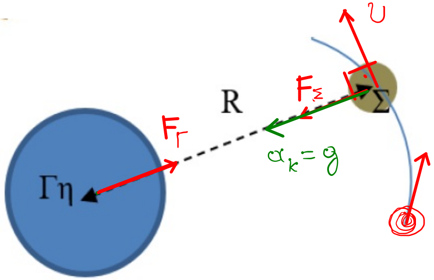
180. Η μάζα της Γης είναι $M_Γ = 5{,}97x10^{24}kg$ ενώ της Σελήνης $m_Σ$. Η απόσταση μεταξύ των κέντρων των δύο σωμάτων είναι $R = 3{,}84x10^5\ km$ ενώ δεχόμαστε ότι η Σελήνη εκτελεί κυκλική τροχιά γύρω από την Γη. Δίνεται $G = 6{,}67.10^{-11}\ \frac{m^3}{Kg.s^2}$.



(α) Η δύναμη που ασκεί η Γη στην Σελήνη είναι μεγαλύτερη από αυτήν της Σελήνης στη Γη. $(F_Σ > F_Γ)$

(β) Η δύναμη που ασκεί η Γη στην Σελήνη είναι μικρότερη από αυτήν της Σελήνης στη Γη. $(F_Σ < F_Γ)$

(γ) Οι δύο δυνάμεις έχουν ίσα μέτρα. $(F_Σ = F_Γ)$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση & να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. **Μονάδες 4 + 8 = 12**

2.2. Θεωρώντας ότι η Σελήνη εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, η επιτάχυνσή της κατά την κίνηση αυτή είναι:

(α) $10.37\cdot10^6\ m/s^2$, **(β)** $2.7\cdot10^{-3}\ m/s^2$, $2{,}7\cdot10^{3}\ m/s^2$ **(γ)** $5.4\cdot10^3\ m/s^2$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση & να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. **Μονάδες 4 + 8 = 12**

2.1) γ) Είναι δυνάμεις "δράσης - αντίδρασης": $\vec F_Γ = -\vec F_Σ \Rightarrow$

$$|\vec F_Γ| = |\vec F_Σ| = \frac{G M_Γ M_Σ}{R^2}$$

2.2.) $υ =$ σταθερή $\left(= \sqrt{\frac{GM_Γ}{R}}\right)$

⇓

στην διεύθυνση της εφαπτομένης της κυκλικής τροχιάς δεν υπάρχει επιτάχυνση (επιτρόχια επιτάχυνση($α_ε$): $\boxed{α_ε = 0}$

Το μέτρο της $\vec υ$ δεν αλλάζει, αλλά όμως η διεύθυνση ⇒ αλλάζει το διάνυσμα της γραμμικής ταχύτητας ⇒ υπάρχει επιτάχυνση η κεντρομόλος $α_κ$, δηλ. είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας (g):

$$α_κ = g = G\frac{M_Γ}{R^2} = 6{,}67\cdot10^{-11}\cdot\frac{5{,}97\cdot10^{24}}{(3{,}84\cdot10^5)^2} = \frac{6{,}67\cdot5{,}97\cdot10^{13}}{3{,}84^2\cdot10^{10}} = 2{,}7\cdot10^{13-10} \Rightarrow \boxed{g = 2{,}7\cdot10^{3}\ m/s^2}$$

(β)

182. Παρακολουθώντας συχνά στις ειδήσεις της τηλεόρασης την κίνηση ενός μεταγωγικού διαστημικού οχήματος βλέπουμε να ξεκινά όχι με ιδιαίτερα γρήγορο τρόπο! Θα περίμενε κανείς να εκτοξευθεί με αρχική ταχύτητα πολύ μεγάλη της τάξης της ταχύτητας διαφυγής από την επιφάνεια της Γης. Αντιθέτως όμως παρατηρούμε να ανεβαίνει εκτελώντας ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Για να απαντήσουμε σε αυτό το ερώτημά μας θα περιγράψουμε με «επιστημονικό τρόπο» τα βήματα της κίνησης ενός υποθετικού διαστημικού οχήματος. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το διαστημικό όχημα βρίσκεται στην επιφάνεια της Γης, πυροδοτείται και αρχίζει να κινείται κατακόρυφα με σταθερή επιτάχυνση α με μηδενική αρχική ταχύτητα. Κάποια χρονική στιγμή t τα καύσιμα του τελειώνουν και βρίσκεται σε ύψος $h = 6400\ Km$ από την επιφάνεια της Γης. Εκεί έχει αποκτήσει την ελάχιστη απαιτούμενη ταχύτητα (ταχύτητα διαφυγής) για να εγκαταλείψει στη συνέχεια το γήινο βαρυτικό πεδίο. Να υπολογίσετε:

4.1. Την ταχύτητα του διαστημικού οχήματος υ στο ύψος h. **Μονάδες 7**

4.2. Το χρόνο t της κίνησής του έως τη θέση σε ύψος h. **Μονάδες 5**

Αν στο ύψος αυτό εκτελεί κυκλική τροχιά ένας δορυφόρος Δ ο οποίος τη στιγμή της εκτόξευσης βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφη θέση να υπολογίσετε:

4.3. Την ταχύτητα υ περιστροφής του δορυφόρου. **Μονάδες 5**

(5ος) **4.4.** Την περίοδο T του δορυφόρου και την πιθανότητα να συγκρουστεί με το διαστημόπλοιο. **Μονάδες 8**

Δίνονται: Η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της γης $g_0 = 10\ \frac{m}{s^2}$, η ακτίνα της Γης $R = 6400\ Km$. Επίσης δίνεται ότι το γινόμενο $GM = g_0 R^2$ όπου G η σταθερά της παγκόσμιας έλξης και M είναι η μάζα της Γης.

Η γη θεωρείται ακίνητη και η αντίσταση του αέρα αμελητέα.

$\upsilon_0 = 0\ (t=0)$ $\quad 1km = 10^3 m$

$\alpha =$ σταθερή

$t \to h = 6400km = R_\Gamma = 64 \cdot 10^5 m$

$\to \upsilon = \upsilon_{\delta\iota\alpha\varphi\upsilon\gamma\acute{\eta}\varsigma} = \upsilon_\delta$

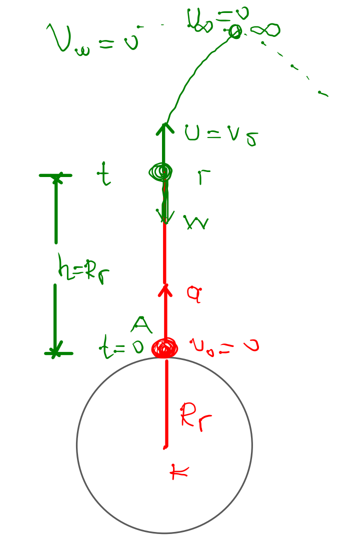
4.1) $\upsilon = ;\ (\upsilon_\delta = ;)$

ΑΔΜΕ $\Gamma \to \omega$:

$E_{MHX(\Gamma)} = E_{MHX(\omega)} \Rightarrow$

$U_\Gamma + K_\Gamma = \cancel{U_\omega} + \cancel{K_\omega} \Rightarrow$

$-\frac{GM_\Gamma m}{R_\Gamma + h} + \frac{1}{2} m \upsilon_\delta^2 = 0 \xRightarrow{h=R_\Gamma}$



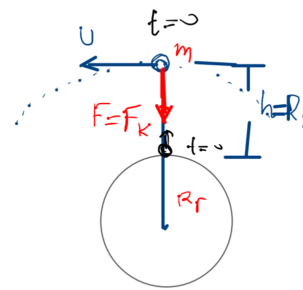
$\frac{1}{2}\upsilon_\delta^2 = \frac{GM_\Gamma}{2R_\Gamma} \Rightarrow \upsilon_\delta^2 = \frac{g_0 R_\Gamma^2}{R_\Gamma} \Rightarrow \upsilon_\delta = \sqrt{g_0 R_\Gamma} = \sqrt{10 \cdot 10^5 \cdot 64} = \sqrt{64 \cdot 10^6} = 8 \cdot 10^3 \Rightarrow \boxed{\upsilon_\delta = 8 \cdot 10^3 m/s}$

4.2) $0 \to t$: $\alpha =$ σταθ $\Rightarrow$ Ε.Ο. Επιτ. Κίνηση $\rightsquigarrow \upsilon = \cancel{\upsilon_0} + \alpha t \Rightarrow \upsilon = \alpha \cdot t \Rightarrow \upsilon_\delta = \alpha t \Rightarrow \alpha = \frac{\upsilon_\delta}{t}$ (1)

$h = \cancel{\upsilon_0 t} + \frac{1}{2}\alpha t^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2}\alpha t^2 \xRightarrow{(1)} h = \frac{1}{2}\frac{\upsilon_\delta}{\cancel{t}} t^{\cancel{2}} \Rightarrow h = \frac{\upsilon_\delta t}{2} \Rightarrow t = \frac{2h}{\upsilon_\delta} = \frac{2 \cdot 64 \cdot 10^5}{8 \cdot 10^3} = 16 \cdot 10^{5-3} = 16 \cdot 10^2 \Rightarrow \boxed{t = 1600 sec}$

4.3) $F = F_K \Rightarrow G\frac{M_\Gamma \cancel{m}}{(R_\Gamma + h)^{\cancel{2}}} = \cancel{m}\frac{\upsilon^2}{\cancel{(R_\Gamma + h)}} \Rightarrow \upsilon^2 = \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h} \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{g_0 R_\Gamma^{\cancel{2}}}{2\cancel{R_\Gamma}}} = \sqrt{\frac{g_0 R_\Gamma}{2}} = \sqrt{\frac{64 \cdot 10^6}{2}} =$

$= \sqrt{32 \cdot 10^6} = \sqrt{2 \cdot 16 \cdot 10^6} = 4 \cdot 10^3 \sqrt{2} \Rightarrow \boxed{\upsilon = 4\sqrt{2} \cdot 10^3 m/s}$



4.4) $\upsilon = \frac{2\pi R}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi R}{\upsilon} = \frac{2\pi(R_\Gamma + h)}{\upsilon} = \frac{2\pi 2R_\Gamma}{\upsilon} = \frac{4\pi R_\Gamma}{\upsilon} = \frac{\cancel{4}\pi \cdot 64 \cdot 10^6}{\cancel{4}\sqrt{2} \cdot 10^3} = \frac{64\pi}{\sqrt{2}} 10^3 \Rightarrow T = \frac{64\pi}{\sqrt{2}} 10^3 \Rightarrow$

$T \simeq 142,5 \cdot 10^3 \Rightarrow \boxed{T = 142500 sec}$, $T = N \cdot t \Rightarrow N = \frac{T}{t} = \frac{142500}{1600} = \frac{1425}{16} = 89,\ldots$ δεν είναι ακέραιος

δεν θα συγκρουστεί ο δορυφόρος με το διαστημόπλοιο

183. Δύο σώματα Α και Β με μάζες $m_1 = 10^4\ \mathrm{Kg}$ και $m_2 = 9 \cdot 10^4\ \mathrm{Kg}$ αντίστοιχα, που θεωρούνται σημειακά, κρατιούνται ακίνητα σε απόσταση $r = 10\ \mathrm{Km}$. Να υπολογίσετε:

4.1. το συνολικό δυναμικό του βαρυτικού πεδίου των δύο σωμάτων Α και Β στο μέσο Μ της απόστασής τους. ***Μον. 6***

4.2. την απόσταση από το σώμα Α, του σημείου στο οποίο η ένταση του βαρυτικού πεδίου των δύο σωμάτων Α και Β είναι μηδέν. ***Μονάδες 6***

Κάποια στιγμή τα δύο σώματα Α και Β αφήνονται ελεύθερα, οπότε εξαιτίας της βαρυτικής δύναμης που ασκεί το ένα στο άλλο αρχίζουν να κινούνται πλησιάζοντας μεταξύ τους σε απόσταση $r' = 2\ \mathrm{Km}$. Αν κατά τη διάρκεια της κίνησης των δύο σωμάτων Α και Β δεν ασκείται σε αυτά καμία άλλη δύναμη, να υπολογίσετε:

4.3. τον λόγο των κινητικών ενεργειών K_1/K_2, των δύο σωμάτων Α και Β, όπου K_1 είναι η κινητική ενέργεια του σώματος Α και K_2 είναι η κινητική ενέργεια του σώματος Β. ***Μονάδες 7***

4.4. τον λόγο των δυναμικών ενεργειών U_1/U_2, όπου U_1, U_2 είναι οι δυναμικές ενέργειες του βαρυτικού πεδίου των δύο σωμάτων Α και Β στην αρχική τους απόσταση r και στην απόστασή τους r', αντίστοιχα. ***Μονάδες 6***

Δίνεται η σταθερά της παγκόσμιας έλξης $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/Kg^2}$.