o R_\Gamma^2}} = 2\pi \sqrt{\frac{6^3 \cdot R_\Gamma}{g_o}}$$

Άρα βρίσκουμε: $\frac{T'}{T} = 8$.

2063/B1.

2.1. Δύο απομονωμένες σημειακές μάζες $m_1=M$ και $m_2=8M$ βρίσκονται στα σημεία Α και Β αντίστοιχα μιας ευθείας (ε) και απέχουν μεταξύ τους απόσταση d. Σε ένα σημείο Γ της ευθείας (ε) και ανάμεσα στα σημεία Α και Β, που απέχει απόσταση d/4 από το σημείο Α, αφήνουμε ελεύθερη τρίτη σημειακή μάζα m, η οποία στη συνέχεια:

- (α) θα παραμείνει ακίνητη.
(β) θα κινηθεί προς το σημείο Α.
(γ) θα κινηθεί προς το σημείο Β.

- 2.1.A. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.
2.1.B. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

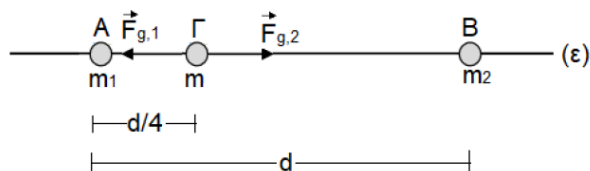
Μονάδες 4
Μονάδες 8

ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ: [Σωστό το (β)]

2.1.B.

Η βαρυτική δύναμη που δέχεται η μάζα m από τη μάζα m_1 είναι:

$$F_{g,1} = G \frac{Mm}{(d/4)^2} = 16G \frac{Mm}{d^2} \quad (1)$$



ενώ η βαρυτική δύναμη που δέχεται η μάζα m από τη μάζα m_2 είναι:

$$F_{g,2} = G \frac{8Mm}{(3d/4)^2} = 16G \frac{8Mm}{9d^2} \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) παρατηρούμε ότι $F_{g,1} > F_{g,2}$. Συνεπώς, η μάζα m θα κινηθεί προς το σημείο Α.

20643/B2

2.2. Ένα σώμα μάζας m εκτοξεύεται κατακόρυφα από την επιφάνεια της Γης, έτσι ώστε το ανώτατο σημείο στο οποίο φτάνει να είναι το σημείο όπου η ένταση του πεδίου βαρύτητας της Γης έχει μέτρο $g_0/9$, όπου g_0 είναι το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Γης στην επιφάνειά της. Αν R_Γ είναι η ακτίνα της Γης και θεωρήσουμε ότι στο σώμα κατά την κίνησή του ασκείται μόνο η δύναμη βαρύτητας της Γης, η ολική ενέργεια του συστήματος Γη-σώμα τη χρονική στιγμή της εκτόξευσης του σώματος είναι:

$$(\alpha) E = -\frac{1}{2}mg_0R_\Gamma, \quad (\beta) E = -\frac{1}{3}mg_0R_\Gamma, \quad (\gamma) E = -\frac{1}{9}mg_0R_\Gamma$$

2.2.A. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.B. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ: [Σωστό το (β)]

Με βάση την ένταση του βαρυτικού πεδίου της Γης στην επιφάνειά της έχουμε:

$$g_0 = \frac{G \cdot M_\Gamma}{R_\Gamma^2} \Rightarrow G \cdot M_\Gamma = g_0 \cdot R_\Gamma^2 \quad (1 \text{ μονάδα})$$

Σε ύψος h , από την επιφάνεια της Γης, όπου η ένταση του πεδίου βαρύτητας της Γης έχει μέτρο $g_h = g_0/9$, θα έχουμε:

$$g_h = \frac{G \cdot M_\Gamma}{(R_\Gamma + h)^2} \Rightarrow \frac{g_0}{9} = \frac{g_0 \cdot R_\Gamma^2}{(R_\Gamma + h)^2} \Rightarrow 3R_\Gamma = R_\Gamma + h \Rightarrow h = 2R_\Gamma \quad (3 \text{ μονάδες})$$

Στο ύψος h , από την επιφάνεια της Γης η ταχύτητα του σώματος μηδενίζεται, οπότε η μηχανική ενέργεια του συστήματος Γη-σώμα είναι:

$$E_h = K_h + U_h = 0 + \left(-G \frac{M_\Gamma \cdot m}{R_\Gamma + h} \right) = -\frac{mg_0 R_\Gamma^2}{3R_\Gamma} = -\frac{1}{3}mg_0 R_\Gamma \quad (3 \text{ μονάδες})$$

Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για το σύστημα Γη-σώμα, η ολική ενέργεια E του συστήματος Γη-σώμα τη χρονική στιγμή της εκτόξευσης του σώματος είναι ίση με την E_h , οπότε:

$$E = -\frac{1}{3}mg_0 R_\Gamma \quad (2 \text{ μονάδες})$$

20898.

Ακλόνητο σημειακό ηλεκτρικό φορτίο $Q = -100\mu C$ βρίσκεται πάνω σε λείο και μονωτικό δάπεδο. Σφαιρίδιο με φορτίο $q=1\mu C$ και μάζα $m = 10gr$ βρίσκεται αρχικά σε απόσταση $r=0,1m$ από το Q και εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα μέτρου $v_0=30m/s$ έτσι ώστε να απομακρύνεται από το Q .

4.1. Να βρείτε τη μέγιστη απόσταση στην οποία θα βρεθεί το φορτίο q .

Μονάδες 6

4.2. Να βρείτε τη μέγιστη δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της ορμής του φορτίου q , όταν αυτό βρεθεί στη μέγιστη δυνατή απόσταση. **Μονάδες 6**

4.4. Για ποιες τιμές της αρχικής ταχύτητάς του, το φορτίο q καταλήγει σε άπειρη απόσταση από το Q . **Μονάδες 7**

Οι βαρυτικές και οι μαγνητικές αλληλεπιδράσεις παραλείπονται.

Δίνεται η ηλεκτρική σταθερά $K_c = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$.

ΛΥΣΗ:

4.2. Επειδή τα φορτία είναι ετερόσημα μέγιστη δυναμική ενέργεια θα έχουν όταν απέχουν τη μέγιστη απόσταση:

$$U_{\max} = \frac{K_c \cdot Q \cdot q}{r'} \Rightarrow U_{\max} = -4,5 \text{ J}$$

Μονάδες 6

4.3.

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \Sigma \vec{F} \Rightarrow \frac{dP}{dt} = F'_{\eta\lambda} = \frac{K_c \cdot |Q| \cdot |q|}{r'^2} \Rightarrow \frac{dP}{dt} = 22,5 \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{s}^2$$

Η κατεύθυνση του ρυθμού μεταβολής της ορμής $\frac{d\vec{P}}{dt}$ είναι από το φορτίο q προς το φορτίο Q .

α)

Μονάδες 6

4.4. Βρίσκω αρχικά την ελάχιστη αρχική ταχύτητα $v_{0 \min}$ που πρέπει να δώσουμε στο φορτίο q για να φτάσει στο ∞ , άρα οποιαδήποτε άλλη ταχύτητα v_0 μεγαλύτερη της $v_{0 \min}$ είναι ικανή για να πάει το φορτίο q στο ∞ .

Η ελάχιστη αρχική ταχύτητα $v_{0 \min}$ είναι αυτή που πρέπει να δώσουμε στο φορτίο q για να φτάσει στο άπειρο με μηδενική ταχύτητα $v_{\infty} = 0$.

Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για την κίνηση του φορτίου q από τη θέση Α ως το άπειρο ∞ .

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_F \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} m \cdot v_{0 \min}^2 = q \cdot V_A$$

$$v_{0 \min} = 30\sqrt{2} \text{ m/s}$$

Άρα για $v_0 \geq v_{0 \min} \Rightarrow v_0 \geq 30\sqrt{2} \text{ m/s}$ το φορτίο q απομακρύνεται από το πεδίο που δημιουργεί το φορτίο Q .

20892/B2.

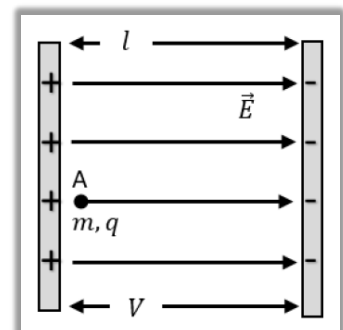
2.2. Πρωτόνιο μάζας m_p και φορτίου q_p αφήνεται στο σημείο Α, κοντά στη θετική πλάκα του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου του σχήματος. Οι παράλληλες πλάκες απέχουν l μεταξύ τους και έχουν φορτιστεί με τάση V . Το πρωτόνιο κινείται με επιτάχυνση α_1 . Από την ίδια θέση στο ίδιο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο αφήνω ένα φορτίο $q=4q_p$ και μάζας $m=2m_p$.

Το φορτίο κινείται με επιτάχυνση α_2 . Ο λόγος των επιταχύνσεων α_1/α_2 είναι:

2.2.A. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

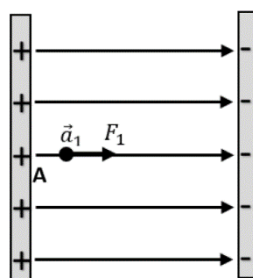
$$(\alpha) \frac{1}{2}, \quad (\beta) \frac{2}{3}, \quad (\gamma) \frac{3}{4}$$



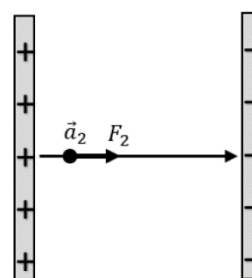
2.2.B. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ:



ΣΧΗΜΑ 1



ΣΧΗΜΑ 2

Το πρωτόνιο δέχεται από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο δύναμη σταθερού μέτρου $F_1 = q_p E$.

Αλλά $E = \frac{V}{l}$, σχέση που ισχύει σε κάθε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, οπότε $F_1 = q_p \cdot \frac{V}{l}$

Αν δεχθούμε το βάρος του πρωτονίου αμελητέο σε σχέση με τη δύναμη F_1 , τότε το πρωτόνιο θα κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση στην διεύθυνση των δυναμικών γραμμών (σχήμα 1) με

επιτάχυνση $\vec{a}_1 = \frac{\vec{F}_1}{m_p}$, μέτρου $\alpha_1 = \frac{q_p V}{m_p \cdot l}$

Ομοίως το φορτίο q δέχεται από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο δύναμη σταθερού μέτρου $F_2 = q E$.

Αλλά $E = \frac{V}{l}$, σχέση που ισχύει σε κάθε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, οπότε $F_2 = q \frac{V}{l}$.

Αν δεχθούμε το βάρος του φορτίου αμελητέο σε σχέση με τη δύναμη F_2 , τότε το φορτίο θα κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση στη διεύθυνση των δυναμικών γραμμών σχήμα (2) με

επιτάχυνση $\vec{a}_2 = \frac{\vec{F}_2}{m}$, μέτρου $\alpha_2 = \frac{q V}{m \cdot l}$

Ο λόγος $\frac{\alpha_1}{\alpha_2}$ είναι:

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{\frac{q_p V}{m_p \cdot l}}{\frac{q V}{m \cdot l}} \Rightarrow \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{m \cdot q_p}{m_p \cdot q} \xrightarrow{q=4q_p, m=2m_p} \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{1}{2}$$

15885/B1

2.1. Ποσότητα ιδανικού αερίου βρίσκεται σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας, στην οποία η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του είναι $\bar{K}$. Αν διπλασιαστεί η θερμοκρασία, στη νέα κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας, η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου είναι:

(α) $\bar{K}$, (β) $2 \cdot \bar{K}$, (γ) $\frac{\bar{K}}{2}$

2.1.A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.B. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ: [Σωστό το (β)]

2.1.B. Ισχύει: $\bar{K} = \frac{3}{2} \cdot k \cdot T$, οπότε η μέση κινητική ενέργεια των μορίων ποσότητας ιδανικού αερίου που βρίσκεται σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας είναι ανάλογη της απόλυτης θερμοκρασίας του.

15889/B2.

2.2. Κατά την αδιαβατική συμπίεση ποσότητας ιδανικού αερίου, η θερμοκρασία του αερίου:

(α) ελαττώνεται, (β) παραμένει σταθερή, (γ) αυξάνεται

2.2.A. Να επιλέξετε την σωστή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.B. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ: [Σωστό το (γ)]

$Q=0$ και λόγω του 1^{ου} Θερμοδυναμικού νόμου $0 = \Delta U + W \Rightarrow \Delta U = -W$ (1)

Έχουμε συμπίεση: $W < 0$, οπότε η (1) δίνει: $\Delta U > 0 \Rightarrow 3nR\Delta T/2 > 0 \Rightarrow \Delta T > 0$

15887/B2

2.2. Η μαθηματική έκφραση της αρχής διατήρησης της ενέργειας κατά τη διάρκεια ενός κύκλου λειτουργίας μια θερμικής μηχανής, η αρχή λειτουργίας της οποίας, απεικονίζεται στην παρακάτω εικόνα είναι:

(α) $Q_h = Q_c + W$

(β) $Q_c = Q_h + W$

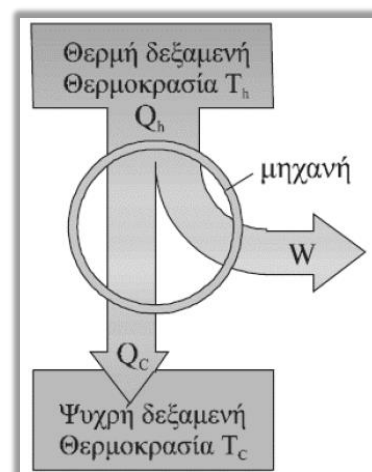
(γ) $Q_h = |Q_c| + W$

2.2.A. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.B. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9



ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ: [Σωστό το (γ)]

2.2.B. Η θερμότητα Q_c , δηλαδή η θερμότητα που εκλύεται στην ψυχρή δεξαμενή σε κάθε κύκλο λειτουργίας μιας θερμικής μηχανής, λογίζεται αρνητική, γιατί αποβάλλεται από το σύστημα:

$$Q_h + Q_c = W \Rightarrow Q_h - |Q_c| = W \Rightarrow Q_h = |Q_c| + W$$

15998/B2.

2.2. Μια ιδανική θερμική μηχανή (μηχανή Carnot) Α έχει απόδοση e_A . Μια άλλη ιδανική θερμική μηχανή (μηχανή Carnot) Β έχει ίδια θερμοκρασία θερμής δεξαμενής με την Α [$T_h(B) = T_h(A)$] και θερμοκρασία ψυχρής δεξαμενής διπλάσια εκείνης της Α [$T_c(B) = 2 \cdot T_c(A)$]. Αν η απόδοση της θερμικής μηχανής Β είναι e_B , τότε ισχύει η σχέση:

(α) $e_B = 2 \cdot e_A - 1$

(β) $e_B = 2 \cdot e_A + 1$

(γ) $e_A = 2 \cdot e_B - 1$

2.2.A. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.B. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ:

[Σωστό το (α)]

2.2.B. Ισχύει: $e_A = 1 - \frac{T_c(A)}{T_h(A)}$, $\frac{T_c(A)}{T_h(A)} = 1 - e_A$ [1], $e_B = 1 - \frac{T_c(B)}{T_h(B)}$, $e_B = 1 - \frac{2 \cdot T_c(A)}{T_h(A)}$,
 $e_B = 1 - 2 \cdot (1 - e_A)$, $e_B = 2 \cdot e_A - 1$.

16038/B1.

2.1. Ένα κυλινδρικό δοχείο περιέχει ποσότητα ιδανικού αερίου σε θερμοκρασία T_A και κλείνεται αεροστεγώς με έμβολο διατομής A . Το δοχείο τοποθετείται με τον άξονά του οριζόντιο, όπως φαίνεται στο σχήμα και το έμβολο ισορροπεί, με το μήκος της αέριας στήλης να είναι L_A (κατάσταση A). Αυξάνουμε σιγά σιγά τη θερμοκρασία στο δοχείο, μέχρις ότου το μήκος της αέριας στήλης γίνει $L_B=2L_A$ και το έμβολο ισορροπεί (κατάσταση B). Θεωρούμε ότι η μετακίνηση του εμβόλου γίνεται αργά και χωρίς τριβές και η πίεση του αερίου είναι πάντα ίση με την ατμοσφαιρική πίεση. Ο λόγος $\bar{K}_A/\bar{K}_B$ των μέσων κινητικών ενεργειών των μορίων του ιδανικού αερίου στις καταστάσεις A και B είναι:

(α) $\bar{K}_A/\bar{K}_B=0,5$

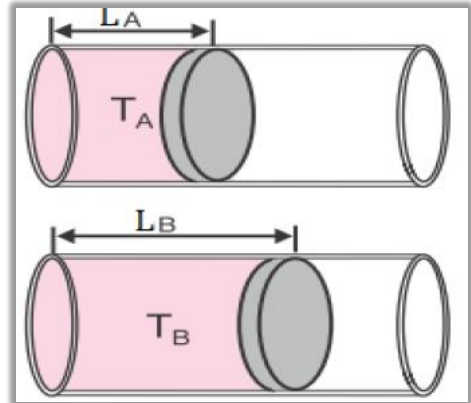
(β) $\bar{K}_A/\bar{K}_B=1$

(γ) $\bar{K}_A/\bar{K}_B=2$

2.1.A. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

2.1.B. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ: [Σωστό το (α)]



Μονάδες 4

Μονάδες 8

Η μέση κινητική ενέργεια των μορίων δίνεται από τη σχέση: $\bar{K} = \frac{1}{2} m \bar{v}^2 = \frac{3}{2} kT$, οπότε:

$$\frac{\bar{K}_A}{\bar{K}_B} = \frac{\frac{3}{2} kT_A}{\frac{3}{2} kT_B} = \frac{T_A}{T_B} \quad (1)$$

Εφόσον η πίεση του αερίου διατηρείται σταθερή, η μεταβολή AB είναι ισοβαρής και ισχύει:

$$\frac{V_A}{T_A} = \frac{V_B}{T_B} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \frac{V_A}{V_B} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \frac{A \cdot L_A}{A \cdot L_B} = \frac{1}{2} \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) καταλήγουμε:

$$\frac{\bar{K}_A}{\bar{K}_B} = 0,5$$